

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2023.04.010

地铁齿轮的 C-P-S-N 曲线研究及其可靠性分析*

裴 帮,李志远,赵家栋*,李学飞,何鹏辉,陈 卓,岳子毫
(郑州机械研究所有限公司,河南 郑州 450052)

摘要:在对齿轮进行寿命设计与可靠性分析时,了解齿轮的强度和寿命分布极为重要。为此,以弯曲疲劳、接触疲劳实验数据为基础,对某地铁齿轮的 C-P-S-N 曲线进行了研究,对其可靠性进行了分析。首先,针对 P-S-N 曲线的失真,提出了一种利用拟合材料参数的修正方法,分别计算了齿轮不同置信度下的接触和弯曲 C-P-S-N 曲线;然后,以置信度为 95% 的 C-P-S-N 曲线为基准,得出了郑州某地铁齿轮箱在不同工况下的疲劳寿命分布参数,并分析了其寿命离散度规律;最后,运用顺序可靠度理论,对齿轮多工况下的综合可靠度进行了评判。研究表明:与其他方法相比,采用拟合材料参数的方法得到的疲劳强度差异最大为 0.48%,与采用其他方法所得结果具有相同的参考性;随着置信度的增加,齿轮疲劳强度的离散度也随之增加;弯曲疲劳强度的变异系数约为 0.096,接触疲劳强度的变异系数约为 0.062,且接触疲劳寿命的可靠度小于弯曲疲劳寿命,即小齿轮更容易发生接触疲劳破坏;当地铁运行里程达到 1.36×10^7 km 时,不发生接触疲劳破坏的概率约为 0.989。

关键词:存活率-应力-循环次数(P-S-N)曲线;疲劳强度;置信度;寿命分布;顺序可靠度理论;拟合材料参数方法;综合可靠度

中图分类号:TH114;TH132.41

文献标识码:A

文章编号:1001-4551(2023)04-0542-10

C-P-S-N curve of metro gear and its reliability analysis

PEI Bang, LI Zhi-yuan, ZHAO Jia-dong, LI Xue-fei, HE Peng-hui,
CHEN Zhuo, YUE Zi-hao

(Zhengzhou Research Institute of Mechanical Engineering, Zhengzhou 450052, China)

Abstract: It was very important to understand the strength and life distribution of gear for the design and reliability analysis of gear life. Therefore, based on the experimental data of bending fatigue and contact fatigue, the C-P-S-N curve of a metro gear was studied, and its reliability was analyzed. Firstly, aiming at the distortion of P-S-N curve, a modified method of fitting material parameters was proposed, and the contact and bending C-P-S-N curves with different confidence levels were respectively calculated. Then, the fatigue life distribution parameters of a metro gearbox in Zhengzhou under different working conditions were obtained based on the C-P-S-N curve with 95% confidence level, and the life dispersion law was analyzed. Finally, sequential reliability theory was used to evaluate the comprehensive reliability of gear under multiple working conditions. The research results show that the fatigue strength difference between the method of fitting material parameters and other methods is 0.48%, which has the same reference as other methods. The dispersion of fatigue strength increases with the increase of confidence. The coefficient of variation of bending fatigue strength is about 0.096, and the coefficient of variation of contact fatigue strength is about 0.062. The reliability of contact fatigue life is less than the bending fatigue life, that is, the pails are more likely to have contact fatigue failure. When the metro mileage reaches 1.360×10^7 km, the probability of no contact fatigue failure is about 0.989.

Key words: P-S-N curve; fatigue strength; confidence; life distribution; sequential reliability theory; method of fitting material parameters; comprehensive reliability

收稿日期:2022-08-12

基金项目:国家重点研发计划项目(2018YFB2001700)

作者简介:裴帮(1978-),男,河南洛阳人,研究员,博士生导师,主要从事齿轮传动方面的研究。E-mail:peibang@126.com

通信联系人:赵家栋,男,研究员,硕士生导师。E-mail:zhao_jiadong@126.com

0 引言

随着我国工业的快速发展,大量的机械产品被应用到了各个领域,齿轮也几乎被运用到了所有的传动系统中。因此,齿轮的可靠性关乎到了整个产品的可靠性。

齿轮的疲劳破坏是齿轮失效的主要形式。实际上,受到制造误差、加工环境、加工方法、加工类型的影响,即使同一批齿轮产品,齿轮的应力与强度也并非恒定值,而是服从某种分布规律。

对齿轮的寿命与强度进行分析,了解寿命与强度的分布规律是对其进行可靠性设计的基础。

毛天雨等人^[1]在考虑了齿轮强度退化与其失效相关的基础上,对齿轮的动态可靠性进行了分析;但该研究未给出齿轮强度退化模型中参数的选取依据。马冬等人^[2]结合可靠性与模糊理论,对齿轮的可靠性计算方法进行了改进,改进后的方法考虑因素更加全面,具有一定的参考性。于格等人^[3]和 ZHANG S J 等人^[4]认为现有的齿轮可靠性建模方法仅考虑了固有不确定性的影响,而没有考虑由于认知缺乏导致的不确定性对可靠性分析的影响,因此,提出了一种基于性能裕量的确信可靠度计算流程与方法。TAN X^[5]针对变幅载荷在齿轮疲劳可靠度的问题,提出了一种“确定下损伤-随机阈值”可靠度模型。NOORTWIJK J^[6]将材料的退化过程视为 Gamma 过程,载荷的随机性由广义帕累托分布模拟,采用将材料退化与载荷随机相结合的方法,对零部件进行了动态可靠性分析。白恩军^[7]和 XIE L 等人^[8]利用概率分位点一致性原理,以及疲劳寿命分布参数与载荷的线性关系,提出了一种服从威布尔分布的 P-S-N 曲线拟合方法。刘文飞等人^[9]与 HEFFERN T V 等人^[10]运用基于样本信息重构并符合寿命等效原理的极大似然法、基于样本重构的最小二乘法,与传统的极大似然法和最小二乘法对实验数据进行了 P-S-N 曲线拟合,经对比后发现,基于样本信息重构并符合寿命等效原理的极大似然法精度更高。马洪义等人^[11]提出了一种基于系统的 P-S-N 曲线,以及等效载荷串联系统的寿命评估方法。

在实际工程中,对 P-S-N 曲线的拟合需要耗费大量的人力物力,王付远等人^[12]运行 Booststrap 法与样本信息聚集原理得出来材料的 P-S-N 曲线,与传统的成组实验法得出的相比,误差在允许范围内,结果较为理想。徐科飞^[13]针对 P-S-N 曲线出现失真的情况,利用强度符合对数正态分布反推出定应力不同可靠度下

的强度,并拟合出修正后的 P-S-N 曲线。BUCAR T 等人^[14]通过建立相应的人工神经网络对疲劳寿命的离散性规律进行了研究。SHIMIZU S 等人^[15]分别使用了对数正态分布与三参数威布尔分布对 P-S-N 曲线进行了拟合,并对比了其差异。

目前,对齿轮可靠性的研究大多停留在应力与强度的离散性上,对疲劳寿命的分布和特征鲜有研究。同时,大多数学者在使用传统最小二乘法对疲劳实验数据进行拟合时,并未对拟合过程中可能出现的失真情况进行阐述与修正。

笔者从疲劳寿命分布的角度出发,对齿轮可靠度进行计算,以弯曲疲劳、接触疲劳实验数据为基础,针对 P-S-N 曲线的失真情况,提出拟合材料参数的方法,修正得出合理的 P-S-N 曲线;计算不同置信度下的弯曲疲劳、接触疲劳强度,并分析其变化规律,研究应力与强度的离散度对疲劳寿命离散度的影响;在标准实验齿轮的基础上,结合郑州地铁齿轮设计参数,得出不同工况下的时变可靠度,并根据概率分位点一致性原理,得到地铁齿轮箱多工况下的综合可靠度。

1 P-S-N 曲线拟合与修正

1.1 分布类型的选取

在工程中,对齿轮强度的设计往往是在其疲劳实验的基础上进行的。大量的实验数据表明,齿轮疲劳寿命的分布类型通常符合正态分布、对数正态分布、威布尔分布^[16,17]。因此,在获取齿轮接触或弯曲疲劳实验数据后,选择相关系数最高的分布对寿命进行拟合是获取准确 P-S-N 曲线的第一步。

笔者根据郑州机械研究所的大量齿轮疲劳实验数据,进行不同置信度下 P-S-N 曲线的拟合。

3 种类型分布拟合后的弯曲疲劳寿命相关系数,如图 1 所示。

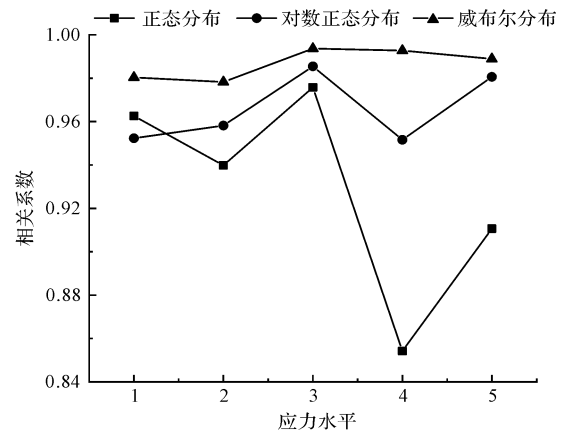


图1 弯曲疲劳寿命分布拟合

接触疲劳寿命相关系数分别如图 2 所示。

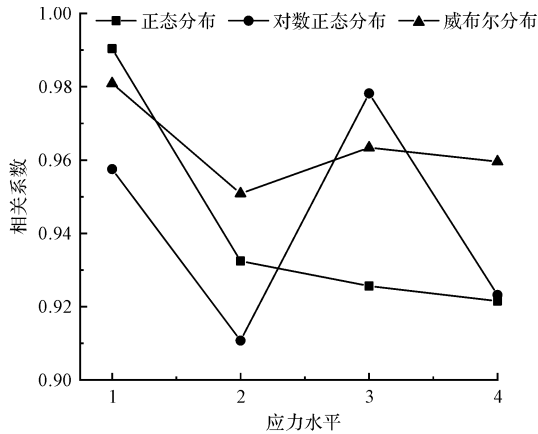


图 2 接触疲劳寿命分布拟合

由图(1,2)可知:虽然正态分布的相关系数满足最低相关系数要求,但在实际上,使用正态分布拟合后的参数对实验数据进行反推时会出现负数。这显然不符合实际。对此,文献[18]表明:使用正态分布对疲劳实验数据拟合时,只有疲劳寿命位于中等寿命区(10⁴ ~ 10⁶)时才适用。此外,对于弯曲或接触疲劳寿命,威布尔分布的平均相关系数高于对数正态分布。

因此,笔者选取威布尔分布对齿轮的疲劳寿命进行拟合。

1.2 P-S-N 曲线的拟合

笔者选取威布尔分布对弯曲与接触疲劳实验数据

进行拟合,拟合完成后弯曲疲劳寿命威布尔分布参数如表 1 所示。

表 1 弯曲疲劳寿命威布尔分布参数

参数类型	应力水平 1	应力水平 2	应力水平 3	应力水平 4	应力水平 5
形状参数	1.876 96	1.429 05	1.470 19	0.628 74	0.479 64
尺度参数	51 358	36 353	54 742	801 752	6 673 674
位置参数	0	91 602	99 055	149 142	152 673

接触疲劳寿命威布尔分布参数如表 2 所示。

表 2 接触疲劳寿命威布尔分布参数

参数类型	应力水平 1	应力水平 2	应力水平 3	应力水平 4
形状参数	2.049 17	2.760 56	1.786 23	0.487 99
尺度参数	7 661 740	21 449 902	27 806 405	72 535 903
位置参数	0	0	11 717 181	24 910 797

根据表(1,2)拟合出的威布尔分布参数,可以计算得到不同可靠度下的寿命,即:

$$N_R = \eta \ln\left(\frac{1}{R}\right)^{\frac{1}{\beta}} + \gamma \quad (1)$$

式中: N_R —可靠度为 R 时的应力循环次数; η —尺度参数; β —形状参数; γ —位置参数; R —可靠度。

根据式(1)可得出弯曲疲劳与接触疲劳在不同应力水平下不同可靠度的寿命值。

对寿命值取对数后,可以得到不同可靠度下弯曲疲劳寿命,如表 3 所示。

表 3 不同可靠度下定应力对数寿命(弯曲疲劳)

单位:次

可靠度	0.1	0.20	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.99	0.999	应力水平/ MPa
应力水平 1	4.90	4.82	4.75	4.69	4.63	4.56	4.47	4.36	4.19	3.65	3.11	2.95
应力水平 2	5.20	5.15	5.12	5.10	5.08	5.06	5.04	5.02	5.00	4.97	4.96	2.92
应力水平 3	5.48	5.33	5.24	5.17	5.11	5.07	5.04	5.02	5.00	5.00	5.00	2.89
应力水平 4	6.50	6.27	6.09	5.93	5.78	5.63	5.48	5.35	5.23	5.18	5.17	2.87
应力水平 5	7.58	7.26	7.00	6.76	6.51	6.25	5.97	5.65	5.33	5.19	5.18	2.86

不同可靠度下接触疲劳寿命如表 4 所示。

表 4 不同可靠度下定应力对数寿命(接触疲劳)

单位:次

可靠度	0.1	0.20	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.99	0.999	应力水平/ MPa
应力水平 1	7.06	6.99	6.92	6.87	6.81	6.74	6.67	6.57	6.41	5.91	5.42	3.31
应力水平 2	7.46	7.41	7.36	7.32	7.27	7.23	7.17	7.10	6.98	6.61	6.24	3.28
应力水平 3	7.68	7.61	7.54	7.48	7.43	7.36	7.29	7.20	7.07	6.79	6.66	3.26
应力水平 4	8.63	8.34	8.12	7.93	7.77	7.64	7.53	7.45	7.41	7.40	7.40	3.25

由表(3,4)可知:随着应力水平的减小,相同可靠度下寿命依次增大;随着可靠度的增加,相同应力下寿命依次减小,其结果合理。

因此,可以进行 P-S-N 曲线的拟合。

材料疲劳曲线可用下式表示:

$$\sigma^m N = C \quad (2)$$

式中: σ —应力; N —应力循环次数; m, C —材料常数。

将式(2)取对数,可得:

$$Y = A + BX \quad (3)$$

其中: $Y = \log \sigma, X = \log N, B = -1/m, A = \log C/m$ 。

将表(3,4)内数据代入式(3)中,并利用最小二乘法进行数据拟合,得出弯曲疲劳 P-S-N 曲线参数,如表

5 所示。

表 5 弯曲疲劳 P-S-N 曲线参数表

R	A	B	m	C	r
0.1	3.08	-0.030	33.6	3.0×10^{103}	-0.899
0.2	3.09	-0.033	30.4	1.0×10^{94}	-0.895
0.3	3.10	-0.036	27.7	8.6×10^{85}	-0.896
0.4	3.12	-0.040	25.0	1.2×10^{78}	-0.899
0.5	3.14	-0.045	22.2	9.5×10^{69}	-0.907
0.6	3.17	-0.052	19.3	3.0×10^{61}	-0.920
0.7	3.22	-0.061	16.4	5.8×10^{52}	-0.937
0.8	3.27	-0.072	13.8	1.8×10^{45}	-0.948
0.9	3.27	-0.074	13.4	1.2×10^{44}	-0.915
0.99	3.13	-0.048	20.9	3.2×10^{65}	-0.852
0.999	3.06	-0.034	29.1	2.0×10^{89}	-0.833

接触疲劳 P-S-N 曲线参数如表 6 所示。

表 6 接触疲劳 P-S-N 曲线参数表

R	A	B	m	C	r
0.1	3.59	-0.040	24.8	1.3×10^{89}	-0.934
0.2	3.64	-0.048	20.8	5.3×10^{75}	-0.948
0.3	3.69	-0.056	18.0	2.0×10^{66}	-0.960
0.4	3.74	-0.063	15.8	1.3×10^{59}	-0.969
0.5	3.79	-0.070	14.2	5.9×10^{53}	-0.975
0.6	3.82	-0.076	13.2	2.2×10^{50}	-0.976
0.7	3.83	-0.078	12.8	1.1×10^{49}	-0.975
0.8	3.81	-0.076	13.2	1.8×10^{50}	-0.977
0.9	3.74	-0.067	14.8	4.0×10^{55}	-0.986
0.99	3.58	-0.044	22.5	2.3×10^{80}	-1.000
0.999	3.49	-0.032	29.1	6.7×10^{101}	-0.996

由表(5,6)可知:材料参数 m 与可靠度呈非线性变化,这可能会使其疲劳强度失真。

笔者根据表(5,6)绘制出了对应的 P-S-N 曲线。弯曲疲劳 P-S-N 曲线如图 3 所示。

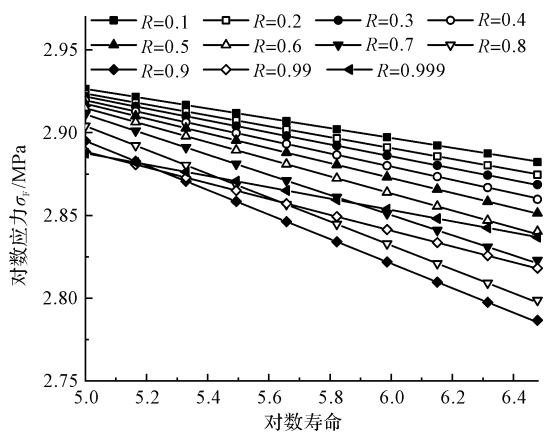


图 3 弯曲疲劳 P-S-N 曲线

接触疲劳 P-S-N 曲线如图 4 所示。

由图(3,4)可知:经第一次拟合的 P-S-N 曲线紊乱,且无法反映出齿轮的强度或寿命随可靠度增加而

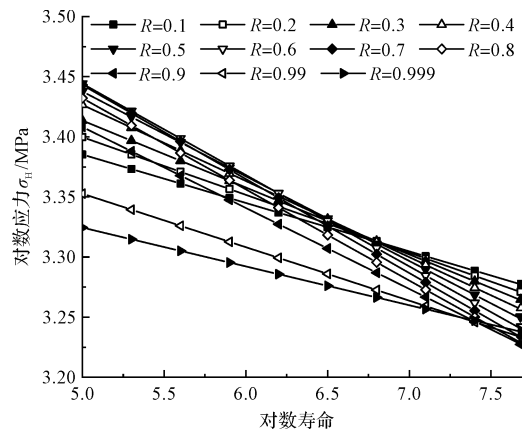


图 4 接触疲劳 P-S-N 曲线

减小的规律。

笔者以弯曲疲劳强度(应力循环次数为 3×10^6)和接触疲劳强度(应力循环次数为 5×10^7)为例,得到不同可靠度下的疲劳强度如图 5 所示。

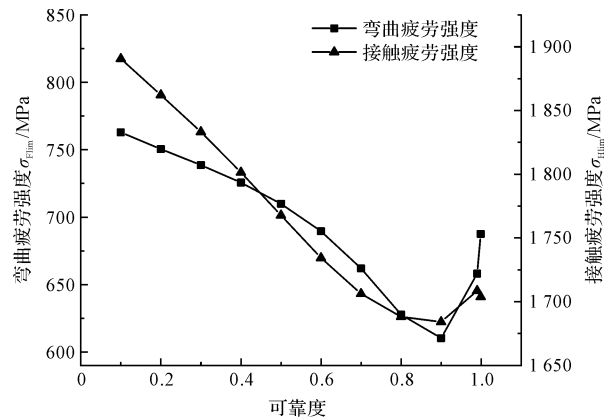


图 5 不同可靠度下的疲劳强度

由图 5 可知:在高可靠度时,弯曲疲劳强度与接触疲劳强度均出现了失真,即高可靠度时的强度高于低可靠度时的强度。这显然不符合实际。

因此,笔者接下来要对 P-S-N 曲线进行修正。

1.3 P-S-N 曲线的修正

针对 P-S-N 曲线的失真情况,文献[13]将疲劳强度视为对数正态分布,其公式如下:

$$\varphi^{-1}(R) = \frac{1}{\ln\sigma_\delta} (\ln\delta - \ln\mu_\delta) \quad (4)$$

式中: $\varphi^{-1}(R)$ —标准正态分布下可靠度的反函数; $\ln\sigma_\delta$ —强度的对数标准差; $\ln\delta$ —强度的对数值; $\ln\mu_\delta$ —强度的对数均值。

笔者利用式(4),对可靠度与对数强度进行线性拟合,得出修正后的 P-S-N 曲线。其中,弯曲与接触疲劳强度如图 6 所示。

由图 6 可知:经修正后的 P-S-N 曲线随着可靠度增加,疲劳强度逐渐减小,符合事实规律。

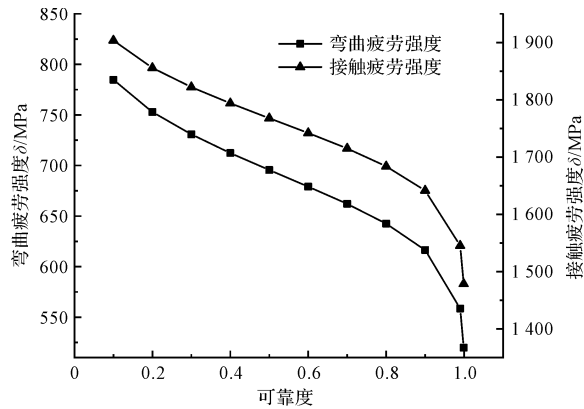


图 6 文献[10]方法修正后的疲劳强度

1.4 P-S-N 曲线修正的另一种方法

笔者经分析发现,第一次拟合后未失真的 P-S-N 曲线的截距和斜率与可靠度的反函数值呈线性关系,可用下式表示:

$$\varphi^{-1}(R) = \pm \frac{1}{\sigma_x}(x - \mu_x) \quad (5)$$

式中: σ_x —斜率或截距的标准差; x —斜率或截距; μ_x —斜率或截距的均值,当对斜率求解时取负号,对截距求解时取正号。

笔者以表(5,6)中未失真的截距与斜率为基础,对其进行正态分布拟合,得出不同可靠度下斜率与截距,如表 7 所示。

表 7 不同可靠度下斜率与截距

项目	弯曲疲劳曲线		接触疲劳曲线	
	斜率	截距	斜率	截距
μ_x	-0.049	3.160	-0.069	3.775
σ_x	0.020	0.086	0.023	0.149
v	-0.973	0.970	-0.994	0.992

由表 7 可知:对 P-S-N 曲线的截距与斜率拟合的相关系数均大于 0.97,拟合效果较好。

笔者根据拟合结果,绘制出了修正后的弯曲疲劳 P-S-N 曲线,如图 7 所示。

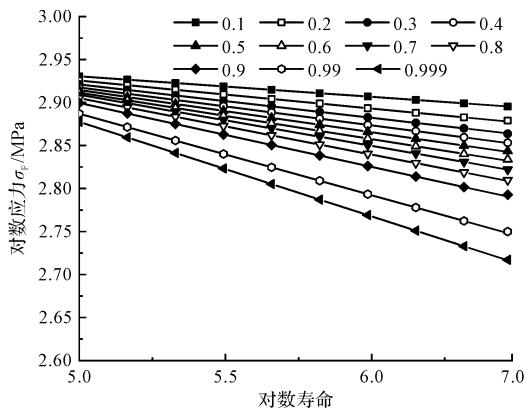


图 7 修正后的弯曲疲劳 P-S-N 曲线

接触疲劳 P-S-N 曲线如图 8 所示。

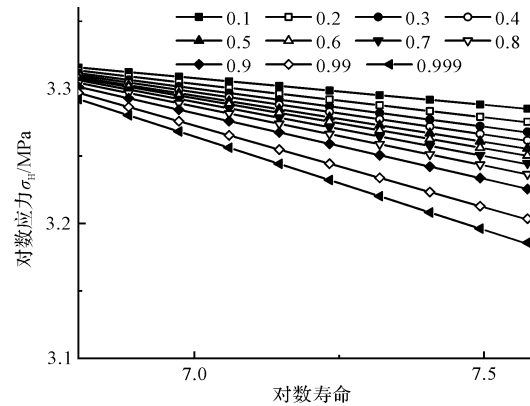


图 8 修正后的接触疲劳 P-S-N 曲线

笔者将弯曲疲劳强度、接触疲劳强度分别与文献[13]中的方法进行对比。其中,弯曲疲劳强度误差对比如表 8 所示。

表 8 文献[13]方法与该文方法误差(弯曲强度)

可靠度	文献/MPa	该文/MPa	误差(绝对值)/%
R=0.1	784.74	784.80	0.01
R=0.2	752.90	752.93	0.00
R=0.3	730.80	730.75	0.01
R=0.4	712.33	712.32	0.00
R=0.5	695.50	695.52	0.00
R=0.6	679.09	679.11	0.00
R=0.7	662.03	661.99	0.01
R=0.8	642.50	642.49	0.00
R=0.9	616.43	616.40	0.00
R=0.99	558.56	558.61	0.01
R=0.999	519.78	519.81	0.01

接触疲劳强度误差对比如表 9 所示。

表 9 文献[13]方法与该文方法误差(接触强度)

可靠度	文献/MPa	该文/MPa	误差(绝对值)/%
R=0.1	1903.51	1905.34	0.10
R=0.2	1855.76	1856.46	0.04
R=0.3	1822.11	1821.99	0.01
R=0.4	1793.86	1793.05	0.05
R=0.5	1767.75	1766.41	0.08
R=0.6	1742.06	1740.17	0.11
R=0.7	1715.01	1712.52	0.15
R=0.8	1683.91	1680.73	0.19
R=0.9	1641.67	1637.61	0.25
R=0.99	1545.35	1539.58	0.37
R=0.999	1478.68	1471.65	0.48

由表(8,9)可知:在弯曲疲劳强度中,文献[13]方法与该文方法的最大误差为 0.2%;在接触疲劳强度中的最大误差为 0.48%。

因此,通过误差分析可知:该文所提方法合理,与文献[13]所述方法具有相同的参考性,且与文献[13]

方法相比,仅需一次拟合即可得出修正后的 P-S-N 曲线,其拟合过程更为简便。

2 考虑置信度的 C-P-S-N 曲线

为保证齿轮的高置信度、高可靠度的运转,在对齿

轮寿命进行计算时,不仅要保证寿命的可靠性,还要使寿命具有较高的置信度。

根据 GB/T14230 附录 A 方法,笔者计算得出了置信度在 70%、75%、80%、90%、95% 下的弯曲疲劳曲线参数,如表 10 所示。

表 10 不同置信度下的 P-S-N 曲线(弯曲强度)

R	70%		75%		80%		85%		95%	
	m	c	m	c	m	c	m	c	m	c
0.5	18.9	1.0×10^{60}	18.6	1.3×10^{59}	18.3	1.7×10^{58}	17.2	1.1×10^{55}	16.6	2.1×10^{53}
0.9	12.2	3.2×10^{40}	12.1	1.2×10^{40}	12.0	5.8×10^{39}	11.3	6.1×10^{37}	11.2	1.8×10^{37}
0.99	9.5	3.1×10^{32}	9.4	1.6×10^{32}	9.4	1.1×10^{32}	8.9	3.5×10^{30}	8.8	2.1×10^{30}
0.999	8.2	3.7×10^{28}	8.1	2.2×10^{28}	8.1	1.8×10^{28}	7.6	9.2×10^{26}	7.6	7.2×10^{26}

接触疲劳曲线参数如表 11 所示。

表 11 不同置信度下的 P-S-N 曲线(接触强度)

R	70%		75%		80%		85%		95%	
	m	c	m	c	m	c	m	c	m	c
0.5	13.8	3.0×10^{52}	13.7	1.6×10^{52}	13.2	3.8×10^{50}	13.1	1.4×10^{50}	12.6	2.4×10^{48}
0.9	9.8	1.7×10^{39}	9.9	2.5×10^{39}	9.4	7.5×10^{37}	9.7	5.7×10^{38}	9.4	4.2×10^{37}
0.99	8.0	1.0×10^{33}	8.1	1.9×10^{33}	7.6	8.0×10^{31}	8.0	1.2×10^{33}	7.8	1.7×10^{32}
0.999	7.0	5.8×10^{29}	7.1	1.2×10^{30}	6.7	6.4×10^{28}	7.1	1.1×10^{30}	6.9	2.1×10^{29}

根据表(10,11)可计算出不同置信度下,不同可靠度的弯曲疲劳强度和接触疲劳强度。

假设疲劳强度服从正态分布,则不同置信度下的弯曲强度的分布参数如表 12 所示。

表 12 不同置信度下的弯曲强度分布参数

参数/单位	70%	75%	80%	85%	95%
μ_δ /MPa	684	680	677	666	657
σ_δ /MPa	60.8	61.4	61.7	62.8	63.1
v	0.089	0.090	0.091	0.094	0.096

不同置信度下的接触强度分布参数如表 13 所示。

表 13 不同置信度下的接触强度分布参数

参数/单位	70%	75%	80%	85%	95%
μ_δ /MPa	1 741	1 734	1 726	1 704	1 685
σ_δ /MPa	101	102	103	104	105
v	0.058	0.059	0.060	0.061	0.062

由表(12,13)可知:无论是接触疲劳还是弯曲疲劳强度,其变异系数都随着置信度的增加而增加,这意味着置信度的增加会使疲劳强度的离散性变大,可靠度降低。

此外,弯曲疲劳强度的离散性总是大于接触疲劳强度的离散性,这一点与文献[19]描述一致。

3 多工况下齿轮疲劳可靠度

3.1 不同工况下齿轮寿命分布计算与分析

笔者以郑州地铁某齿轮箱为研究对象,根据 95%

置信度下的 P-S-N 曲线,计算齿轮在不同工况下的寿命分布参数。

弯曲应力均值为:

$$\sigma_F = \frac{F_t}{bm_n} Y_F Y_S Y_\beta K_A K_V K_{F\beta} Y_{F\alpha} \quad (6)$$

式中: σ_F —弯曲应力; F_t —名义切向力; b —工作齿宽; m_n —法向模数; Y_F —齿廓系数; Y_S —应力修正系数; Y_β —螺旋角系数; K_A —使用系数; K_V —动载系数; $K_{F\beta}$ —螺旋线载荷分布系数; $Y_{F\alpha}$ —齿间载荷分配系数。

弯曲应力变异系数为:

$$C_{\sigma_F} = C_{FM}^2 + C_{K_{F\alpha}}^2 + C_{K_{F\beta}}^2 + C_{K_A}^2 + C_{K_V}^2 + C_{K_{F\beta}}^2 + C_{Y_S}^2 + C_{Y_\beta}^2 + C_{Y_{F\alpha}}^2 + C_{Y_F}^2 \quad (7)$$

式中: C_* —* 对应的变异系数。

弯曲强度均值为:

$$\sigma_{FC} = \sigma_{Flim} Y_{ST} Y_{NT} Y_{\delta relT} Y_{RelT} Y_X \quad (8)$$

式中: σ_{FC} —计算齿轮的弯曲极限应力; σ_{Flim} —实验弯曲疲劳极限; Y_{ST} —应力修正系数; Y_{NT} —寿命系数; $Y_{\delta relT}$ —齿根圆角敏感系数; Y_{RelT} —齿根表面状态系数; Y_X —尺寸系数。

弯曲强度变异系数为:

$$C_{\sigma_F} = C_{\sigma_{Flim}}^2 + C_{Y_{\delta relT}}^2 + C_{Y_{RelT}}^2 + C_{Y_X}^2 + C_{Y_{ST}}^2 + C_{Y_{NT}}^2 \quad (9)$$

式中: C_* —* 对应的变异系数。

接触应力均值为:

$$\sigma_H = Z_H Z_E Z_\epsilon Z_\beta \sqrt{\frac{F_t u \pm 1}{bd_1 u} K_A K_V K_{H\beta} Y_{H\alpha}} \quad (10)$$

式中： σ_H —接触应力； Z_H —节点区域系数； Z_E —弹性系数； Z_ϵ —重合度系数； Z_β —螺旋角系数； F_t —名义切向力； b —工作齿宽； d_1 —分度圆直径； u —传动比； K_A —使用系数； K_V —动载系数； $K_{H\beta}$ —齿向载荷分布系数； $Y_{H\alpha}$ —齿间载荷分配系数。

接触应力变异系数为：

$$C_{\sigma_H} = C_{H_M}^2 + C_{Z_H}^2 + (C_{F_t}^2 + C_{K_A}^2 + C_{K_V}^2 + C_{K_{H\beta}}^2 + C_{Y_{H\alpha}}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

式中： C_* —* 对应的变异系数。

接触强度均值为：

$$\sigma_{HG} = \sigma_{Hlim} Z_{NT} Z_L Z_V Z_R Z_W Z_X \quad (12)$$

式中： σ_{HG} —计算齿轮的接触极限应力； σ_{Hlim} —实验接触疲劳极限； Z_{NT} —寿命系数； Z_L —润滑剂系数； Z_V —速度系数； Z_R —速度系数； Z_W —工作硬化系数； Z_X —尺寸系数。

接触强度变异系数为：

$$C_{\sigma_{HG}} = C_{Hlim}^2 + C_{Z_{NT}}^2 + C_{Z_L}^2 + C_{Z_V}^2 + C_{Z_R}^2 + C_{Z_W}^2 \quad (13)$$

式中： C_* —* 对应的变异系数。

笔者结合齿轮设计参数与文献[19-21]统计数据，得到了其弯曲应力、强度分布的参数，如表 14 所示。

表 14 不同工况下的弯曲应力与强度

分布参数 /单位	小齿轮			大齿轮		
	启动	持续	高速	启动	持续	高速
μ_s /MPa	2.517	2.357	2.126	2.565	2.405	2.173
σ_s /MPa	0.043	0.044	0.047	0.043	0.44	0.047
μ_δ /MPa	3.114	3.114	3.114	3.114	3.114	3.114
σ_δ /MPa	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052

接触应力、强度的分布参数如表 15 所示。

表 15 不同工况下的接触应力与强度

分布参数 /单位	小齿轮			大齿轮		
	启动	持续	高速	启动	持续	高速
μ_s /MPa	3.071	2.992	2.881	3.071	2.992	2.881
σ_s /MPa	0.027	0.027	0.028	0.027	0.027	0.028
μ_δ /MPa	3.271	3.290	3.299	3.311	3.336	3.345
σ_δ /MPa	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038

为获取寿命的分布参数，需要将表(14,15)数据转换成对应的寿命分布。

笔者将式(2)进行变形，可得下式：

$$\mu_s^{\mu_m} \mu_{N_L} = \mu_\delta^{\mu_m} N_0 \quad (14)$$

式中： μ_s —应力均值； μ_m —材料常数均值； μ_{N_L} —寿命均值； μ_δ —强度均值； N_0 —应力循环基数。

将式(14)两边取对数，可得下式：

$$\log \mu_{N_L} = \mu_m (\log \mu_\delta - \log \mu_s) + \log N_0 \quad (15)$$

式中： $\log \mu_{N_L}$ —寿命对数均值； $\log \mu_\delta$ —强度对数均值；

$\log \mu_s$ —应力对数均值； $\log N_0$ —应力循环基数的对数值。

根据概率论知识，寿命的标准差可表示为：

$$\log \sigma_{N_L} = \sqrt{\mu_m^2 \sigma_s^2 + \mu_s^2 \sigma_m^2 + \sigma_s^2 \sigma_m^2} \quad (16)$$

式中： $\log \sigma_{N_L}$ —寿命的对数标准差； σ_m —材料参数 m 的标准差。

其中： $\mu_x = \log \mu_\delta - \log \mu_s$ ； $\sigma_x = \sqrt{\log \sigma_s^2 + \log \sigma_\delta^2}$ 。

文献[22]表明，当工作应力在疲劳极限以下时，仍然会对材料造成损伤，导致疲劳破坏，所以对低应力范围的 $S-N$ 曲线进行适当处理。

笔者采用海巴赫(Haibach)形式的曲线，疲劳极限后的曲线斜率可用 $m' = 2m + 1$ 表示(其中， m 为疲劳极限之前的斜率， m' 为疲劳极限之后的斜率)^[23]。

结合表(16,17)与式(15,16)，笔者求解出小齿轮与大齿轮在不同工况下的弯曲疲劳寿命与标准差，如图 9 所示。

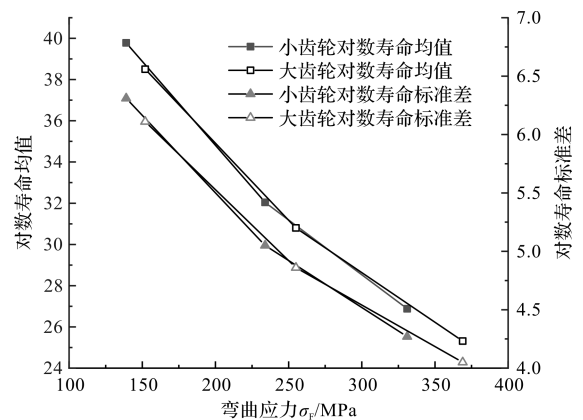


图 9 不同工况下弯曲疲劳寿命与标准差

接触疲劳对数寿命均值与标准差如图 10 所示。

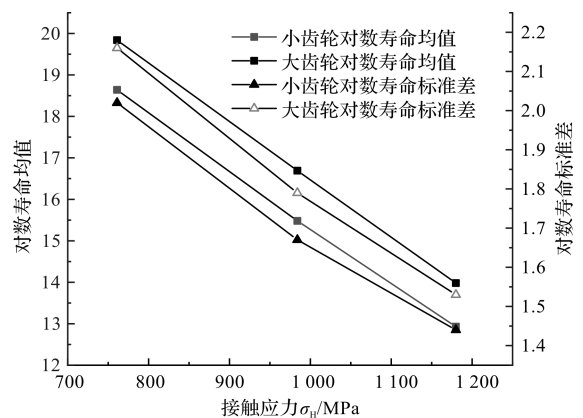


图 10 不同工况下接触疲劳寿命与标准差

由图(9,10)可知：弯曲和接触疲劳寿命的对数值与标准差与应力值呈线性相关，这与文献[8,24]描述一致。

3.2 疲劳寿命离散性分析

由式(15,16)可知：零件的寿命是由所受应力与

零件强度决定的,疲劳寿命的离散度也由应力、强度的离散度决定。大量实验表明,应力越低,疲劳寿命离散度通常越大;反之,疲劳寿命离散度通常越小。

此处,笔者将标准实验齿轮的强度转换为实际齿轮的强度,并考虑了实际齿轮强度的离散性,如式(9, 13)。同时,根据实际情况,笔者也考虑了齿轮应力的离散性,如式(7,11)。

笔者发现,实际齿轮的强度与应力的离散度随着应力的降低,其疲劳寿命的离散度不一定增大。

结合式(15,16)可得下式:

$$V_{N_L} = \frac{\sqrt{\mu_m^2 \sigma_x^2 + \mu_x^2 \sigma_m^2 + \sigma_x^2 \sigma_m^2}}{\mu_m (\log \mu_\delta - \log \mu_s) + \log N_0} \quad (17)$$

式中: V_{N_L} —寿命变异系数。

结合上式与表(14,15),以 σ_x 为横坐标, V_{N_L} 为纵坐标,可绘制出弯曲疲劳寿命变异系数曲线如图 11 所示。

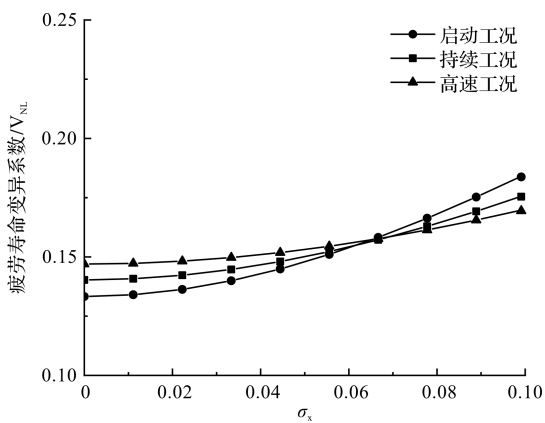


图 11 弯曲疲劳寿命离散度与 σ_x 关系

接触疲劳寿命变异系数曲线如图 12 所示。

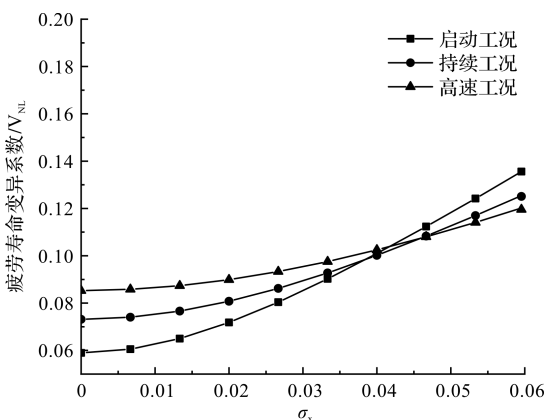


图 12 接触疲劳寿命离散度与 σ_x 关系

由图(11,12)可知:高应力水平(启动工况)对 σ_x 的敏感度较高,当 σ_x 低于某一值时,应力越小对应的疲劳寿命离散度越大;当 σ_x 高于某一值时,高应力水平对应的疲劳寿命离散度将大于低应力水平对应的疲劳寿命离散度。

在该示例中,对于弯曲疲劳寿命,当 σ_x 大于约 0.062 时,随着应力降低其寿命离散度也随之降低,对于接触疲劳寿命, σ_x 的阈值约为 0.037。

3.3 定工况下齿轮疲劳可靠度

根据齿轮设计参数,在寿命内大小齿轮在不同工况下的应力循环次数,如表 16 所示。

表 16 不同工况下应力循环次数

项目	启动	持续	高速
小齿轮循环/次	1.28×10^8	5.83×10^8	2.85×10^{10}
大齿轮循环/次	1.92×10^7	8.75×10^7	4.29×10^9

已知寿命分布与应力循环次数,任意应力循环次数下的可靠度为:

$$R = \phi(Z) = \phi\left(\frac{\log N - \log \mu_{N_L}}{\log \sigma_{N_L}}\right) \quad (18)$$

式中: Z —可靠度指标; $\log N$ —任意循环次数的对数值。

不同工况下,弯曲疲劳的可靠度结果如表 17 所示。

表 17 不同工况下弯曲疲劳可靠度

项目	弯曲疲劳可靠度			接触疲劳可靠度		
	启动	持续	高速	启动	持续	高速
小齿轮	0.999 93	0.999 98	0.999 994	0.991	0.999	0.999 5
大齿轮	0.999 94	0.999 99	0.999 95	0.999 2	0.999 8	0.999 6

由表 17 可知:在 3 种工况下,地铁齿轮箱设计寿命内的弯曲疲劳可靠度接近 1;接触疲劳可靠度小于弯曲疲劳可靠度,小齿轮的可靠度总是小于大齿轮的可靠度。

3.4 顺序可靠度理论

假设: $S_1, S_2, S_3 \dots S_n$ 为不同应力水平; $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_n$ 为对应的应力水平下对数寿命均值; $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n$ 为对数寿命标准差; $n_1, n_2, n_3, \dots, n_n$ 为应力循环次数,则多个应力水平下的可靠度计算方法如下:

1) 应力 S_1 循环 n_1 次的可靠度指标为:

$$Z_1 = \frac{\log n_1 - \log \mu_1}{\log \sigma_1} \quad (19)$$

2) 应力 S_2 造成与 S_1 同样损伤需要的应力循环次数为:

$$n_{1e} = \log^{-1}(\log \mu_2 + Z_1 \log \sigma_2) \quad (20)$$

3) 应力 S_2 循环 n_2 次后的可靠度指标为:

$$Z_2 = \frac{\log(n_{1e} + n_2) - \log \mu_2}{\log \sigma_2} \quad (21)$$

4) 应力 S_3 造成与 S_2 同样损伤需要的应力循环次数为:

$$n_{2e} = \log^{-1}(\log \mu_3 + Z_2 \log \sigma_3) \quad (22)$$

5) 应力 S_3 循环 n_3 次后的可靠度指标为:

$$Z_3 = \frac{\log(n_{2e} + n_3) - \log \mu_3}{\log \sigma_3} \quad (23)$$

依上述方法直到计算至最后一级应力,即可得出其最终的可靠度。

假设地铁运行的过程中始终在启动—持续—高速阶段做循环运动,则地铁齿轮箱的每个工况的设计转速与运行时间,如表 18 所示。

表 18 齿轮箱运行参数

项目	启动	持续	高速
运行时间/s	10	50	120
小齿轮转速/(r·min ⁻¹)	198	1 800	3 686
大齿轮转速/(r·min ⁻¹)	29.6	269.2	551.2
设计寿命/h	10 800	54 000	129 600

结合表 18 与顺序可靠度理论,可得出齿轮在多工况下的时变可靠度。其中,弯曲疲劳寿命时变可靠度如图 13 所示。

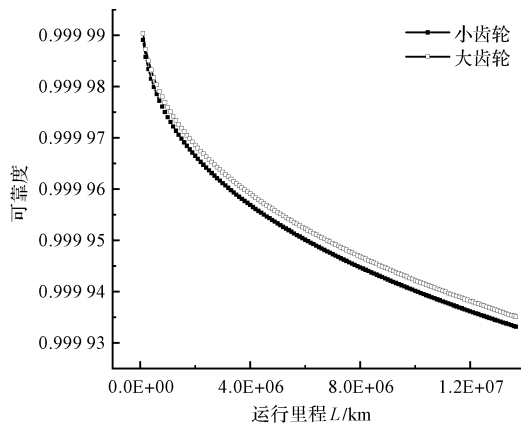


图 13 多工况下弯曲疲劳可靠度

接触疲劳寿命时变可靠度如图 14 所示。

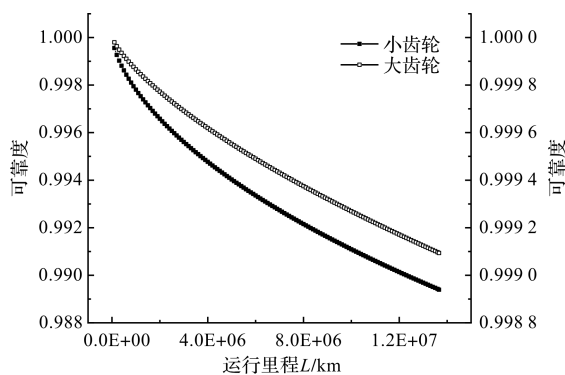


图 14 多工况下接触疲劳可靠度

4 结束语

笔者采用弯曲疲劳和接触疲劳实验数据,拟合出了合理的 C-P-S-N 曲线,并与地铁齿轮箱结合,得出

定工况下的弯曲和疲劳寿命可靠度;并在此基础上,结合顺序可靠度理论,得出了多工况下地铁齿轮运行的时变可靠度。

研究结论如下:

1) 针对初次拟合的 P-S-N 曲线中不同可靠度出现干涉的失真情况,提出了拟合材料参数 m 的方法,将其所得结果与采用文献[13]中其他方法所得结果进行对比,误差在 0.48% 以内;

2) 拟合了置信度为 70%、75%、80%、90%、95% 的 C-P-S-N 曲线,结果表明:无论是弯曲或接触疲劳强度,随着置信度的增加,强度的均值均减小,但标准差增加,这导致了变异系数增加。此外,弯曲强度的离散度大于接触强度的离散度。当置信度为 95% 时,弯曲强度与接触强度的变异系数分别为 0.096 和 0.062;

3) 考虑应力与强度的离散性时,随着应力的减小,疲劳寿命的离散度不一定增加。高应力水平对应的疲劳寿命离散度对应应力与强度的综合标准差 σ_s 更加敏感,当应力与强度综合标准差超过阈值时,应力越高对应的疲劳寿命离散度越高;

4) 结合郑州某地铁齿轮箱,运用顺序可靠度理论,得出了齿轮在多工况下运行的可靠度。结果表明:小齿轮的接触疲劳寿命和弯曲疲劳寿命均小于大齿轮,且接触疲劳寿命小于弯曲疲劳的可靠度,即齿轮更容易发生接触疲劳破坏;地铁运行里程达到 1.36×10^7 km 时,不发生接触疲劳破坏的概率约为 0.989。

齿轮的弯曲疲劳失效与接触疲劳失效相关联,即共因失效,因此,在下一步工作中,笔者将从疲劳寿命分布的角度出发,以此来研究齿轮的共因失效问题。

参考文献 (References):

- [1] 毛天雨,余泳,刘怀举,等.飞行汽车齿轮传动系统动态可靠性分析[J].机械传动,2021,45(6):96-103,176.
- [2] 马冬,寸立岗,柳彦虎,等.圆柱斜齿轮接触疲劳可靠度计算方法改进[J].机械强度,2018,40(6):1395-1398.
- [3] 于格,康锐,林焱辉,等.基于确信可靠度的齿轮可靠性建模与分析[J].系统工程与电子技术,2019,41(10):2385-2391.
- [4] ZHANG S J, KANG R, LIN Y H. Remaining useful life prediction for degradation with recovery phenomenon based on uncertain process-science direct [J]. **Reliability Engineering & System Safety**,2021,20(60):1203-1211.
- [5] TAN X, XIE L. Fatigue reliability evaluation method of a gear transmission system under variable amplitude loading [J]. **IEEE Transactions on Reliability**,2018,68(2):599-608.
- [6] NOORTWIJK J, WEIDE J, KALLEN M J, et al. Gamma processes and peaks-over-threshold distributions for time-

- dependent reliability [J]. **Reliability Engineering & System Safety**, 2007, 92(12):1651-1658.
- [7] 白恩军. 齿轮传动系统可靠性分析与建模[D]. 东北大学机械科学与自动化学院, 2018.
- [8] XIE L, LIU J, WU N, QIAN W. Backwards statistical inference method for P-S-N curve fitting with small-sample experiment data [J]. **International Journal of Fatigue**, 2014, 63(6):62-67.
- [9] 刘文飞, 刘志明, 薛海, 等. 基于样本信息重构的小子样 P-S-N 曲线拟合方法[J]. **铁道学报**, 2018, 40(7):47-53.
- [10] HEFFERN T V. Probabilistic modeling and simulation of metal fatigue life prediction [J]. **Thesis Collection**, 2002, 30(23):62-68.
- [11] 马洪义, 谢里阳. 基于系统 PSN 曲线的齿轮箱疲劳可靠度评估 [J]. **北京航空航天大学学报**, 2018, 44(5):975-981.
- [12] 王付远, 周思柱, 曾云, 等. 工程 P-S-N 曲线小样本拟合方法比较 [J]. **科学技术与工程**, 2019, 19(35):101-106.
- [13] 徐科飞. 喷丸工艺对 18CrNiMo7-6 齿轮弯曲疲劳强度的影响研究 [D]. 郑州大学机械工程学院, 2016.
- [14] BUCAR T, NAGODE M, FAJDIGA M. A neural network approach to describing the scatter of S-N curves [J]. **International Journal of Fatigue**, 2006, 12(25):72-80.
- [15] SHIMIZU S, TOSHA K, TSUCHIYA K. New data analysis of probabilistic stress-life (P-S-N) curve and its application for structural materials-science direct [J]. **International Journal of Fatigue**, 2010, 32(3):565-575.
- [16] 全国齿轮标准化技术委员会. 齿轮接触疲劳强度试验方法: GB/T 14229-2021: [S]. 北京: 中国标准出版社, 2021:24-29
- [17] 全国齿轮标准化技术委员会. 齿轮弯曲疲劳强度试验方法: GB/T 14230-2021: [S]. 北京: 中国标准出版社, 2021:28-32
- [18] 凌丹. 威布尔分布模型及其在机械可靠性中的应用研究 [D]. 电子科技大学机械电子工程学院, 2011.
- [19] 闻邦椿. 机械设计手册: 疲劳强度与可靠性设计 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2015.
- [20] 刘惟信. 机械可靠性设计 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1996.
- [21] 卢玉明. 机械零件的可靠性设计 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1989.
- [22] 许卫宝, 钟涛. 机械产品可靠性设计与试验 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2015.
- [23] 张锴, 董俊华, 高炳军. 氟化工管道用套管检漏法的可靠性分析 [J]. **压力容器**, 2021, 38(1):47-54, 74.
- [24] DUQUESNAY D L, UNDERHILL P R. Fatigue life scatter in 7xxx series aluminum alloys [J]. **International Journal of Fatigue**, 2010, 32(2):398-402.

[编辑: 司红岩]

本文引用格式:

裴 帮, 李志远, 赵家栋, 等. 地铁齿轮的 C-P-S-N 曲线研究及其可靠性分析 [J]. **机电工程**, 2023, 40(4):542-551.PEI Bang, LI Zhi-yuan, ZHAO Jia-dong, et al. C-P-S-N curve of metro gear and its reliability analysis [J]. **Journal of Mechanical & Electrical Engineering**, 2023, 40(4):542-551.
《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>

(上接第 521 页)

- [9] 王玉静, 李少鹏, 康守强, 等. 结合 CNN 和 LSTM 的滚动轴承剩余使用寿命预测方法 [J]. **振动、测试与诊断**, 2021, 41(3):439-446, 617.
- [10] 赵广谦, 姜培刚, 林天然. 基于 CNN-BiLSTM 网络及注意力机制的智能滚动轴承剩余寿命预测方法 [J]. **机电工程**, 2021, 38(10):1253-1260.
- [11] SCHMIDHUBER J. Deep learning in neural networks: an overview [J]. **Neural Networks**, 2015, 61(1):85-117.
- [12] CHOLLET F. Python 深度学习 [M]. 北京: 人民邮电出版社, 2018.
- [13] ROY A, SAFFAR M, VASWANI A, et al. Efficient content-based sparse attention with routing transformer [J]. **Transactions of the Association for Computational Linguistics**, 2021, 9(3):53-68.
- [14] CHO K, MERRIENBOER V, GULCEHRE C, et al. Learning phrase representations using RNN encoder-decoder for statistical machine translation [J]. **Computer Science**, 2014, 6(10):78.
- [15] LUONG M T, PHAM H, MANNING C D. Effective approaches to attention-based neural machine translation [J]. **Computer Science**, 2015, 8(4):25.
- [16] NECTOUX P, GOURIVEAU R, MEDJAHER K, et al. PRONOSTIA: An Experimental Platform for Bearings Accelerated Degradation Tests [C]//IEEE. International Conference on Prognostics and Health Management. Denver: [s. n.], 2012:1-8.
- [17] CHEN Y, PENG G, ZHU Z, et al. A novel deep learning method based on attention mechanism for bearing remaining useful life prediction [J]. **Applied Soft Computing**, 2020, 86(1):105919.
- [18] HINCHI A Z, TKIOUAT M. Rolling element bearing remaining useful life estimation based on a convolutional long-short-term memory network [J]. **Procedia Computer Science**, 2018, 127(1):123-132.
- [19] 武冲锋. 一种轴承核密度估计的剩余寿命预测研究 [J]. **机电工程技术**, 2022, 51(7):104-107.
- [20] 李颖, 吴仕虎, 王鹏. 基于 MATLAB 的滚动轴承寿命计算系统 [J]. **机电工程技术**, 2022, 51(11):38-42.

[编辑: 李辉]