

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2024.03.014

## 桥式起重机分布式质量吊重系统双摆滑模控制\*

靳国良, 孙茂凯, 王生海\*, 黄哲, 王丙昱, 孙玉清  
(大连海事大学 轮机工程学院, 辽宁 大连 116026)

**摘要:**随着吊装作业的多元化发展,起重机吊装对象也从传统的质点式吊重向分布式质量吊重方向发展。针对桥式起重机在吊装分布式质量吊重时吊重的大摆角抑制和小车定位控制问题,提出了两种基于滑模控制理论的、用于吊重消摆和小车快速定位的方法。首先,综合考虑了桥式起重机吊装对象的结构特征、小车电机的驱动特性、摩擦阻力以及环境中的随机扰动对吊装作业的影响,建立了桥式起重机分布式质量吊重系统的非线性双摆动力学模型;然后,设计了桥式起重机分布式质量吊重系统的非线性双摆动力学普通滑模控制器(OSMC)和分层滑模控制器(HSMC),采用 Lyapunov 函数和 Barbalat 引理证明了闭环系统的稳定性;最后,利用数值仿真研究了 OSMC 和 HSMC 在分布式质量吊重减摆控制方面的性能差异。仿真及研究表明:与 OSMC 相比,采用 HSMC 不仅可以在 12 s 内实现小车精确定位目的,而且可以实现对分布式质量吊重在  $5^\circ \sim 9^\circ$  摆动范围下的快速抑制目的,完成了对系统状态变量的有效控制;同时,对比结果表明 HSMC 对起重机系统内部和外部扰动变化有很强的鲁棒性和抗干扰性。

**关键词:**起重机械;桥式起重机;防摆控制;分布式质量吊重;普通滑模控制器;分层滑模控制器;非线性双摆动力学模型

中图分类号:TH215;TP273

文献标识码:A

文章编号:1001-4551(2024)03-0494-10

## Double pendulum sliding mode control for distributed mass payload system of overhead crane

JIN Guoliang, SUN Maokai, WANG Shenghai, HUANG Zhe, WANG Bingyu, SUN Yuqing  
(College of Marine Engineering, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China)

**Abstract:** Due to the diverse development of lifting operations, the lifting objects of cranes have changed from traditional mass point payload to distributed mass payload. Aiming at the problems of the payload large swing angle suppression and trolley positioning control of overhead crane when lifting the distributed mass payload, two methods based on sliding mode control theory were proposed to eliminate the payload swing and achieve the trolley quick positioning. Firstly, the effects of the structural characteristics of the lifting object of the overhead crane, the driving characteristics of the trolley motor, the friction resistance and the random disturbance in the environment on the lifting operation were considered comprehensively, a nonlinear double-pendulum dynamics model of the distributed mass lifting system of the overhead crane was established. Then, the nonlinear double pendulum dynamic ordinary sliding mode controller (OSMC) and hierarchical sliding mode controller (HSMC) for the distributed mass payload system of the overhead crane were designed, and the stability of the closed-loop system was proved by Lyapunov function and Barbalat lemma. Finally, the performance difference between OSMC and HSMC in the control of distributed mass payload anti-swing was studied by numerical simulation. The simulation and research results show that compared with the OSMC, the HSMC not only achieve accurate positioning of the trolley within 12 s, but also realize fast suppression of the distributed mass payload in the swing range from  $5^\circ$  to  $9^\circ$ , and complete the effective control of the state variables of the system. Meanwhile, the comparison results show that HSMC has strong robustness and anti-interference to the internal and external disturbance changes of the overhead crane system.

**Key words:** hoisting machinery; overhead crane; anti-swing control; distributed mass payload; ordinary sliding mode controller(OSMC); hierarchical sliding mode controller(HSMC); nonlinear double-pendulum dynamics model

收稿日期:2023-05-09

基金项目:国家自然科学基金资助项目(52101396);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(3132022207)

作者简介:靳国良(1994-),男,山西忻州人,博士研究生,主要从事起重机吊重减摆控制方面的研究。E-mail:guoliang\_jin\_logan@163.com

通信联系人:王生海,男,博士,副教授,硕士生导师。E-mail:shenghai\_wang@dlnu.edu.cn

## 0 引言

桥式起重机作为工业生产中常见的吊装设备,被广泛应用在工厂、码头和工程建设场地,进行各种物资吊运作业。

随着桥式起重机吊装场景的变化,其吊重也从质点式向分布式质量方向发展,工业上相应地也对桥式起重机吊重减摆和小车定位控制技术提出了新要求。

在保证吊装作业安全的前提下,桥式起重机小车的理想运行状态是尽可能朝着目标位置快速前进,并实现精确定位目的。与此同时,吊重也同步到达预定位置并消除摆动<sup>[1]</sup>。但是,桥式起重机作为一种典型的欠驱动系统,受起重机系统内部摩擦、环境载荷以及其他未知扰动因素的干扰,具有很强的非线性特性,各状态变量存在较强的耦合特性<sup>[2]</sup>;这增加了多变量、强耦合、欠驱动的桥式起重机吊重减摆控制的难度<sup>[3]</sup>。

国内外学者依托机器人学 and 现代控制理论,利用运动轨迹规划<sup>[4]</sup>、自适应控制<sup>[5]</sup>、输入整形<sup>[6]</sup>、滑模控制<sup>[7]</sup>、鲁棒控制<sup>[8]</sup>等方法,研究了桥式起重机吊重的防摆控制问题,取得了新的理论突破。但这些研究仍主要集中在质点式吊重的摇摆控制方面,对现今工程场景中的分布式质量吊重摇摆抑制研究不足,不能有效地指导工程建设。

MASOUD Z 等人<sup>[9]</sup>设计了一个由输入整形和闭环控制方法相结合的双组合控制器,其采用虚拟的带有积分器的反馈控制器,消除由第一个控制器引起的吊钩、吊重的残留摆动,通过仿真和实验证实了该方法的有效性;但该方法涉及的数学模型复杂,采用该方法设计的控制器适应性差。OUYANG Hui-min 等人<sup>[10]</sup>针对旋转式起重机的双摆摆动控制问题,提出了一种基于能量成形的非线性控制器,实现了对起重机吊臂、小车定位的良好控制目的;但上述研究涉及的控制运算复杂,实际推广受限。RAUSCHER F 等人<sup>[11]</sup>针对起重机双摆中由机械阻尼干扰引起的超调和残余摆角控制问题,设计了一种基于微分平坦度的间接自适应前馈控制器的参数自适应方法,该方法实现了对桥式起重机小车-吊重系统运动轨迹的精确控制目的;但其微分方程组求解计算复杂。肖友刚等人<sup>[12]</sup>利用线性扩张状态观测器来测量起重机吊钩、吊重的摆动角度,并采用滑模控制器抑制吊重的摆动;但其未考虑来自系统内部扰动和外部环境变量对摆动控制的影响。TANG Rui 等人<sup>[13]</sup>针对分布式质量吊重的摇摆控制问题,设计了一种采用风抑制指令、平滑指令的开环控制

方法,分别消除分布式质量吊重的自然摆动和由操作人员引起振荡;但该方法的控制效果对系统模型的精确度依赖性较高。文天赐等人<sup>[14]</sup>针对大型吊装作业的吊装特点,设计了一种基于神经网络的双吊车自适应防摆控制方法;但该控制器对大型负载的摆动抑制效果不敏感。

综上所述,目前中外学者在常规吊重减摆理论研究和推广方面已取得了较大的进步,但在以集装箱和风电塔筒为代表的分布式质量吊重的减摆研究方面仍有很大的技术创新空间。因此,笔者将分布式质量吊重系统的双摆控制作为研究重点。

首先,考虑电机驱动特性、摩擦阻力以及外界环境不确定性扰动对桥式起重机分布式质量吊重摆动控制的影响,笔者设计普通滑模控制器(OSMC)和分层滑模控制器(HSMC);然后,采用 Lyapunov 函数和 Barbalat 引理对控制器的稳定性进行证明;最后,对控制器的鲁棒性和抗干扰性进行数值仿真研究。

## 1 动力学模型

### 1.1 分布式质量吊重系统双摆数学模型

桥式起重机小车和分布式质量吊重系统的双摆模型如图 1 所示。

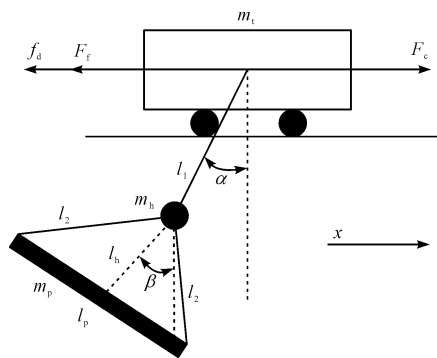


图 1 分布式质量吊重系统双摆模型

Fig. 1 Double pendulum model of distributed mass payload system  
 $m_t$  为小车质量;  $m_h$  为吊钩质量;  $m_p$  为吊重质量;  $x$  为小车的行进位移;  $\alpha, \beta$  为吊钩和分布式质量吊重的摆角;  $F_c$  为小车行进驱动力;  $F_f$  为系统摩擦力;  $l_p$  为分布式质量吊重的长度;  $l_1, l_2$  为与分布式质量吊重两端相连的钢索;  $l_h$  为分布式质量吊重几何中心处到吊钩几何中心的距离。

在考虑小车电机驱动特性、系统摩擦阻力以及外界环境不确定性扰动的基础上,笔者使用欧拉-拉格朗日方程,建立了桥式起重机分布式质量吊重系统的双摆动力学方程;结合分布式质量吊重的转动特性对双摆动力学方程进行修正,结果表示如下:

$$(m_t + m_h + m_p) \ddot{x} - (m_h + m_p) l_1 \ddot{\alpha} \cos \alpha - m_p l_h \ddot{\beta} \cos \beta +$$

$$(m_h + m_p)l_1 \dot{\alpha}^2 \sin\alpha + m_p l_h \dot{\beta}^2 \sin\beta = u + f_{d1} + \Delta_x \quad (1)$$

$$(m_h + m_p)l_1^2 \ddot{\alpha} - (m_h + m_p)l_1 \ddot{x} \cos\alpha + m_p l_1 l_h \ddot{\beta} \cos(\alpha - \beta) + m_p l_1 l_h \ddot{\beta}^2 \sin(\alpha - \beta) + (m_h + m_p)gl_1 \sin\alpha = f_{d2} + \Delta_\alpha \quad (2)$$

$$m_p l_1 l_h \ddot{\alpha} \cos(\alpha - \beta) - m_p l_h \ddot{x} \cos\beta + m_p l_h^2 \ddot{\beta} + m_p l^2 \ddot{\beta} - m_p l_1 l_h \dot{\alpha}^2 \sin(\alpha - \beta) + m_p gl_h \sin\beta = \Delta_\beta \quad (3)$$

式(1)~式(3)用矩阵形式表示如下:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \mathbf{F} + \mathbf{f}_d + \Delta \quad (4)$$

式中: $\mathbf{q}$ 为状态向量, $\mathbf{q} = [x \quad \alpha \quad \beta]^T$ ;  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ 为系统的质量惯性正定矩阵;  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 为系统的向心-柯氏力矩阵;  $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ 为系统重力势能向量;  $\mathbf{F}$ 为桥式起重机小车-分布式质量吊重系统驱动装置的控制矢量;  $\mathbf{f}_d$ 为含有未知参数的系统干扰向量;  $\Delta$ 为环境系统中的未知扰动量。

其中:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_h + m_h + m_p & -(m_h + m_p)l_1 \cos\alpha & -m_p l_h \cos\beta \\ -(m_h + m_p)l_1 \cos\alpha & (m_h + m_p)l_1^2 & m_p l_1 l_h \cos(\alpha - \beta) \\ -m_p l_h \cos\beta & m_p l_1 l_h \cos(\alpha - \beta) & m_p l_h^2 + m_p l^2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & (m_h + m_p)l_1 \dot{\alpha} \sin\alpha & m_p l_h \dot{\beta} \sin\beta \\ 0 & 0 & m_p l_1 l_h \dot{\alpha} \sin(\alpha - \beta) \\ 0 & -m_p l_1 l_h \dot{\alpha} \sin(\alpha - \beta) & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{q}) = [0 \quad (m_h + m_p)gl_1 \sin\alpha \quad m_p gl_h \sin\beta]^T,$$

$$\mathbf{F} = [F \quad 0 \quad 0]^T, \Delta = [\Delta_x \quad \Delta_\alpha \quad \Delta_\beta]^T,$$

$$l_h = \sqrt{l_2^2 - 0.5^2 l_p^2}, l^2 = l_p^2 / 12 \quad (5)$$

在保证桥式起重机作业安全前提下,笔者对桥式起重机分布式质量吊重系统作如下假设:

**假设 1** 分布式质量吊重在吊运过程中吊钩摆角  $\alpha$  和吊重  $\beta$  始终保持在  $(-\pi/2, \pi/2)$  之间;

**假设 2** 环境中的未知扰动量  $\Delta$  有正数界限  $\bar{\Delta}$ , 即  $|\Delta| \leq \bar{\Delta}$ ;

**假设 3** 钢丝绳  $l_1$  和  $l_2$  均为不可拉伸形变的刚体,其拉力和质量忽略不计。

## 1.2 电机数学模型

为准确研究桥式起重机小车运动和分布式吊重摆动之间的数学关系,笔者推导并建立了直流电机驱动力  $F_c$  与输入电压  $V_{DC}$  和小车速度  $\dot{x}$  关系的数学模型,即:

$$F = F_c - F_f \quad (6)$$

$$T_m = r_p F_c = \frac{k_m V_{DC}}{R} - \frac{k_m k_E \omega_m}{R} \quad (7)$$

$$\omega_m = \frac{\dot{x}}{r_p} \quad (8)$$

将式(8)代入式(7)中,得到直流电机驱动力  $F_c$  的计算公式,表示如下:

$$F_c = \frac{k_m V_{DC}}{R r_p} - \frac{k_m k_E \dot{x}}{R r_p^2} \quad (9)$$

式中: $r_p$ 为小车的车轮半径,m; $R$ 为直流电机电阻, $\Omega$ ; $T_m$ 为直流电机的力矩, $N \cdot m$ ; $k_m$ 为直流电机力矩,Nm/A; $k_E$ 为直流电机电压,v/rad/s; $V_{DC}$ 为直流电机的输入电压,v; $\dot{x}$ 为小车的行进速度,m/s。

## 1.3 系统摩擦力和不确定性扰动数学模型

定义桥式起重机小车-分布式质量吊重系统中摩擦力为  $F_f$ ,公式表示如下<sup>[15]</sup>:

$$F_f = \delta_1 (\tanh(\delta_2 \dot{x}) - \tanh(\delta_3 \dot{x})) + \delta_4 \tanh(\delta_5 \dot{x}) + \delta_6 \dot{x} \quad (10)$$

式中: $\delta_i (i = 1 \sim 6)$ 为系统的黏性摩擦系数, $\delta_i (i = 1 \sim 6) \in R$ ;  $\tanh(\delta_2 \dot{x}) - \tanh(\delta_3 \dot{x})$ 为斯特里贝壳(Stribeck)摩擦; $\delta_4 \tanh(\delta_5 \dot{x})$ 为库仑摩擦; $\delta_6 \dot{x}$ 为黏性耗散项。

通过多次仿真模拟,笔者将黏性摩擦系数设置为  $\delta_1 = 2.2, \delta_2 = 36, \delta_3 = 1.3, \delta_4 = 1.8, \delta_5 = 65, \delta_6 = 0.26$ 。

除了摩擦力  $F_f$  外,其他含有未知参数的不确定性扰动统一用向量  $\mathbf{f}_d$  表示,即:

$$\mathbf{f}_d = [f_{d1} \quad f_{d2} \quad 0]^T \quad (11)$$

其中:

$$f_{d1} = -k_1 \dot{x} - k_2 (\dot{x} + (l_1 + l_h \cos(\alpha - \beta)) (\dot{\alpha} + \dot{\beta}) \cos(\alpha + \beta)),$$

$$f_{d2} = -k_2 \dot{x} (l_1 + l_h \cos(\alpha - \beta)) \cos(\alpha + \beta) \quad (12)$$

式中: $k_1, k_2$ 为桥式起重机吊重、吊钩在空气中摆动时所受的空气阻尼系数和在小车行进方向上运动时系统的摩擦阻尼力系数。

## 2 控制器设计及稳定性判断

### 2.1 普通滑模控制器(OSMC)设计

笔者设置系统状态变量  $\mathbf{q} = [x \quad \alpha \quad \beta]^T$  的目标状态变量为  $\mathbf{q}_d = [x_d \quad 0 \quad 0]^T$ ,桥式起重机分布式质量吊重系统的小车位置跟踪误差为  $e = x - x_d$ 。

令普通滑模控制器(OSMC)滑模面  $s$  表示如下:

$$s = \dot{e} + \lambda_1 e + \lambda_2 \alpha + \lambda_3 \beta \quad (13)$$

式中:  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  为整定参数。

对式(13)表示的滑模面  $s$  求导,并令  $\dot{s} = 0$ ,经整理可得到的表达式:

$$\ddot{x} + \lambda_1 \dot{x} + \lambda_2 \dot{\alpha} + \lambda_3 \dot{\beta} = 0 \quad (14)$$

将系统的滑模控制律设计为:  $u = u_{eq} + u_{sw}$ 。

将式(1)代入式(14),经整理可得到等效控制量  $u_{eq}$  的表达式如下:

$$u_{eq} = - (m_t + m_h + m_p) (\lambda_1 \dot{x} + \lambda_2 \dot{\alpha} + \lambda_3 \dot{\beta}) - (m_h + m_p) l_1 \ddot{\alpha} \cos\alpha - m_p l_h \ddot{\beta} \cos\beta + (m_h + m_p) l_1 \dot{\alpha}^2 \sin\alpha + m_p l_h \dot{\beta}^2 \sin\beta - f_{d1} - \Delta_x \quad (15)$$

为降低系统的抖动,笔者引入饱和函数  $\text{sat}(s)$  代替符号  $\text{sgn}(s)$  函数。饱和函数  $\text{sat}(s)$  表示如下:

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} -1, & \frac{s}{\varepsilon} > 1; \\ \frac{s}{\varepsilon}, & -1 < \frac{s}{\varepsilon} < 1; \\ 1, & \frac{s}{\varepsilon} < -1. \end{cases} \quad (16)$$

式中:  $\varepsilon$  为大于0的常数,表示表面边界层的厚度。

在系统的滑模控制律  $u$  中,加入以  $s$  为基础的切换函数  $u_{sw} = \zeta \text{sat}(s) + \bar{\Delta} \text{sat}(s)$  ( $\zeta$  为增益,  $\zeta > 0$ ),则桥式起重机分布式质量吊重系统中的滑模控制律  $u$  表示如下:

$$u = - (m_t + m_h + m_p) (\lambda_1 \dot{x} + \lambda_2 \dot{\alpha} + \lambda_3 \dot{\beta}) - (m_h + m_p) l_1 \ddot{\alpha} \cos\alpha - m_p l_h \ddot{\beta} \cos\beta + (m_h + m_p) l_1 \dot{\alpha}^2 \sin\alpha + m_p l_h \dot{\beta}^2 \sin\beta - f_{d1} - \Delta_x - \zeta \text{sat}(s) - \bar{\Delta} \text{sat}(s) \quad (17)$$

其中:  $\text{Min}(\lambda(\Delta)) > \text{Max}(\lambda(\Delta_x))$ 。

## 2.2 普通滑模控制器(OSMC)稳定性证明

定义控制系统的 Lyapunov 函数为:

$$V_1(t) = \frac{1}{2} s^2 \quad (18)$$

显然,  $V_1(t)$  是正定的。

对式(18)求导,可得:

$$\dot{V}_1(t) = s \dot{s} = s (\ddot{x} + \lambda_1 \dot{x} + \lambda_2 \dot{\alpha} + \lambda_3 \dot{\beta}) \quad (19)$$

将式(1)、式(17)代入式(19),则有:

$$\dot{V}_1(t) = - \frac{s(\zeta + \bar{\Delta}) \text{sat}(s)}{m_t + m_h + m_p} \quad (20)$$

故当  $|\text{sat}(s)| \geq 1$  时,  $\dot{V}_1(t) = - \frac{s(\zeta + \bar{\Delta}) |\text{sat}(s)|}{m_t + m_h + m_p} \leq$

0 对任意的  $\zeta > 0$  恒成立; 当  $|\text{sat}(s)| < \frac{s}{\varepsilon}$  时,  $\dot{V}_1(t) =$

$-\frac{s(\zeta + \bar{\Delta}) |\text{sat}(s)|}{m_t + m_h + m_p} < 0$  对任意  $\zeta > 0$  恒成立。

所以,控制系统在滑模面  $s$  上是全局稳定的。这也意味着基于 OSMC 的闭环系统的所有状态量都可以到达滑模面  $s$  上。OSMC 可以消除桥式起重机分布式质量吊重的摆动和跟踪小车运动轨迹。

对  $V_1(t)$  求二次导数,结果如下:

$$\ddot{V}_1(t) = - \frac{((\zeta + \bar{\Delta}) \text{sat}(s))^2}{m_t + m_h + m_p} \leq 0 \quad (21)$$

根据式(21)发现  $\ddot{V}_1(t) \leq 0$  恒成立,这意味着其是存在边界的。根据高等数学知识可知,  $\dot{V}_1(t)$  是随时间变化的连续函数。

依据 Barbalat 引理可知,如果  $\dot{V}_1(t)$  存在极限且为 0,那么滑模面  $s$  对于增益  $\zeta$  来说是渐进稳定的,即所有的状态轨迹都在滑模面  $s$  上。

接下来需要证明当系统在滑模面  $s = 0$  时,系统的状态变量会沿着滑模面  $s$  趋于平衡点。

其证明过程如下:

首先,定义系统状态变量  $\gamma = [\gamma_1 \ \gamma_2 \ \gamma_3 \ \gamma_4 \ \gamma_5 \ \gamma_6]^T$ , 其中,  $\gamma_1 = e, \gamma_2 = \dot{e}, \gamma_3 = \alpha, \gamma_4 = \dot{\alpha}, \gamma_5 = \beta, \gamma_6 = \dot{\beta}$ 。

利用式(2)、式(3)、式(14),整理得到非线性状态空间系统  $\dot{\gamma}$ , 表示如下:

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_1 &= \gamma_2, \\ \dot{\gamma}_2 &= -\lambda_1 \gamma_2 - \lambda_2 \gamma_4 - \lambda_3 \gamma_6, \\ \dot{\gamma}_3 &= \gamma_4, \\ \dot{\gamma}_4 &= -\frac{1}{l_1} (\lambda_1 \gamma_2 + \lambda_2 \gamma_4 + \lambda_3 \gamma_6) \cos\gamma_3 - \frac{m_p l_h}{(m_p + m_h) l_1} \cos(\gamma_3 - \gamma_5) \dot{\gamma}_6 - \frac{g}{l_1} \sin\gamma_3 - \frac{m_p l_h}{(m_p + m_h) l_1} \sin(\gamma_3 - \gamma_5) \gamma_6^2 + \frac{f_{d2} + \Delta_\alpha}{(m_p + m_h) l_1^2}, \\ \dot{\gamma}_5 &= \gamma_6, \\ \dot{\gamma}_6 &= \frac{l_h}{l_h^2 + l^2} (\lambda_1 \gamma_2 + \lambda_2 \gamma_4 + \lambda_3 \gamma_6) \cos\gamma_3 - \frac{l_1 l_h}{l_h^2 + l^2} \dot{\gamma}_4 \cos(\gamma_3 - \gamma_5) + \frac{l_1 l_h}{l_h^2 + l^2} \gamma_4^2 \sin(\gamma_3 - \gamma_5) + \frac{\Delta_\beta - m_p g l_h \sin\gamma_5}{m_p (l_h^2 + l^2)} \end{aligned} \quad (22)$$

然后,将式(22)改写为:

$$\dot{\gamma} = B\gamma + C\Phi(\gamma) \quad (23)$$

其中:



$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda_1 & 0 & -\lambda_2 & 0 & -\lambda_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-\lambda_1}{l_1} & \frac{-g}{l_1} & \frac{-\lambda_2}{l_1} & 0 & \frac{-\lambda_3}{l_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{l_h \lambda_1}{l_h^2 + l^2} & \frac{-g l_h}{l_h^2 + l^2} & \frac{l_h \lambda_2}{l_h^2 + l^2} & 0 & \frac{l_h \lambda_3}{l_h^2 + l^2} \end{bmatrix},$$

$$C = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1]^T,$$

$$\Phi(\gamma) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{f_{d2} + \Delta_\alpha}{(m_h + m_p) l_1^2} & 0 & \frac{\Delta_\beta}{m_p (l_p^2 + l^2)} \end{bmatrix}^T \quad (24)$$

为保证系统稳定,可通过调整参数  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$  和  $\lambda_3$ , 让矩阵  $B$  的所有特征值都在复平面左半开平面远离虚轴的位置,这样矩阵  $B$  为 Hurwitz 稳定矩阵;此时,存在正定矩阵  $P$ ,满足  $B^T P + P B = -Q$  ( $Q$  为正定矩阵);最后,考虑到桥式起重机在实际吊装作业中遭遇到的扰动是有限的,也就意味着  $\Phi(\gamma)$  是有界的,假设其满足:  $\|\Phi(\gamma)\| \leq L_g \|\gamma\|$  ( $L_g \in R^+$ )。

构造的 Lyapunov 函数如下:

$$V_2 = \gamma^T P \gamma \quad (25)$$

对式(25)求导,则有:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{\gamma}^T P \gamma + \gamma^T P \dot{\gamma} = -\gamma^T Q \gamma + 2\gamma^T P C \Phi(\gamma) \leq \\ &-\lambda_{\min(Q)} \|\gamma\|^2 + 2 \|\gamma\| \|P C\| L_g \|\gamma\| \leq \\ &-(\lambda_{\min(Q)} - 2L_g \|P C\|) \|\gamma\|^2 \end{aligned} \quad (26)$$

式中:  $\lambda_{\min(Q)}$  为正定矩阵  $Q$  的最小特征值。

因此,当  $\lambda_{\min(Q)} \|\gamma\| - 2L_g \|P C\| \|\gamma\| > 0$  时,  $\dot{V}_2 \leq 0$  成立,式(26)是渐进收敛。这意味着系统的状态变量  $[x \ \alpha \ \beta]^T \rightarrow [x_d \ 0 \ 0]^T \rightarrow [0 \ 0 \ 0]^T$ , 则  $e \rightarrow 0, \dot{e} \rightarrow 0$ 。

由于  $e = x - x_d$ , 所以  $x \rightarrow x_d$  成立。所以,在  $s = 0$  时,通过调整参数  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ 、 $\lambda_3$  值,非线性系统可以在平衡点处实现渐进稳定。

### 2.3 分层滑模控制器(HSMC)设计

将式(1)代入式(2)、式(3)中,可得到桥式起重机-小车系统的动力学等价表达式,即:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{1}{m_t + m_h + m_p} ((m_h + m_p) l_1 \ddot{\alpha} \cos \alpha + u + f_{d1} + \\ &\Delta_x + m_p l_h \ddot{\beta} \cos \beta - (m_h + m_p) l_1 \dot{\alpha}^2 \sin \alpha - \\ &\quad m_p l_h \dot{\beta}^2 \sin \beta) \end{aligned} \quad (27)$$

$$\ddot{\alpha} =$$

$$\begin{aligned} &\frac{(m_t + m_h + m_p)}{l_1^2 (m_h + m_p) (m_t + m_h + m_p) - (m_h + m_p)^2 l_1^2 \cos^2 \alpha} \\ &(\ddot{\beta} (\frac{(m_h + m_p) m_p l_1 l_h \cos \alpha \cos \beta}{m_t + m_h + m_p} - m_p l_1 l_h \cos(\alpha - \beta)) - \\ &\dot{\alpha}^2 \frac{(m_h + m_p)^2 l_1^2 \sin \alpha \cos \alpha}{m_t + m_h + m_p} - \dot{\beta}^2 (\frac{(m_h + m_p) m_p l_1 l_h \cos \alpha \sin \beta}{m_t + m_h + m_p} + \\ &m_p l_1 l_h \sin(\alpha - \beta)) - \frac{(m_h + m_p) l_1 (u + f_{d1} + \Delta_x) \cos \alpha}{m_t + m_h + m_p} + \\ &f_{d2} + \Delta_\alpha - (m_h + m_p) g l_1 \sin \alpha) \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\beta} &= \frac{m_t + m_h + m_p}{m_p (m_t + m_h + m_p) (l_h^2 + l^2) - m_p^2 l_h^2 \cos^2 \beta} \\ &(\dot{\alpha} (\frac{(m_h + m_p) m_p l_1 l_h \cos \alpha \cos \beta}{m_t + m_h + m_p} - m_p l_1 l_h \cos(\alpha - \beta)) + \\ &\dot{\alpha}^2 (m_p l_1 l_h \sin(\alpha - \beta) - \frac{(m_h + m_p) m_p l_1 l_h \sin \alpha \cos \beta}{m_t + m_h + m_p}) - \\ &\dot{\beta}^2 \frac{m_p^2 l_h^2 \sin \beta \cos \beta}{m_t + m_h + m_p} + \frac{m_p l_h \cos \beta}{m_t + m_h + m_p} (u + f_{d1} + \Delta_x) - \\ &\quad m_p g l_h \sin \beta + \Delta_\beta) \end{aligned} \quad (29)$$

为实现桥式起重机分布式质量吊重系统中小车定位、吊重减摆的同步联合控制目的,需要同时考虑小车位移  $x$ 、吊钩摆角  $\alpha$  及分布式质量吊重摆角  $\beta$  这三个目标控制量。所以笔者采用两层滑模面来保证系统的稳定性,即将桥式起重机分布式质量吊重系统的状态变量分为位移子系统和摆角子系统,每个子系统的滑模面都满足李雅普诺夫稳定性理论。因此,子滑模面是渐进稳定的;之后,笔者定义系统总的滑模面是子滑模面的线性组合,这样可以保证子滑模面的快速收敛<sup>[16]</sup>。

按照上述思路,设计的子滑模面表示如下:

$$\begin{cases} s_1 = \dot{x} + \tau_1 (x - x_d) \\ s_2 = \dot{\alpha} + \tau_2 \alpha \\ s_3 = \dot{\beta} + \tau_3 \beta \end{cases} \quad (30)$$

HSMC 采用等效控制法,它是由等效控制  $u_{eq}$  和切换控制  $u_{sw}$  组成。如果设计的控制律合适,那么桥式起重机分布式质量吊重系统的所有状态变量都可以到达预期滑模面上,即意味着  $\dot{s} = 0$ , 并可得到等效控制  $u_{eq}$ 。

按照上述思路,笔者整理得到  $u_{eq1}$ 、 $u_{eq2}$ 、 $u_{eq3}$  的表达式,即:

$$\begin{aligned} u_{eq1} &= -(m_h + m_p) l_1 \ddot{\alpha} \cos \alpha - m_p l_h \ddot{\beta} \cos \beta + \\ &(m_h + m_p) l_1 \dot{\alpha}^2 \sin \alpha + m_p l_h \dot{\beta}^2 \sin \beta - f_{d1} - \\ &\Delta_x - (m_t + m_h + m_p) \tau_1 \dot{x} \end{aligned} \quad (31)$$

$$u_{eq2} = \dot{\beta} (m_p l_h \cos \beta - \frac{(m_t + m_h + m_p) m_p l_h \cos(\alpha - \beta)}{(m_h + m_p) \cos \alpha}) -$$

$$\begin{aligned} & \dot{\alpha}^2 (m_h + m_p) l_1 \sin \alpha - \dot{\beta}^2 (m_p l_h \sin \beta + \\ & \frac{(m_t + m_h + m_p) m_p l_h \sin(\alpha - \beta)}{(m_h + m_p) \cos \alpha}) - \\ & (f_{d_1} + \Delta_x)(m_t + m_h + m_p) + \\ & \frac{(f_{d_2} + \Delta_\alpha)(m_t + m_h + m_p)}{(m_h + m_p) l_1 \cos \alpha} - \frac{(m_t + m_h + m_p) g \sin \alpha}{\cos \alpha} + \\ & \tau_2 \alpha \left( \frac{l_1 (m_t + m_h + m_p)}{\cos \alpha} - (m_h + m_p) l_1 \cos \alpha \right) \quad (32) \\ & u_{eq3} = \\ & \alpha \left( \frac{(m_t + m_h + m_p) l_1 \cos(\alpha - \beta)}{\cos \beta} - (m_h + m_p) l_1 \cos \alpha \right) - \\ & \dot{\alpha}^2 \left( (m_h + m_p) l_1 \sin \alpha - \frac{(m_t + m_h + m_p) l_1 \sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta} \right) + \\ & \dot{\beta}^2 m_p l_h \sin \beta - f_{d_1} - \Delta_x + (m_t + m_h + m_p) g \tan \beta - \\ & \frac{(m_t + m_h + m_p) \Delta_\beta}{m_p l_h \cos \beta} - \frac{(m_t + m_h + m_p) (l_h^2 + l^2) \tau_3 \dot{\beta}}{l_h \cos \beta} + \\ & \tau_3 \dot{\beta} m_p l_h \cos \beta \quad (33) \end{aligned}$$

系统总控制律  $u$ 、子系统  $u_{eq}$  和切换控制律  $u_{sw}$  关系表示如下:

$$u = u_{eq} + u_{sw} = u_{eq1} + u_{eq2} + u_{eq3} + u_{sw} \quad (34)$$

式中:  $u_{eq1}$ ,  $u_{eq2}$ ,  $u_{eq3}$  为位移子系统、摆角子系统的控制律。

为保证整个系统的稳定,笔者对第一层滑模面的  $u_{eq1}$ 、 $u_{eq2}$  和  $u_{eq3}$  进行线性化,设计了包含子系统的第二层滑模面  $S$ ,表示如下:

$$S = \eta_1 s_1 + \eta_2 s_2 + \eta_3 s_3 \quad (35)$$

式中:  $\eta_1, \eta_2, \eta_3$  为滑模面系数。

对滑模面  $S$  求导,则有:

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \eta_1 \dot{s}_1 + \eta_2 \dot{s}_2 + \eta_3 \dot{s}_3 = \eta_1 (\ddot{x} + \tau_1 \dot{x}) + \\ & \eta_2 (\ddot{\alpha} + \tau_2 \dot{\alpha}) + \eta_3 (\ddot{\beta} + \tau_3 \dot{\beta}) \quad (36) \end{aligned}$$

令  $\dot{S} = -KS - n_0 \text{sgn}(S)$  ( $K > 0, n_0 > 0$ ) 为趋近律。将式(31)、式(32)、式(33)代入式(36)中,可以得到  $u_{sw}$  的表达式,表示如下:

$$u_{sw} = \frac{1}{m(\mathbf{q})} (-n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - KS - n_0 \text{sgn}(S)) - u_{eq} \quad (37)$$

将式(37)代入式(34),可以得到总控制律  $u$  的表达式,表示如下:

$$u = \frac{1}{m(\mathbf{q})} (-n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - KS - n_0 \text{sgn}(S)) \quad (38)$$

### 2.4 分层滑模控制器(HSMC)稳定性证明

笔者利用 Lyapunov 稳定性定理、Barbalat 引理来证明 HSMC 的稳定性。

首先,对第二层滑模面的稳定性进行证明,构造 Lyapunov 函数如下:

$$V_3(t) = \frac{1}{2} S^2 \quad (39)$$

对式(39)求导,则有:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) &= S \dot{S} = -KS^2 - n_0 S \text{sgn}(S) = \\ & -KS^2 - n_0 \|S\| \leq 0 \quad (40) \end{aligned}$$

显然,由式(39)和式(40)可知:  $V_3(t) \geq 0, \dot{V}_3(t) \leq 0$  恒成立;当且仅当  $S = 0$  时,上式等号成立。所以根据 Lyapunov 稳定性定理可知,滑模面  $S = 0$  是全局渐进稳定的平衡点。

接下来需要对系统第一层滑模面的稳定性进行证明。根据 Barbalat 引理可知:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{x}(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\alpha}(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\beta}(t) = 0 \quad (41)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{s}_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} (\ddot{x} + \tau_1 \dot{x}) = 0,$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{s}_2 = \lim_{t \rightarrow \infty} (\ddot{\alpha} + \tau_2 \dot{\alpha}) = 0,$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{s}_3 = \lim_{t \rightarrow \infty} (\ddot{\beta} + \tau_3 \dot{\beta}) = 0 \quad (42)$$

同时,根据物理常识可知,系统的状态变量在重力和系统阻尼的双重作用下最终会到达平衡点位置,表示如下:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \alpha(t) &= 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \beta(t) &= 0 \quad (43) \end{aligned}$$

综上所述可得:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} s_2 = \lim_{t \rightarrow \infty} (\dot{\alpha} + \tau_2 \alpha) = 0,$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} s_3 = \lim_{t \rightarrow \infty} (\dot{\beta} + \tau_3 \beta) = 0 \quad (44)$$

由式(35)知,当  $S = 0$  时:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} s_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} \left( \frac{-\eta_2 s_2 - \eta_3 s_3}{\eta_1} \right) = 0 \quad (45)$$

即  $\lim_{t \rightarrow \infty} s_1 = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} s_2 = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} s_3 = 0$ , 所以系统的第一层滑模面为渐进稳定。

## 3 仿真分析

笔者采用 MATLAB/Simulink 仿真的方式,检验所设计的 OSMC、HSMC 对桥式起重机小车-分布式质量吊重系统的双摆控制性能。

### 3.1 滑模控制器对比仿真

为检验滑模控制器对桥式起重机小车-分布式质量吊重系统的双摆摆动抑制效果,笔者利用 OSMC 和 HSMC 进行仿真研究。

桥式起重机系统模型参数如表 1 所示。

表 1 桥式起重机系统模型参数

Table 1 Model parameters of the overhead crane system

模型类别	物理参数
起重机	$m_t = 30 \text{ kg}, m_h = 3.5 \text{ kg}, m_p = 17 \text{ kg}, l_1 = 5 \text{ m}, l_2 = 3 \text{ m}, l_p = 2.4 \text{ m}, g = 9.81 \text{ m/s}^2$
电机	$k_m = 0.36 \text{ Nm/A}, k_E = 0.36 \text{ v/rad/s}, V_{DC} = 36 \text{ V}, R = 3.35 \text{ } \Omega, r_p = 0.07 \text{ m/s}$
OSMC	$x_d = 2 \text{ m}, \zeta = 4, \lambda_1 = 0.93, \lambda_2 = 26, \lambda_3 = -6.7$
HSMC	$x_d = 2 \text{ m}, K = 4.5, n_0 = 0.03, \tau_1 = 0.4, \tau_2 = 23, \tau_3 = 43.5, \eta_1 = 1.05, \eta_2 = 1.09, \eta_3 = -0.32$

桥式起重机小车位移控制结果如图 2 所示。

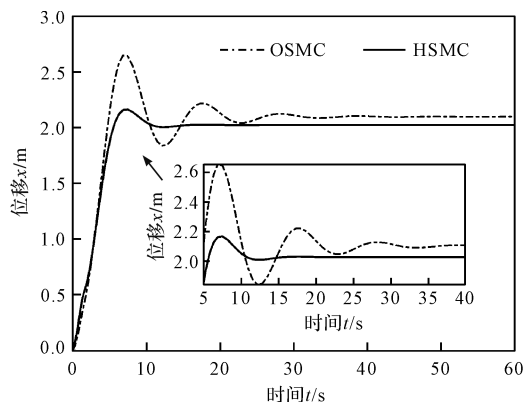


图 2 桥式起重机小车位移

Fig. 2 Displacement of overhead crane trolley

从图 2 可以看出:与 OSMC 相比,HSMC 对桥式起重机小车位移控制响应速度更快。

在小车目标距离设定为 2 m 的时候,这两种控制器对小车位移的控制都出现了不同程度的超调,OSMC 对小车位移的超调量最大值约为 0.65 m,并且位移残余误差约 0.1 m;而 HSMC 对小车位移的超调量约为 0.2 m,并在 12 s 就平稳到达目标位置,位移残余误差约 0.025 m,这说明了 HSMC 对小车位运动控制效果好,稳定误差小。

桥式起重机吊钩摆角控制如图 3 所示。

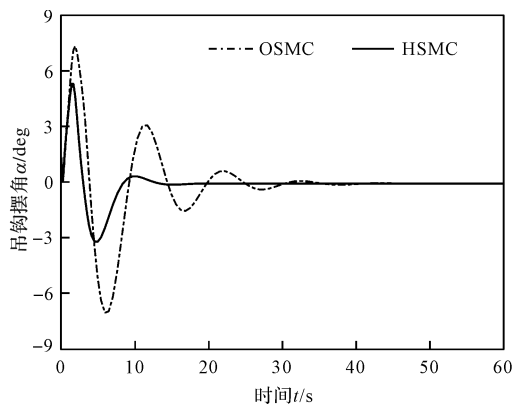


图 3 桥式起重机吊钩摆角

Fig. 3 Hook swing angle of the overhead crane

桥式起重机吊重摆角控制如图 4 所示。

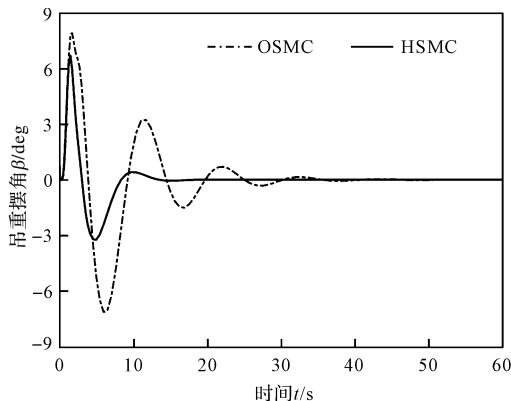


图 4 桥式起重机吊重摆角

Fig. 4 Payload swing angle of the overhead crane

从图 3 和图 4 可以看出:OSMC 对吊钩和分布式质量吊重的摆动抑制响应较慢,约 30 s 到达稳定状态;HSMC 对吊钩和分布式质量吊重的摆动变化响应迅速,在 12 s 实现对分布式质量吊重摆动抑制目的。

### 3.2 滑模控制器鲁棒性分析

保持其他参数不变时,笔者将桥式起重机参数值  $l_1, l_2, m_h, m_p$  分别增加 10%、20% 和 30%,进行 OSMC 和 HSMC 鲁棒性仿真研究。

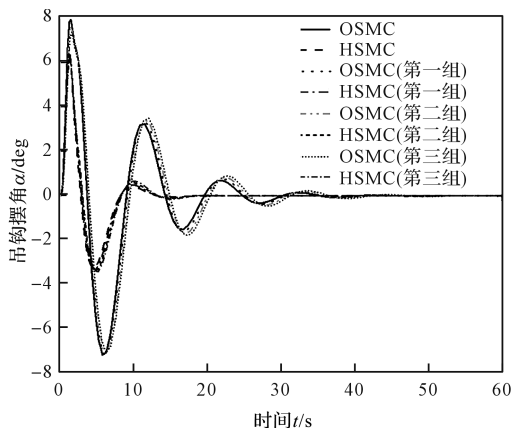
控制器的鲁棒性仿真参数如表 2 所示。

表 2 控制器鲁棒性仿真参数

Table 2 Simulation parameters of controller robustness

组别	第一组	第二组	第三组
	增加 10%	增加 20%	增加 30%
$m_h/\text{kg}$	3.85	4.20	4.55
$m_p/\text{kg}$	18.7	20.4	22.1
$l_1/\text{m}$	5.5	6.0	6.5
$l_2/\text{m}$	3.3	3.6	3.9

OSMC 和 HSMC 的鲁棒性仿真对比结果如图 5 所示。



(a) 桥式起重机吊钩摆角

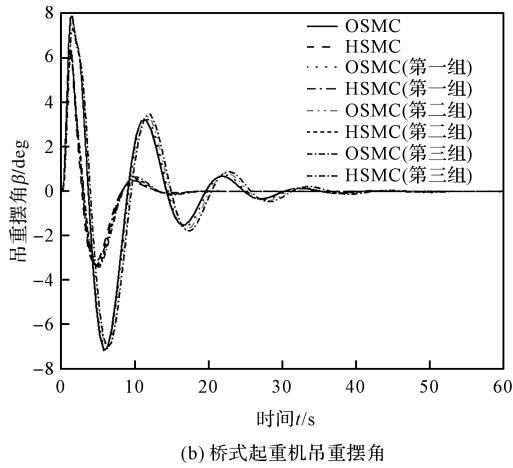


图5 控制器鲁棒性仿真对比

Fig.5 Simulation comparison of the controllers robustness

从图5可以看出:随着吊钩  $m_h$ 、分布式质量吊重  $m_p$  及吊索  $l_1$ 、 $l_2$  数值的增大,笔者设计的 OSMC 和 HSMC 均具有较强的鲁棒性,对吊钩、分布式质量吊重的摆动表现出良好的抑制性能。

### 3.3 控制方法有效性对比

笔者将所设计的 OSMC、HSMC 与基于低通滤波器的时间最优分布式质量吊重减摆控制方法进行仿真对比<sup>[18]</sup>,以检验 OSMC 和 HSMC 对桥式起重机吊重系统双摆抑制的有效性。

保持小车质量  $m_c$  不变,其他物理量参数设置如下: $m_h = 2.5 \text{ kg}$ ,  $m_p = 34.13 \text{ kg}$ ,  $l_1 = 1.13 \text{ m}$ ,  $l_2 = 1.12 \text{ m}$ ,  $l_p = 0.5 \text{ m}$ 。

控制方法有效性对比结果中,桥式起重机小车位移如图6所示。

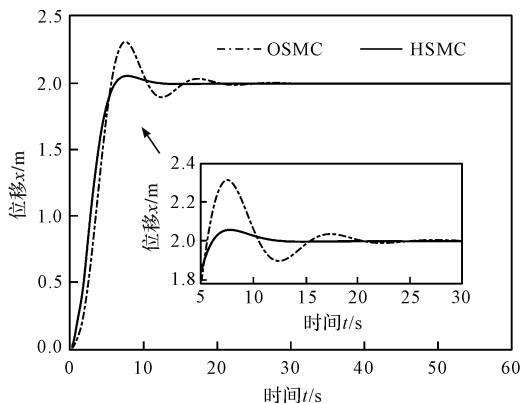


图6 桥式起重机小车位移

Fig.6 Displacement of overhead crane trolley

从图6可以看出:相较于 OSMC,笔者设计的 HSMC 的响应速度更快,超调量和稳定误差更小,桥式起重机小车的定位控制能力更好。

控制方法有效性对比结果中,桥式起重机吊钩摆

角控制如图7所示。

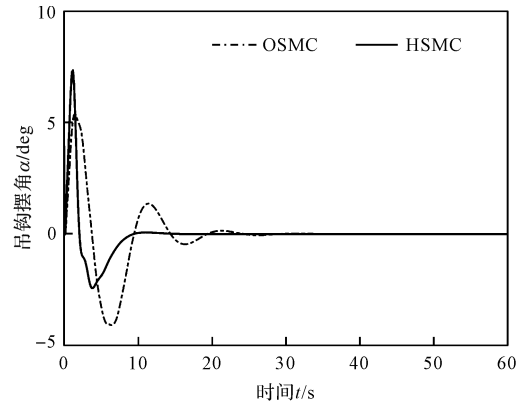


图7 桥式起重机吊钩摆角

Fig.7 Hook swing angle of the overhead crane

控制方法有效性对比结果中,桥式起重机吊重摆角控制如图8所示。

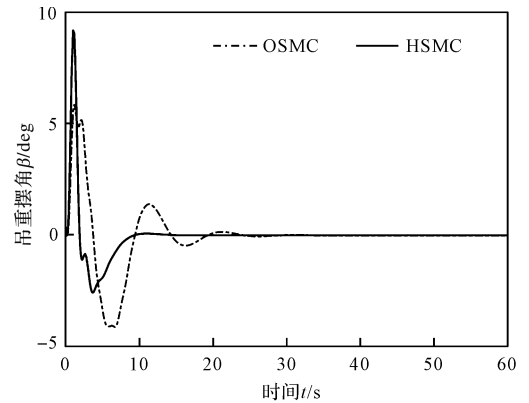


图8 桥式起重机吊重摆角

Fig.8 Payload swing angle of the overhead crane

从图7和图8可以看出:笔者设计的 HSMC 可以在9s内完成吊钩和分布式质量吊重的摇摆抑制,并且吊钩和吊重的摆动稳定误差小。

此外,笔者发现在相同仿真环境下,文献[17-18]设计的控制器对分布式质量吊重在3°以下的摇摆控制性能优越,而笔者设计的 HSMC 对吊钩和分布式质量吊重在5°~9°下的摆动有着良好的控制效果,这为研究分布式质量吊重在大角度(5°以上)下的减摆控制提供了参考。

最后,通过3.1和3.3节发现,在增大分布式质量吊重和吊钩质量比的同时减小一级摆绳与二级有效摆绳长度比,可以提高控制器的减摆控制能力。

### 3.4 抗干扰性检验

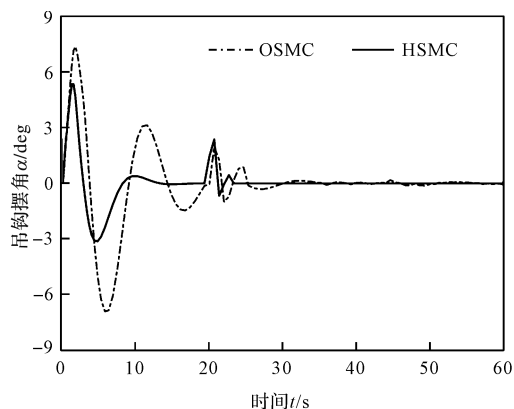
考虑到桥式起重机在作业中会面临许多干扰因素,比如碰撞或是环境的风扰动等。因此,桥式起重机必须具备较强的抗干扰性<sup>[19-22]</sup>。

在第20s,笔者对桥式起重机分布式质量吊重系

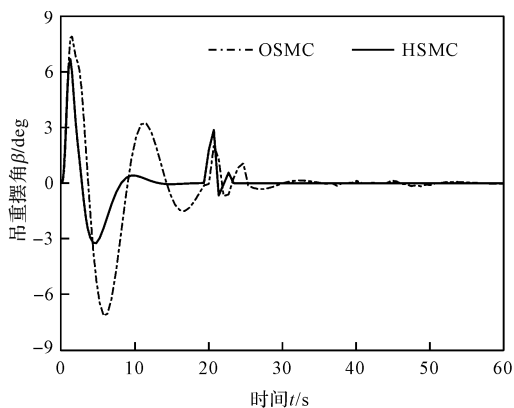


统施加一个阶跃扰动信号,进行系统的抗干扰性仿真检验,以验证该控制器的抗扰动性能。

对比结果如图 9 所示。



(a) 瞬间扰动对吊钩摆动影响



(b) 瞬间扰动对吊重摆动影响

图 9 控制器抗扰动仿真对比

Fig. 9 Simulation comparison of the controllers anti-disturbance

从图 9 可以看到:在对系统施加扰动后,采用 OSMC 可在 10 s 内完成对吊钩、分布式质量吊重的摆动进行消摆;采用 HSMC 可在 5 s 内实现摆动抑制目的,并且稳定误差小,消摆效果更好。

## 4 结束语

针对桥式起重机吊装分布式质量吊重时的大角度摆动抑制和小车定位精度控制问题,笔者考虑了桥式起重机系统自身和外界环境扰动对分布式质量吊重摆动控制的影响,设计了 OSMC、HSMC,开展了吊重大角度摆动抑制方面的数值仿真研究。

研究结论如下:

1) 笔者设计的滑模控制方法可以保证小车快速、平稳地到达预定位置,实现对吊钩和分布式质量吊重摆动的有效抑制目的;同时,该方法对来自起重机系统外部的干扰表现出较强的鲁棒性和抗干扰性;

2) OSMC 和 HSMC 在控制吊钩、分布式质量吊重摆动方面互相形成对比,突出了 HSMC 在分布式质量吊重减摆控制过程中具有的消摆迅速、稳定误差小的优势;并且笔者设计的 HSMC 实现了对吊钩、分布式质量吊重在  $5^\circ \sim 9^\circ$  摆动下的快速、高效抑制目的,说明 HSMC 在抑制分布式质量吊重摇摆方面具有优势。

在后续的研究中,笔者将搭建桥式起重机分布式质量吊重双摆实验平台,以进一步验证该控制方法的有效性,并探讨它们在工程应用上的可行性。

## 参考文献 (References):

- [1] RAMLI L, MOHAMED Z, ABDULLAHIA A M, et al. Control strategies for crane systems: a comprehensive review [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 95 (10):1-23.
- [2] 梁慧慧,吴 炜,楼旭阳,等. 二维桥式起重机的滑模控制 [J]. 控制与决策, 2022, 37(8):2163-2169.  
LIANG Hui-hui, WU Wei, LOU Xu-yang, et al. Sliding mode control of two-dimensional overhead crane [J]. Control and Decision, 2022, 37(8):2163-2169.
- [3] PENG Xiu-hui, GENG Zhi-yong. Anti-swing control for 2-D under-actuated cranes with load hoisting/lowering: a coupling-based approach [J]. ISA. transactions, 2019, 95 (11):372-378.
- [4] CHEN He, FANG Yong-chun, SUN Ning. Optimal trajectory planning and tracking control method for overhead crane [J]. IET. Control Theory & Applications, 2016, 10 (6):692-699.
- [5] ZHAO Bing-qing, OUYANG Hui-min, IWASAKI M. Motion trajectory tracking and sway reduction for double-pendulum overhead cranes using improved adaptive control without velocity feedback [J]. IEEE. /ASME. Transactions on Mechatronics, 2021, 27(5):3648-3659.
- [6] MAGHSOUDI M J, RAMLI L, SUDIN S, et al. Improved unity magnitude input shaping scheme for sway control of an underactuated 3D overhead crane with hoisting [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 123 (5):466-482.
- [7] 杜文正,张全茂,何祯鑫. 动基座桥式起重机滑模自抗扰消摆跟踪控制 [J]. 机电工程, 2022, 39(2):150-157.  
DU Wen-zheng, ZHANG Quan-mao, HE Zhen-xin. Anti-swing tracking control of mobile base overhead crane based on sliding mode active disturbance rejection [J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2022, 39 (2):150-157.
- [8] AGUIAR C, LEITE D, PEREIRA D, et al. Nonlinear

- modeling and robust LMI fuzzy control of overhead crane systems[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2021, 358(2): 1376-1402.
- [9] MASOUD Z, AIHAZZA K, ABU-NADA E, et al. A hybrid command-shaper for double-pendulum overhead cranes[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2014, 20(1): 24-37.
- [10] OUYANG Hui-min, XU Xiang, ZHANG Guang-ming. Energy-shaping-based nonlinear controller design for rotary cranes with double-pendulum effect considering actuator saturation [J]. *Automation in Construction*, 2020, 111(3): 103054.
- [11] RAUSCHER F, SAWODNY O. RLS-Based Adaptive Feedforward Control of Cranes with Double Pendulum Dynamics [C]//2019 IEEE. *International Conference on Mechatronics (ICM)*. Ilmenau, Germany: [s. n.], 2019: 91-96.
- [12] 肖友刚,朱铖臻,李蔚,等. 基于负载摆动状态估计的双摆型吊车滑模控制[J]. *中南大学学报:自然科学版*, 2021, 52(4): 1129-1137.
- XIAO You-gang, ZHU Cheng-zhen, LI Wei, et al. Sliding mode control for double-pendulum overhead cranes with payload swing state observation [J]. *Journal of Central South University: Science and Technology*, 2021, 52(4): 1129-1137.
- [13] TANG Rui, HUANG Jie. Control of bridge cranes with distributed-mass payloads under windy conditions[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2016, 72-73(5): 409-419.
- [14] 文天赐,方勇纯,卢彪. 采用神经网络的双吊车自适应防摆控制[J]. *自动化学报*, 2023, 49(1): 111-121.
- WEN Tian-ci, FANG Yong-chun, LU Biao. Adaptive antiswing control for underactuated dual overhead crane system using neural network [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2023, 49(1): 111-121.
- [15] MAKKAR C, DIXON W E, SAWYER W G, et al. A New Continuously Differentiable Friction Model for Control Systems Design [C]//Proceedings, 2005 IEEE./ASME. *International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*. Monterey, CA, USA: [s. n.], 2005: 600-605.
- [16] 王杰,强宝民,何祯鑫,等. 基于改进非线性趋近律的桥式起重机滑模控制[J]. *兵器装备工程学报*, 2019, 40(7): 148-152, 175.
- WANG Jie, QIANG Bao-min, HE Zhen-xin, et al. Sliding mode control for overhead crane system based on improved nonlinear reaching method [J]. *Journal of Ordnance Equipment Engineering*, 2019, 40(7): 148-152, 175.
- [17] WU Qing-xiang, WANG Xiao-kai, LIN Hua, et al. Improved time optimal anti-swing control system based on low-pass filter for double pendulum crane system with distributed mass beam [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 151(9): 107444.
- [18] YANG Ling, OUYANG Hui-min. Precision-positioning adaptive controller for swing elimination in three-dimensional overhead cranes with distributed mass beams [J]. *ISA transactions*, 2022, 127(8): 449-460.
- [19] 张磊,于世杰,徐进友,等. 面向轻量化目标的起重机伸臂结构设计及截面尺寸优化[J]. *机械设计*, 2023, 40(6): 124-133.
- ZHANG Lei, YU Shi-jie, XU Jin-you, et al. Design of crane boom structure and optimization of cross-sectional dimensions for lightweight goals [J]. *Journal of Machine Design*, 2023, 40(6): 124-133.
- [20] 马兵,张璐凡,呼燕华,等. 考虑热-机械耦合作用的无拱度桥式起重机主梁挠曲分析[J]. *机械设计*, 2022, 39(1): 49-58.
- MA Bing, ZHANG Lu-fan, HU Yan-hua, et al. Analysis of the deflection of the main beam of a non-arch bridge crane considering thermal mechanical coupling [J]. *Journal of Machine Design*, 2022, 39(1): 49-58.
- [21] 季坤鹏,李鹏举,刘振辉,等. 桥式起重机机构零件的疲劳强度计算及优化设计[J]. *机电工程技术*, 2023, 52(10): 321-324.
- Ji Kun-peng, LI Peng-ju, LIU Zhen-hui, et al. Fatigue strength calculation and optimization design of bridge crane mechanism parts [J]. *Mechanical & Electrical Engineering Technology*, 2023, 52(10): 321-324.
- [22] 乔田忠. 桥式起重机主梁有限元分析[J]. *机械制造*, 2022, 60(12): 26-28, 31.
- QIAO Tian-zhong. Finite element analysis of bridge crane main beam [J]. *Machinery*, 2022, 60(12): 26-28, 31.

#### 本文引用格式:

靳国良,孙茂凯,王生海,等. 桥式起重机分布式质量吊重系统双摆滑模控制[J]. *机电工程*, 2024, 41(3): 494-503.

JIN Guoliang, SUN Maokai, WANG Shenghai, et al. Double pendulum sliding mode control for distributed mass payload system of overhead crane [J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2024, 41(3): 494-503.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>