

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2022.12.011

# 基于齿廓偏差的摆线针轮副真实啮合位置计算 \*

张 阳, 李天兴\*, 代 震, 周静远, 张瑞瑶

(河南科技大学 机电工程学院, 河南 洛阳 471003)

**摘要:**由于摆线轮的齿廓偏差,会导致理论啮合点与实际啮合点的位置不一致。针对这一问题,提出了一种确定含齿廓偏差的摆线针轮副真实啮合点的方法。首先,通过齿轮测量中心对摆线轮齿面点进行采样,基于三次 B 样条曲线重构,得到了高度逼近真实齿廓的数字化表达;然后,基于摆线针轮传动原理以及轮系转换原理,将其转化为定轴轮系,并建立了摆线针轮真实接触分析模型,提出了一种求解该模型的方法,并用 MATLAB 编程计算出结果,进而得到了其接触印痕;最后,将理论标准齿廓与实际齿廓下得到的摆线针轮副啮合点位置及其印痕进行了对比分析。研究结果表明:与理论啮合点相比,摆线针轮真实啮合点处的摆线轮转角偏差仅为 0.3°,齿廓偏差对摆线轮口齿合点位置有影响;该结果可以为摆线针轮副实际啮合特性研究提供理论基础。

**关键词:**齿轮传动;真实啮合点;三次 B 样条曲线重构;啮合特性;接触印痕;定轴轮系

中图分类号:TH132.41

文献标识码:A

文章编号:1001-4551(2022)12-1720-06

## Calculation of real meshing position of cycloidal-pin gear based on tooth profile deviation

ZHANG Yang, LI Tian-xing, DAI Zhen, ZHOU Jing-yuan, ZHANG Rui-yao

(School of Mechatronics Engineering, Henan University of Science & Technology, Luoyang 471003, China)

**Abstract:** The discordant position of theoretical engagement point and actual engagement point was due to the tooth profile deviation of cycloid gear. Aiming at this problem, a method to determine the real engagement point of cycloid-pin pair with tooth profile deviation was proposed. Firstly, the cycloid tooth surface was sampled by the gear measuring center, and the digital representation of the tooth profile was obtained based on cubic B-spline curve reconstruction. Then, based on the cycloid-pin pair transmission principle and gear train conversion principle, it was transformed into fixed axle gear train and the real contact analysis model of cycloid-pin pair was established. A method to solve the model was proposed and the results were calculated by MATLAB programming, and then the contact impressions were obtained. Finally, the meshing point positions and imprints of cycloid-pin pair obtained from theoretical standard tooth profile and actual tooth profile were compared and analyzed. The research results show that, the cycloid rotation angle at the real engagement point of cycloid-pin pair is 0.3° different from that at the theoretical engagement point, the tooth profile deviation has an effect on the meshing point position of cycloid-pin pair, which provides support for the research of the actual meshing characteristics of cycloid-pin pair.

**Key words:** gear drive; true engagement point; cubic B-spline curve reconstruction; meshing characteristic; contact pattern; fixed axle gear train

## 0 引言

随着智能制造的发展,传统制造业面临着转型与升级。这对工业机器人的性能与要求也愈来愈高。

机器人精密减速机是工业机器人肘关节的核心部件,其内部摆线针轮副的传动精度将直接影响着整机精度<sup>[1,2]</sup>。因此,精密减速器中摆线针轮的传动分析是必不可少的。

收稿日期:2022-05-21

基金项目:国家自然科学基金资助项目(U1504522);河南省高等教育教学改革研究与实践立项资助项目(2021SJGLX385)

作者简介:张阳(1999-),男,江西新干人,硕士研究生,主要从事摆线针轮传动技术方面的研究。E-mail:15070678450@163.com

通信联系人:李天兴,男,博士,教授,硕士生导师。E-mail:13523613177@163.com

啮合点位置的确定是传动分析的基础。目前,国内外学者对相关内容也做了大量研究。

李宇涛等人<sup>[3]</sup>考虑了侧隙对摆线针轮啮合特性的影响,为评估初始以及磨损后侧隙的影响提供了一种理论方法。杨伟朋等人<sup>[4]</sup>依托迭代原理判断了最先接触区间,给出了一种覆盖啮合全过程的分析方法。XU Li-xin 等人<sup>[5]</sup>基于多体系统理论,建立了摆线针轮传动的动力学模型,计算出了其接触区域、最大接触深度和接触载荷。张跃明等人<sup>[6]</sup>提出了判断摆线针轮最大啮合力的方法,分析了摆线轮偏心距对整体机构接触特性的影响。HAN Lin-sha 等人<sup>[7]</sup>分析了安装误差、轴承间隙等因素对摆线针轮传动精度的影响程度,研究表明,精密减速器的曲轴跳动误差对整机的传动精度影响相对较大。耿婷等人<sup>[8]</sup>考虑了安装误差,分析了线齿轮角度和位移误差的来源,对线齿轮进行了齿面接触分析。汪晨等人<sup>[9]</sup>选取了统计学的试验方法,探索了针齿分布圆以及针齿半径偏差对减速器传动误差的干扰。许立新等人<sup>[10]</sup>为排除修形等各因素对摆线针轮副的传动影响,提出了一种估计啮合齿数和位置的动力学方法。LIN K S 等人<sup>[11]</sup>对精密减速器的各部件公差进行了优化,分析了摆线针轮传动性能,给出了一种离散化齿面的接触分析方法。赵雪飞<sup>[12]</sup>考虑了制造误差,提出了计算人字齿轮的传动精度方法,分析了各项误差对其运动精度的影响。张跃明等人<sup>[13]</sup>建立了分析模型,分析了机器人中各构件误差对系统误差的影响。

以上研究都为摆线针轮啮合特性分析打下了坚实的理论基础。然而,上述研究没有考虑到加工制造误差对摆线轮齿廓的作用,不能够反映其真实的啮合情况。实际研究中发现齿廓偏差造成的齿廓变化对摆线针轮的啮合特性、接触点位置等都有着不小的影响。因此,在啮合特性分析过程中必须充分考虑齿廓误差的影响。

鉴于上述问题,笔者考虑齿廓偏差,提出一种确定摆线针轮真实齿廓啮合点位置的方法。该方法采用齿轮测量中心直接对摆线轮齿廓数据进行采集,再重新构造真实齿廓方程,进而得到其法矢;依据微分几何与啮合原理的相关方法,建立蕴含有齿廓偏差的摆线针轮 TCA 模型,计算其传动过程中的真实啮合点位置。

## 1 含齿廓偏差的摆线轮齿廓

基于齿廓偏差的检测机理,在摆线轮检测流程中,测量机通过敏感探头收集摆线轮齿廓上的离散点位置,得到实际齿廓的坐标数据<sup>[14]</sup>。在这些收集到的数据中包括摆线轮的制造误差,能够更加真实地反映摆

线轮齿廓。

在对摆线针轮进行传动分析时,它们的传动状态均为连续的<sup>[15]</sup>。然而齿轮测量中心所采集的数据均为离散点。因此,需对所获得的离散点进行插值拟合,拟合所采用的机制也极为重要,其拟合精度将直接影响所得结论的精准性。

三次 B 样条曲线具有比较好的局部支撑性,其每一条插值曲线都仅与 4 个控制顶点相关联,且相邻两条样条曲线之间的拼接方式较为简单。

三次 B 样条重构的过程如下:

(1) 测量中心采样得到实际齿廓的坐标点数据  $\{Q_s\} (s = 0, 1, \dots, n)$ ;

(2) 型值点参数化,得到与  $Q_s$  相对应参数  $\bar{u}_s$ ;

(3) 采取代数平均法,确定节点矢量  $\mathbf{U} [u_0, \dots, u_{n+1+k}]$ , 其中,  $u_0 \leq u_1 \leq \dots \leq u_{n+k+1}$ ;

(4) 计算基函数  $N_{i,k}(u)$ , 设立以控制点为变量的线性方程组,反算得到  $n+1$  个数的控制顶点  $\mathbf{d}_i$ ;

(5) 将基函数  $N_{i,k}(u)$  与控制顶点  $\mathbf{d}_i$  代入插值方程,即可得真实齿廓的矢量方程:

$$\mathbf{R}_c(u) = \sum_{i=0}^n \mathbf{d}_i N_{i,k}(u) \quad (1)$$

式中:  $u$ —重构齿廓的参变量,  $u \in U$ ;  $k$ —曲线次数,  $k = 3$ 。

对摆线轮真实齿廓式(1)中的参量  $u$  进行求导并单位化处理,得到摆线轮齿廓的单位法矢:

$$\mathbf{n}_c(u) = \frac{\frac{d\mathbf{R}_c(u)}{d\varphi} \times \mathbf{k}}{\left| \frac{d\mathbf{R}_c(u)}{du} \times \mathbf{k} \right|} \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{k}$ — $z$  轴单位法向矢量,  $\mathbf{k} = [0, 0, 1]$ 。

## 2 摆线针轮传动接触分析模型

在摆线针轮副的运动过程中,摆线轮处于一个较为复杂的行星运动状态。笔者对摆线针轮进行轮系转换,在保证其啮合特性的基础上,将其转化为定轴轮系,由此构建的摆线针轮副转换坐标系,如图 1 所示。

图 1 中,坐标系  $S_f$  是固定参考坐标系,  $S_p$  和  $S_c$  分别是固连在针轮和摆线轮上的坐标系;  $O_p$  与  $O_f$  分别是  $S_p$  与  $S_f$  两坐标系的原点,且两原点位置重合; 转臂与固定坐标系的  $y_f$  轴线重叠,  $O_c$  为坐标系  $S_c$  的坐标原点。

根据微分几何原理,笔者将针轮与摆线轮齿廓曲线转换到固定参考坐标系  $S_f$  中。

根据轮齿啮合理论可知: 传动过程中,两齿面要保证相切接触,存在相切接触点。因此,齿轮的接触点处的

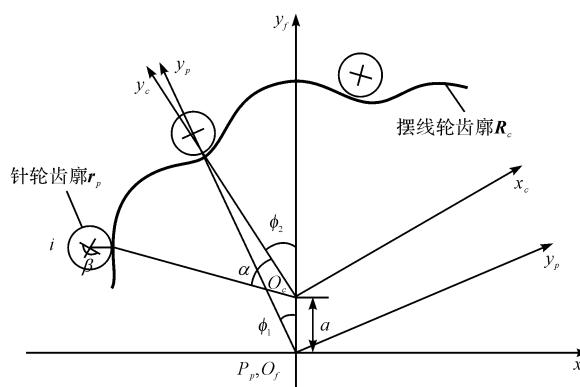


图 1 摆线针轮副转换坐标系

$\varphi_1$ —针轮的瞬时转角;  $\varphi_2$ —摆线轮的瞬时转角;  $a$ —偏置距离;  $\beta$ —针轮的位置参数;  $\alpha$ —是摆线轮的位置参数

摆线针轮齿廓的位矢和法矢需相同,故可得如下方程式:

$$\begin{cases} \mathbf{R}_f^c(u, \varphi_2) = \mathbf{r}_f^p(\beta, \varphi_1) \\ \mathbf{n}_f^c(u, \varphi_2) = \mathbf{n}_f^p(\beta, \varphi_1) \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{R}_f^c$ —固定坐标系  $S_f$  下摆线轮的真实齿廓方程;  
 $\mathbf{n}_f^c$ —是固定坐标系  $S_f$  下摆线轮单位法向量; $\mathbf{r}_f^p$ —固定坐标系  $S_f$  下针轮齿廓方程; $\mathbf{n}_f^p$ —固定坐标系  $S_f$  下针轮单位法向量; $u, \beta, \varphi_1, \varphi_2$  的含义与前述符号相同。

显然,矢量方程组中包含 3 个标量方程,4 个未知参变量。当给定其中 1 个参数时,就能得到满足方程的解。

至此,笔者已经建立含齿廓偏差的接触分析模型,为真实啮合点位置的计算提供理论依据。

### 3 真实啮合点的计算

依据真实摆线齿廓构造的原理及过程可知:引入的齿形误差后,摆线轮齿廓形状将不再是理论设计标准齿形,根据节点确定初始啮合点位置的传统方法已经不再适用。因此,需要通过对比回避每个针齿与摆线齿廓接触时转动角度大小来确定啮合点位置。

该方式的计算流程如图 2 所示。

#### 3.1 初始啮合点确定

图 2 中,首先需要确定初始啮合点,得到初始转角。初始啮合示意图如图 3 所示。

图 3 中,虚线为针轮的理论初始位置;实线为针轮逆时针转动  $\delta_{\min}$  后的初始啮合位置。

在理论初始位置处,即  $\varphi_1, \varphi_2$  均为零时,摆线针轮的各齿对处均有间隙  $d_i$ ,要确定初始啮合点位置,需先使摆线针轮啮合。因此,笔者对摆线轮进行固定,令针轮逆时针旋转,使其接触间隙为零时,针轮转过的角度称为最小相对转角,记为  $\delta_{\min}$ ,该转角所对应的针轮齿

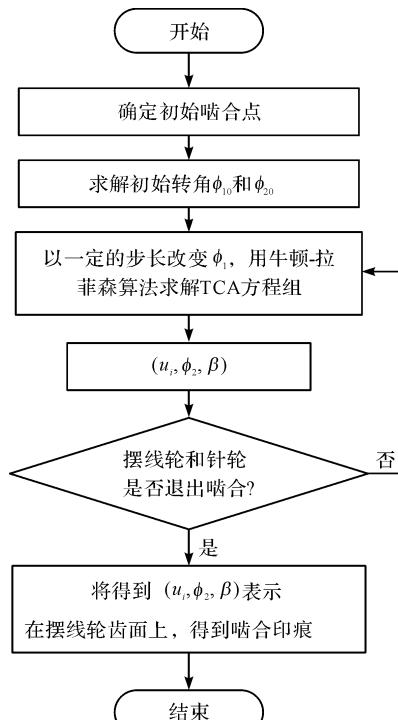


图 2 啮合点计算流程图

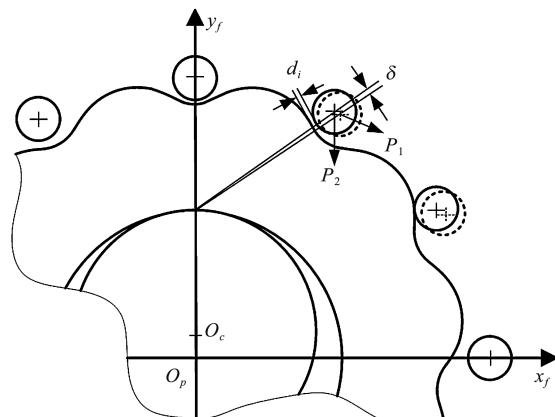


图 3 初始啮合位置示意图

号称为最先接触齿号。

笔者为确定最小相对转角  $\delta_{\min}$ ,需要固定摆线轮 ( $\varphi_2 = 0$ ),选取合适的摆线轮齿廓参数  $u_{ki} = \frac{\alpha_i}{2\pi}$ ,令针轮初始转角  $\varphi_1 = 0$ ,给  $\varphi_1$  一个步长  $\Delta\varphi$ ,将各参量代入式(3)中,求解得到 40 个针齿与摆线轮齿接触时的针轮转角  $\varphi_{1,i}$ ,其中,最小值记为  $\delta_{\min} = \varphi_{1,m}$ , $m$  为对应的针齿号。

#### 3.2 任意时刻啮合点位置确定

为得到传动过程中任意针轮转角所对应的啮合点位置,笔者需要对摆线轮的每一齿廓进行一维搜索,寻找任意针轮转角对应的啮合点位置,进而得到每个齿的接触区。

初始啮合点已知,笔者将  $\varphi_1 = \delta_{\min}$  代入式(3)中,即

可求解得到初始啮合点的其它参数( $\phi_2, u_i, \beta$ )。[ $\delta_{\min}, \delta_{\min} + 2\pi/z_p$ ]为针轮转角 $\phi_1$ 的区间, 给 $\phi_1$ 一个步长 $\Delta\phi$ , 利用牛顿-拉菲森算法, 分别沿齿根和齿顶两个方向搜索求解, 直至计算结果不再收敛, 即该齿退出啮合。从而可以得到该齿对应的啮合点位置参数( $\phi_2, u_i, \beta$ )。

同理, 笔者将每个针轮与摆线轮齿廓开始啮合接触时对应的转角 $\phi_{1,i}$ 代入上述过程, 即可得到各个针齿与摆线轮接触的啮合点位置参数。

与此同时, 笔者将得到的各个啮合点参数表示在其对应的各个轮齿齿面上, 获得摆线轮真实齿面的接触印痕。

## 4 实例验证

笔者根据上述的真实啮合点计算方法, 求含齿廓偏差的真实啮合点, 并将其与传统理论啮合点计算方法得到理论标准齿廓啮合点及印痕进行对比。

为得到摆线轮的真实齿廓坐标, 实验采用 JD45 + 齿轮测量中心进行齿廓采样。该齿轮测量中心测头分辨率为  $0.1 \mu\text{m}$ , 重复精度为  $0.5 \mu\text{m}$ , 能够满足测量实验要求。

笔者选取某型号摆线轮作为实例, 对提出的算法进行验证。

摆线轮的基本参数如表 1 所示。

表 1 摆线轮基本参数

名称/符号/单位	基本参数
摆线轮齿数 $z_c$	39
针轮齿数 $z_p$	40
针齿半径 $r_p/\text{mm}$	3.5
偏心距 $a/\text{mm}$	1.5
针齿中心分布 $r_p/\text{mm}$	82
等距修形量 $\Delta r_p/\text{mm}$	-0.035
移距修形量 $\Delta r_p/\text{mm}$	0
摆线轮齿宽 $b_c/\text{mm}$	10

摆线轮在 JD45 + 测量中心采样过程, 如图 4 所示。

图 4 中, 通过芯棒将摆线轮安装在回转台上。安装过程中, 外圆打表测得其同轴度偏差为  $0.9 \mu\text{m}$ , 端面水平度测得为  $0.015 \text{ mm/m}$ , 此外, 测量中心内嵌有偏心倾斜修正模块, 能够根据测量的结果分离并补偿其安装误差, 有效地提高了测量精度。

笔者使用一维测头对摆线轮齿廓进行定位, 摆线轮随回转台转动, 测头对摆线轮齿廓的实际坐标位置采样, 最终得到摆线轮的实际测量齿廓的 3 600 个离散坐标。

笔者对数据进行处理, 得到的全齿廓截面综合偏

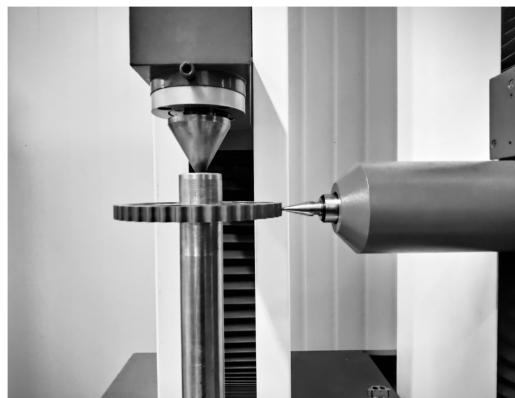


图 4 测量采样过程

差图, 如图 5 所示。

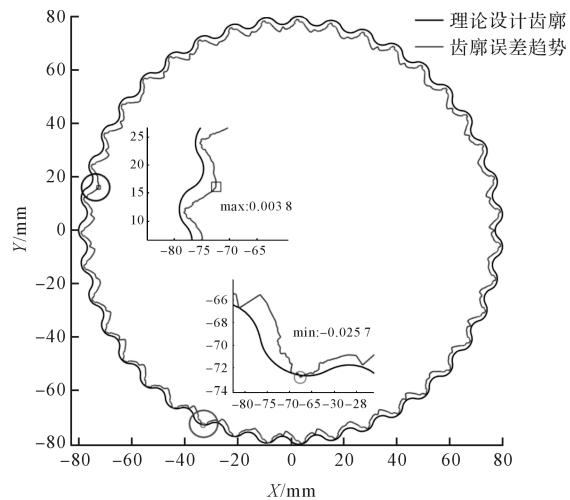


图 5 全齿廓截面综合偏差图

由图 5 可以看到: 该摆线轮实际齿廓的最大误差值为  $0.0038 \text{ mm}$ , 最小误差值为  $-0.0257 \text{ mm}$ 。

笔者采用 B 样条曲线对离散点重构, 得到节点矢量  $\mathbf{U} = [0, 0, 0, 0, 0.0022, \dots, 0.9977, 1, 1, 1, 1]$  及 3 600 个控制顶点  $\mathbf{d}_i$ , 如表 2 所示。

表 2 控制顶点

序号	x/mm	y/mm
1	76.9737	0.0000
2	76.9806	0.4177
3	77.0707	1.0105
4	77.3572	1.6844
:	:	:
3 597	77.3568	-1.6844
3 598	77.0727	-1.0096
3 599	76.9686	-0.4199
3 600	76.9729	0.0000

笔者将控制顶点与节点矢量代入插值方程中, 得到摆线轮的真实齿廓表达。

笔者对构造齿廓精度进行分析, 得到构造误差最大值为  $0.9 \times 10^{-7} \text{ mm}$ , 对该算法的结果影响很小, 可以不予考虑并进行下一步计算。

笔者根据初始啮合点确定方法,令 $\phi_2 = 0$ , $\phi_1$ 初值为零, $u_{ki} = \frac{\alpha_i}{2\pi}$ , $\phi_1$ 的迭代步长取 0.01 度,用修正牛顿法对式(3)中接触分析模型进行求解,得到针轮与摆线轮接触时的转角 $\phi_{1i} = \{-0.02^\circ, 8.98^\circ, \dots, 342.03^\circ, 350.95^\circ\}$ 。

$\phi_{1i}$ 中的最小值为 $-0.02^\circ$ ,对应的针齿号为 36,即 $\delta_{min} = \phi_{1,36}$ 对应的接触点即为最先接触点。

初始接触点已知,通过含齿廓偏差的接触分析方程可得该接触点位置参数( $\phi_2, u_i, \beta$ )。

根据任意时刻啮合点位置确定方法可知:

36 号针齿的转角区间为 $[-0.02^\circ, 8.98^\circ]$ ,令 $\phi_1$ 初值为零, $\phi_1$ 的迭代步长取 0.1 度,采用牛顿-拉斐森法求解接触分析模型式(3),得到摆线针轮副的真实啮合点位置,如表 3 所示。

表 3 实际齿廓啮合点位置

针轮转角 $\phi_1/(^\circ)$	摆线轮转角 $\phi_2/(^\circ)$	针齿号 n	摆线轮齿廓参数 $u_i$	针轮齿廓参数 $\beta_i/(^\circ)$
0	-0.02	36	0.900 1	125.77
32.4	33.07	33	0.822 8	125.90
64.8	66.50	29	0.720 5	125.72
97.2	99.76	25	0.618 2	125.89
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
226.8	232.70	11	0.259 0	125.72
259.2	265.92	7	0.156 6	125.89
291.6	299.26	4	0.079 4	125.76
324.0	332.42	40	0.977 0	125.72

每个针轮转角都有唯一对应的摆线轮转角,每个时刻都只有一对轮齿接触。

笔者根据杨靖钊等人<sup>[16]</sup>建立的理论齿廓接触分析模型,求解得理论齿廓的啮合点位置,如表 4 所示。

表 4 理论齿廓啮合点位置

针轮转角 $\phi_1/(^\circ)$	摆线轮转角 $\phi_2/(^\circ)$	针齿号 n	摆线轮齿廓参数 $\alpha_i$	针轮齿廓参数 $\beta_i/(^\circ)$
0	0.25	36	0.900 6	125.65
32.4	33.39	33	0.823 5	125.83
64.8	66.84	29	0.720 9	125.69
97.2	99.98	25	0.618 5	125.84
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
226.8	232.91	11	0.259 4	125.67
259.2	266.13	7	0.157 0	125.82
291.6	299.51	4	0.079 8	125.61
324.0	332.78	40	0.977 4	125.59

对比表(3,4)可知:针轮转过相同的角度时,摆线轮的理论与实际啮合点转角有所不同,平均相差 $0.3^\circ$ ,针轮与摆线轮的接触位置的齿廓参数也均有变化,这些都是由于摆线轮齿廓的变化所引起的改变。

此外,由于摆线轮为圆柱齿轮,在齿宽方向的接触

位置相同。

根据表(3,4)中的数据,笔者将 36 号针齿对应的真实齿廓偏差的真实齿廓印痕和理论齿廓印痕表示在该齿面上。

单齿啮合印痕对照图如图 6 所示。

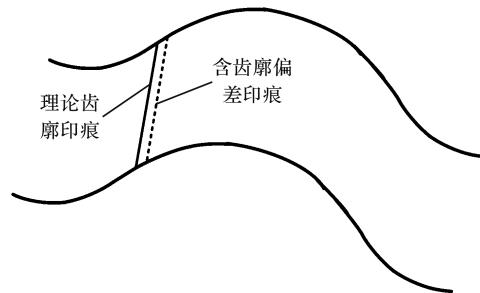


图 6 单齿啮合印痕对照图

从图 6 中可以看出:

考虑齿廓偏差影响后,实际的接触印痕位置发生了明显的变化。由此可见,齿廓偏差对摆线针轮传动的影响不可忽视,该算法得到的结果能更真实地反应摆线针轮接触状态<sup>[17]</sup>。

实际啮合点的确定为摆线轮进一步的静态误差分析和动态误差分析提供依据。动态误差中摆线针轮副承载以后,存在接触变形,针齿变形量非常小,具体的数量级无法测量。

在仿真时,通常把针齿作为刚体,在实际制造中也将针齿与壳体一体化,可见针齿在承载接触中变形量非常小,可以不予考虑。

## 5 结束语

笔者充分考虑到齿廓偏差的影响,重构出了实际测量齿廓,根据建立的轮齿接触分析模型,计算出了实际齿廓的接触印痕,并将其与理论齿廓接触印痕进行了对比。

研究结论如下:

(1) 理论齿廓啮合点与含齿廓偏差的真实啮合点处的摆线轮转角平均相差 $0.3^\circ$ ,针轮与摆线轮的接触位置参数也均有所变化;

(2) 考虑齿廓偏差后,理论齿廓与真实齿廓的接触印痕不一致;

(3) 齿廓偏差对摆线针轮啮合特性存在较大影响,在分析过程中是一个不可忽视的因素。

在后续研究工作中,笔者将在考虑齿廓偏差的基础上,进一步研究摆线针轮副承载啮合位置。

## 参考文献 (References) :

- [1] 邓效忠,张艳珍,李天兴. RV 减速机摆线针轮传动精度控

- 制的研究现状及需要解决的技术问题[J]. 机械传动, 2015, 39(2): 162-163.
- [2] 何卫东, 单丽君. RV 减速器研究现状与展望[J]. 大连交通大学学报, 2016, 37(5): 13-18.
- [3] 李宇涛, 金守峰, 焦 航, 等. 侧隙对摆线针轮传动啮合力与摩擦功耗的影响分析[J]. 机械传动, 2022, 46(1): 110-114.
- [4] 杨伟朋, 杜群贵, 邱 涛. RV 传动中摆线针轮副啮合力和转角误差的计算[J]. 机床与液压, 2019, 47(11): 1-6.
- [5] XU Li-xin, YANG Yu-ju. Dynamic modeling and contact analysis of a cycloid-pin gear mechanism with a turning arm cylindrical roller bearing [J]. **Mechanism and Machine Theory**, 2016, 104(6): 327-349.
- [6] 张跃明, 李连松, 纪姝婷. 摆线针轮传动机构的偏心距对承载能力的影响[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2022, 43(6): 873-881.
- [7] HAN Lin-shan, GUO Fei. Global sensitivity analysis of transmission accuracy for RV-type cycloid-pin drive [J]. **Journal of Mechanical Science and Technology**, 2016, 30(3): 1225-1231.
- [8] 耿 婷, 韦玉庭, 邓爱平, 等. 行星线齿变速器基于装配误差的传动精度分析[J]. 机械传动, 2021, 45(3): 104-110.
- [9] 汪 晨, 石秀东, 彭晶鑫, 等. 基于 RV 减速器传动误差的摆线针轮接触分析[J]. 机械设计与研究, 2020, 36(2): 56-61.
- [10] 许立新, 杨玉虎. 一种摆线针轮传动多齿啮合接触特性分析方法[J]. 中国机械工程, 2016, 27(10): 1382-1388.
- [11] LIN K S, CHAN K Y, LEE J J. Kinematic error analysis and tolerance allocation of cycloidal gear reducers [J]. **Mechanism and Machine Theory**, 2018, 124(6): 73-91.
- [12] 赵雪飞. 考虑制造误差的人字齿轮传动精度建模与分析[D]. 大连: 大连理工大学机械工程学院, 2021.
- [13] 张跃明, 朱桂龙, 纪姝婷. 业机器人 RV 减速器传动机构误差分析[J]. 机械设计与制造, 2022(5): 261-265.
- [14] LI Tian-xing, ZHOU Jun-xiang, DENG Xiao-zhong, et al. A manufacturing error measurement methodology for a rotary vector reducer cycloidal gear based on a gear measuring center [J]. **Measurement Science and Technology**, 2018, 29(7): 075006.
- [15] LIN W S, SHIH Y P, LEE J J. Design of a two-stage cycloidal gear reducer with tooth modifications [J]. **Mechanism and Machine Theory**, 2015, 79(9): 184-197.
- [16] 杨婧钊, 邓效忠, 李天兴, 等. RV 减速器摆线针轮传动的精确啮合间隙计算[J]. 机械传动, 2018, 42(3): 1-5.
- [17] 铁晓艳, 李文超, 张振潮, 等. RV 减速器摆线轮轴承的受力分析与寿命校核[J]. 机械制造, 2022, 60(5): 31-36.

[编辑:全 瑶]

## 本文引用格式:

张 阳,李天兴,代 震,等. 基于齿廓偏差的摆线针轮副真实啮合位置计算[J]. 机电工程,2022,39(12):1720 - 1725.

ZHANG Yang, LI Tian-xing, DAI Zhen, et al. Calculation of real meshing position of cycloidal-pin gear based on tooth profile deviation [J]. **Journal of Mechanical & Electrical Engineering**, 2022, 39(12): 1720 - 1725.  
《机电工程》杂志:<http://www.meem.com.cn>

(上接第 1713 页)

## 参考文献(References):

- [1] 潘晓东, 刘祥环, 黎 超. 纯电动汽车高速齿轮传动 NVH 性能优化研究[J]. 重庆理工大学学报: 自然科学版, 2017, 31(11): 25-31.
- [2] 刘祥环, 潘晓东, 皮旭明, 等. 纯电动汽车电驱动总成 NVH 分析与优化研究[J]. 汽车制造业, 2020(5): 10-13.
- [3] HARRIS O, LANGLOIS P, GALE A. Electric vehicle whine noise—gear blank tuning as an optimization option [J]. **Gear Technology**, 2019(2): 64-73.
- [4] GALE A, LANGLOIS P, HARRIS O. Gear blank tuning [J]. **Gear Technology**, 2020(6): 60-64.
- [5] 葛海龙, 姜德艳, 李小亨, 等. 基于齿轮轮辐结构的噪声-振动-平顺性优化研究[J]. 汽车与新动力, 2021, 4(2): 74-77.
- [6] 李春明, 王 成, 杜明刚, 等. 考虑轮辐刚度和齿廓修形的渐开线直齿轮动载荷研究[J]. 兵工学报, 2018, 39(6): 1239-1248.
- [7] 李福援, 严学书. 改变齿轮轮辐结构降低齿轮噪声的方法[J]. 渝州大学学报: 自然科学版, 1993(1): 7-13.
- [8] LEE A S, HA J W. Prediction of maximum unbalance responses of a gear-coupled two-shaft rotor-bearing system[J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2005, 283(3-5): 507-523.
- [9] 任朝晖, 谢吉祥, 周世华, 等. 斜齿轮-转子-轴承弯扭轴耦合振动特性分析[J]. 机械工程学报, 2015, 51(15): 75-89.
- [10] 易园园, 轩 亮, 谭 昕, 孟丽君, 葛帅帅. 偏心误差影响下齿轮副啮合行为及振动响应[J]. 机械传动, 2022, 46(8): 139-145.
- [11] MARANO D, PASCALE L, LANGHART J, et al. NVH analysis and simulation of automotive e-axles [J]. **Gear Technology**, 2021(1): 58-70.
- [12] 李润方, 王建军. 齿轮系统动力学[M]. 北京: 科学出版社, 1997.
- [13] 车永强, 徐静霞, 钱小东, 等. 齿轮传动转子系统弯扭轴耦合振动研究[J]. 机电工程, 2012, 29(6): 632-635, 649.
- [14] ULLAH N, XI C, CONG T, et al. Rotor dynamics analysis of a single helical gear transmission system for high speed applications[J]. **Journal of Mechanical Engineering and Sciences**, 2020, 14(3): 7040-7048.
- [15] 陈亮亮, 柴 欢, 秦春节, 等. 齿轮箱系统动力响应分析及其噪声预测[J]. 机电工程, 2012, 29(9): 1039-1041.
- [16] 张德存. 统计学[M]. 2 版. 北京: 科学出版社, 2009.

[编辑:李 辉]