

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2022.10.019

基于多项式螺旋线的智能叉车路径规划研究^{*}

申红娇^{1,2,3}, 邱继红^{1,2,4}, 徐 方^{1,2,4}

- (1. 中国科学院沈阳自动化研究所 机器人学国家重点实验室, 辽宁 沈阳 110016;
2. 中国科学院机器人与智能制造创新研究院, 辽宁 沈阳 110169; 3. 中国科学院大学, 北京 100049;
4. 沈阳新松机器人自动化股份有限公司, 辽宁 沈阳 110168)

摘要:针对智能叉车能否精确到达目标点的问题,设计了一种基于多项式螺旋线优化的路径规划算法。首先,分析了叉车的作业流程,明确了叉车路径规划的任务;然后,研究了叉车的运动学模型和多项式螺旋线的基本性质,利用多项式螺旋线的对称性、缩放性,将目标点变换至第一象限单位圆上,利用多项式系数的线性关系减少了优化变量的数目;考虑路径的起终点状态约束和叉车的运动学约束,构建了基于多项式螺旋线的曲率代价最小化目标函数;最后,在 MATLAB 环境中,通过选取 23 种典型规划场景对算法进行了仿真实验,并对实验结果进行了分析。研究表明:叉车路径满足起点和目标点的状态约束,符合叉车的作业需求;路径曲率符合叉车的运动学约束;该算法对规划起点的转向角无特殊要求,对于目标点横向距离和航向角偏差较大的场景仍然适用,该结果验证了该算法的可行性。

关键词:装卸机械;状态约束;运动学约束;叉车运动学模型;曲率代价最小化;目标函数;路径曲率

中图分类号:TH242;TP391.4

文献标识码:A

文章编号:1001-4551(2022)10-1477-07

Path planning of intelligent forklift based on polynomial spiral line

SHEN Hong-jiao^{1,2,3}, QIU Ji-hong^{1,2,4}, XU Fang^{1,2,4}

- (1. State Key Laboratory of Robotics, Shenyang Institute of Automation (Chinese Academy of Sciences), Shenyang 110016, China; 2. Institutes for Robotics and Intelligent Manufacturing, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110169, China; 3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;
4. Shenyang SIASUN Robot & Automation Co. Ltd., Shenyang 110168, China)

Abstract: Aiming at solving the problem of accurate connection between the current-point and the goal-point of forklift, a path planning method based on polynomial spiral line was proposed. Firstly, the operation process of forklift was analyzed, and the task of forklift path planning was clarified. Then, the kinematics model of forklift and the basic properties of polynomial spiral line were studied, the target point was transformed to the unit circle of the first quadrant by using the symmetry and scaling of polynomial spiral line, the number of optimization variables was reduced by using the linear relationship of polynomial coefficients, the start and end state constraints of path as well as the kinematic constraints of forklift were considered, the objective function of minimizing curvature cost based on polynomial spiral line was constructed. Finally, 23 typical planning scenarios were selected to verify the algorithm in MATLAB. The results show that the path meets the state constraints of the starting point and the target point, which satisfies operation requirements of forklift; the path curvature conforms to the kinematic constraints of the forklift; the algorithm has no special need for the steering angle of the planned starting point and is still applicable to the scene with large deviation of the transverse distance and heading angle of the target point, which verifies the feasibility of the algorithm.

Key words: loading and unloading machinery; state constraints; kinematic constraints; forklift kinematics model; minimizing curvature cost; objective function; path curvature

收稿日期:2022-02-27

基金项目:山东省重大科技创新工程项目(2019JZZY010128)

作者简介:申红娇(1997-),女,山东聊城人,硕士研究生,主要从事机器人路径规划与运动控制方面的研究。E-mail:shenhongjiao@sia.cn

0 引言

通常,码头、工厂、仓库等场合需要叉车完成货物的装卸。人工驾驶叉车具有危险性大、易疲劳、用工成本高、难以精确到达目标点的缺点。

随着移动机器人技术的发展,智能叉车取代驾驶员逐渐成为可能^[1]。路径规划是智能车辆的关键技术之一,一直以来都是叉车研究的热点^[2,3]。

王洪斌等人^[4]提出了一种 A* 与动态窗口算法相结合的移动机器人路径规划算法,该算法考虑了车辆的运动学约束,但是并未考虑目标点的航向角约束。STRUB M P 等人^[5]研究了基于随机采样的路径规划算法,但是该算法的规划结果具有随机性。REEDS J A 和 SHEPP R A^[6]针对泊车问题提出了一种圆弧与直线组合的路径规划算法,但是该算法的路径曲率不连续。张家旭等人^[7]利用回旋线连接半径不同的圆弧,从而得到了曲率连续的平行泊车路径,但是该算法的可行泊车起点区域十分有限。魏勇等人^[8]研究了粒子群算法在移动机器人上的应用,但该算法并未考虑起终点的航向角和曲率约束。吕恩利等人^[9]提出了一种基于三次 B 样条曲线优化的叉车托盘拾取路径规划算法,通过该算法可得出曲率连续的路径;但是当终点相对于起点的横向距离或航向角偏差较大时,存在难以求解的问题。李红等人^[10]提出了基于四次 B 样条曲线的无人驾驶汽车平行泊车路径规划算法,该算法要求车辆的起点航向与目标车位平行,但叉车在实际作业过程中通常难以满足该条件。曾德全等人^[11]基于三次 B 样条曲线设计了一种无人驾驶汽车高实时性连续避障规划算法,规划结果满足起点和终点的位姿约束与车辆的运动学约束;但是该算法仅适用于车道行驶工况。吴冰等人^[12]设计了基于径向基函数(radial basis function, RBF)神经网络的平行泊车路径规划算法,但该算法需要大量实验数据构建控制模型。陈鑫等人^[13]针对自动泊车问题,提出了基于深度强化学习的路径规划算法,但是该算法的规划结果严重依赖于模型训练数据。霍旭坤等人^[14]提出了一种基于转向角变换的智能叉车运动规划算法;但是该算法要求起点的转向角为零,难以在实际中应用。

基于以上研究,为使叉车能精确到达目标点,笔者提出一种基于多项式螺旋线优化的路径规划算法,即在使路径满足起点和目标点的状态约束与叉车的运动学约束的前提下,构建基于多项式螺旋线的曲率代价最小化目标函数,在 MATLAB 中选取典型实验场景对算法进行验证,并对实验结果进行分析。

1 叉车作业路径规划任务

叉车作业流程图如图 1 所示。

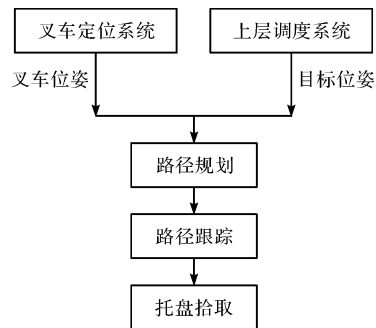


图 1 叉车作业流程图

叉车在作业时,首先会通过叉车定位系统获取叉车在全局坐标系的当前位姿,通过上层调度系统获取叉车的目标位姿,并将其发送给叉车;然后,考虑叉车当前位姿和目标位姿进行路径规划;最后,通过叉车运动控制算法完成路径跟踪,叉车到达目标点后进行托盘拾取。

笔者的研究重点为叉车的路径规划算法。笔者研究的叉车作业场景如图 2 所示。

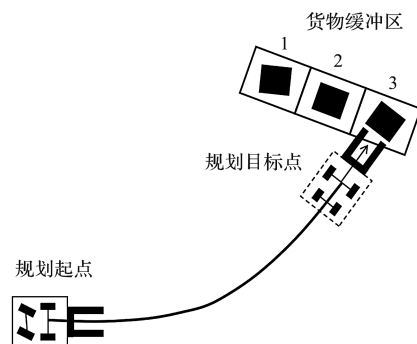


图 2 叉车作业场景

叉车工作场景中设置有若干货物缓冲区,货物的摆放具有任意性。叉车是典型的前轮驱动、后轮转向的非完整约束车辆,为满足叉车的运动学约束,路径的曲率应连续,且小于叉车最小转弯半径的倒数。为避免叉车原地转向,其路径起点的曲率应满足叉车的前轮转角约束。为使货叉顺利插入托盘,路径终点的曲率应为零,并且满足目标点的位姿约束。

因此,叉车路径规划的任务为:规划出一条满足起点和目标点的位姿和曲率约束的路径,并使路径曲率连续,且满足叉车的运动学约束。

2 基于多项式螺旋线的路径规划算法

2.1 叉车运动学模型

在作业过程中,由于叉车行驶速度低,车轮与地面

之间的相对滑动可以忽略,因此,其车轮运动可视为纯滚动。

叉车的运动学模型如图 3 所示。

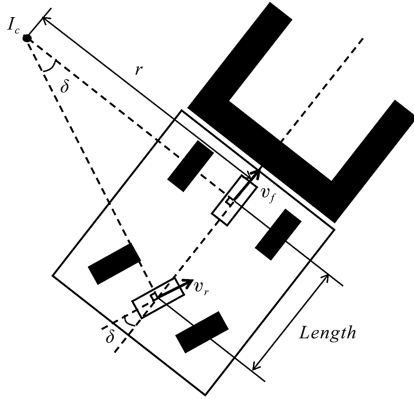


图 3 叉车运动学模型

L_c —叉车的速度瞬心; r —前轴中心转弯半径; $Length$ —前、后轴轴距; δ —转向轮转角; v_f —前轮轮速; v_r —后轮轮速

由图 3 可知:叉车前轴中心路径曲率、叉车转弯半径、转向轮转角的关系如下:

$$\kappa = \frac{1}{r} = \frac{\tan\delta}{Length} \quad (1)$$

式中: κ —前轴中心路径曲率, m^{-1} ; r —前轴中心转弯半径, m ; δ —转向轮转角, rad 。

2.2 多项式螺旋线

多项式螺旋线的曲率为弧长的多项式函数,则曲线上任意一点的曲率、角度和横纵坐标与该点弧长的关系如下^[15]:

$$\begin{aligned} \kappa(s) &= k_0 + k_1s + k_2s^2 + \dots \\ \theta(s) &= k_0s + \frac{k_1}{2}s^2 + \frac{k_2}{3}s^3 + \dots \\ x(s) &= \int_0^s \cos\theta(s) ds \\ y(s) &= \int_0^s \sin\theta(s) ds \end{aligned} \quad (2)$$

式中: s —多项式螺旋线上任一点弧长, m ; κ —多项式螺旋线上任一点曲率, m^{-1} ; θ —多项式螺旋线上任一点角度, rad ; x, y —多项式螺旋线上任一点横纵坐标, m, m ; k_0, k_1, k_2, \dots —多项式螺旋线的多项式系数, $m^{-1}, m^{-2}, m^{-3}, \dots$ 。

为了方便描述,笔者将多项式螺旋线上任意一点的位姿和曲率 $[x(s), y(s), \theta(s), \kappa(s)]$ 合称为该点的状态。

多项式螺旋线的对称和缩放性质如图 4 所示。

图 4 中, l_1 与 l_0 、 l_2 与 l_0 的参数变换关系如下:

$$[s_{j1}, a_1, b_1, c_1, \dots] = [s_{j0}, -a_0, -b_0, -c_0, \dots]$$

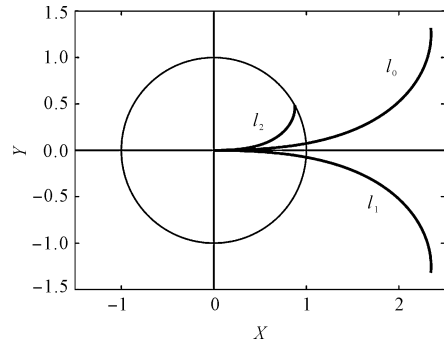


图 4 多项式螺旋线的对称和缩放性质

l_0 —多项式螺旋线; l_1 —与 l_0 关于 X 轴对称的多项式螺旋线; l_2 — l_0 的等比例缩放多项式螺旋线

$$[s_{j2}, a_2, b_2, c_2, \dots] = \left[\frac{s_{j0}}{p}, pa_0, p^2b_0, p^3c_0, \dots \right] \quad (3)$$

式中: s_{j0} — l_0 的弧长, m ; a_0, b_0, c_0, \dots — l_0 的多项式系数, $m^{-1}, m^{-2}, m^{-3}, \dots$; s_{j1} — l_1 的弧长, m ; a_1, b_1, c_1, \dots — l_1 的多项式系数, $m^{-1}, m^{-2}, m^{-3}, \dots$; s_{j2} — l_2 的弧长, m ; a_2, b_2, c_2, \dots — l_2 的多项式系数, $m^{-1}, m^{-2}, m^{-3}, \dots$; p —缩放系数, 1 。

图 4 中, 设多项式螺旋线 l_0 的起点和终点的状态分别为 $[0, 0, 0, \kappa_{s0}]$ 和 $[x_{s0}, y_{s0}, \theta_{s0}, \kappa_{s0}]$ 。根据式(2,3) 计算可得 l_1 的起点和终点状态分别为 $[0, 0, 0, -\kappa_{s0}]$ 和 $[x_{s0}, -y_{s0}, -\theta_{s0}, -\kappa_{s0}]$, l_2 的起点和终点状态分别为 $[0, 0, 0, p\kappa_{s0}]$ 和 $[x_{s0}/p, y_{s0}/p, \theta_{s0}, p\kappa_{s0}]$; 缩放系数 $p = \sqrt{x_{s0}^2 + y_{s0}^2}$ 时, l_2 的末端点位于单位圆上。

2.3 目标点变换

由于多项式螺旋线的形状完全由多项式系数和弧长决定,因此,基于多项式螺旋线的路径规划算法就是求解多项式系数和弧长的过程。

根据式(1),由叉车转向角计算出叉车当前点的路径曲率为 K_0 。设叉车目标点相对于叉车当前位姿的纵向距离为 X_f , 横向距离为 Y_f , 航向角为 Θ_f , 目标点的曲率为 K_f , 取 $R = \sqrt{X_f^2 + Y_f^2}$;

利用多项式螺旋线规划出一条连接叉车当前点和目标点的路径 L 。设 L 的多项式系数为 $[A, B, C, \dots]$, 弧长为 S_f , L 上任意一点的状态记为 $[X(S), Y(S), \Theta(S), K(S)]$, 其中, S 为任意一点的弧长;

利用式(3),对螺旋线 L 进行变换,可将叉车到任意目标点的路径规划问题转化为与第一象限四分之一单位圆上点的连接问题,从而缩小弧长的取值范围,加快求解速度。

变换原理如下:

设变换后的新螺旋线 l 的多项式系数为 $[a, b, c, \dots]$, 弧长为 s_f , l 上任一点的状态记为 $[x(s), y(s), \theta$

$(s), \kappa(s)]$ 。求解出 l 的多项式系数和弧长, 然后进行逆变换, 即可得到 L 的多项式系数和弧长。

若原目标点位于第一象限, 仅需对 L 进行缩放, l 的起点和终点应满足的状态约束如下:

$$\begin{aligned} [x(0), y(0), \theta(0), \kappa(0)] &= [0, 0, 0, RK_0] \\ [x(s_f), y(s_f), \theta(s_f), \kappa(s_f)] &= \left[\frac{X_f}{R}, \frac{Y_f}{R}, \Theta_f, RK_f \right] \end{aligned} \quad (4)$$

若原目标点位于第二象限, 需进行镜像和缩放, l 的起点和终点应满足的状态约束如下:

$$\begin{aligned} [x(0), y(0), \theta(0), \kappa(0)] &= [0, 0, 0, -RK_0] \\ [x(s_f), y(s_f), \theta(s_f), \kappa(s_f)] &= \left[\frac{X_f}{R}, -\frac{Y_f}{R}, -\Theta_f, -RK_f \right] \end{aligned} \quad (5)$$

为方便描述, 笔者将 l 的起点和终点的状态约束分别记为 $[0, 0, 0, \kappa_0]$ 和 $[x_f, y_f, \theta_f, \kappa_f]$ 。

2.4 多项式螺旋线的约束条件

l 应满足起点和终点的状态约束, 并使路径曲率符合叉车的运动学约束。

显然, l 起点处的弧长为 0, 根据式(2), 起点的位姿约束自然得到满足。 l 终点的状态约束构成的非线性方程组难以求解, 因此, 笔者采用优化的方法进行求解。

为了使 l 满足起点的曲率约束与终点的横坐标、纵坐标、航向角和曲率约束这 5 个约束条件, 并能够对整条路径的平滑性代价进行优化, 笔者取 l 的曲率表达式为四次多项式, 即 l 的多项式系数为 $[a, b, c, d, e]$ 。

为使 l 起点的曲率约束被满足, 令 $a = \kappa_0$ 。令 l 始终满足终点的曲率和航向角约束, 并利用 b, c, s_f 表示 d, e , 可推导出 d, e 如下:

$$\begin{aligned} d &= \left(-\frac{4\kappa_f}{s_f^3} + \frac{20\theta_f}{s_f^4} - \frac{16a}{s_f^3} \right) - \frac{6}{s_f^2}b - \frac{8}{3s_f}c \\ e &= \left(\frac{5\kappa_f}{s_f^4} - \frac{20\theta_f}{s_f^5} + \frac{15a}{s_f^4} \right) + \frac{5}{s_f^3}b + \frac{5}{3s_f^2}c \end{aligned} \quad (6)$$

因此, 只需对 b, c, s_f 3 个变量进行优化求解, 便可求得最优路径。

为满足作业需求, 叉车到达目标点时的距离误差应在允许范围内, 与之对应, l 的终点位置应满足的约束如下:

$$\sqrt{[x(s_f) - x_f]^2 + [y(s_f) - y_f]^2} < \frac{\Delta}{R} \quad (7)$$

式中: Δ —叉车到达目标点时允许的最大距离误差, m。

为了满足叉车的运动学约束, L 上任意一点的曲

率 $K(S)$ 应小于叉车最小转弯半径的倒数, 与之对应, l 上任意一点应满足的曲率约束如下:

$$\kappa(s) < \frac{R}{r_{\min}} \quad (8)$$

式中: r_{\min} —叉车最小转弯半径, m。

由于终点位于单位圆上, 因此 l 的弧长 s_f 范围较为固定。根据对大量规划结果的弧长数据分布规律总结可知, 目标点位于第一象限的四分之一单位圆上、目标点航向角范围为 $[-\pi/2, \pi/2]$ 时, l 的弧长范围与终点航向角的关系如下式所示:

$$1 + \frac{\theta_f^2}{5} \leq s_f \leq 2 + \frac{\theta_f^2}{5} \quad (9)$$

2.5 目标函数优化

为使 l 尽量平滑并缩短路径长度, 曲率最小化目标函数及其约束条件如下:

$$\begin{aligned} \min \int_0^{s_f} \frac{1}{2} \kappa^2(s) ds \\ \left\{ \begin{aligned} \kappa(s) &< \frac{R}{r_{\min}} \\ \sqrt{[x(s_f) - x_f]^2 + [y(s_f) - y_f]^2} &< \frac{\Delta}{R} \\ 1 + \frac{\theta_f^2}{5} &\leq s_f \leq 2 + \frac{\theta_f^2}{5} \end{aligned} \right. \quad (10) \end{aligned}$$

3 仿真实验与结果分析

MATLAB 遗传算法工具箱中的 GA 函数用于求解多约束条件模型的优化函数^[16]。

建立叉车路径规划的数学模型后, 以 b, c, s_f 为优化变量, 以式(10)为目标函数和约束条件, 调用 GA 函数, 即可求得多项式螺旋线的弧长和多项式系数。

3.1 典型场景曲线参数求解

此处仿真所采用的叉车型号为杭叉 A30。

杭叉 A30 的基本参数如表 1 所示。

表 1 杭叉 A30 基本参数

车身长度 /m	车身宽度 /m	前、后轮轴距/m	最大转向角/rad	最小转弯半径/m
2.450	1.200	1.629	1.047	0.940 7

根据表 1, 可推导出路径的曲率应小于 1.063 m^{-1} 。根据作业要求, 叉车到达终点时与目标点的距离误差应小于 10 cm; 考虑到路径跟踪误差, 规定路径的终点与目标点的距离误差应小于 5 cm。

当目标点与叉车纵向距离约为 6.5 m 时, 便可得到目标点的位姿, 因此, 在仿真时, 笔者令目标点相对

于叉车的纵向距离固定为 6 m,只考虑目标点相对于叉车当前位姿的横向距离和航向角。

仿真场景示意图如图 5 所示。

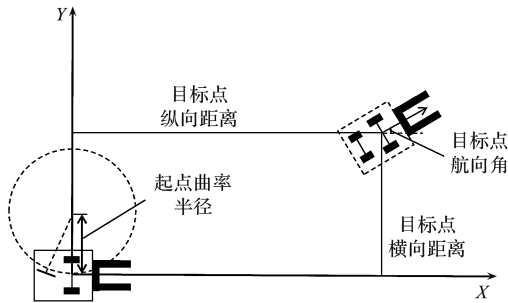


图 5 仿真场景示意图

根据叉车起点曲率、目标点横向距离和航向角的不同,笔者选取起点曲率为 0.1 m^{-1} 、 0.5 m^{-1} 、 -0.5 m^{-1} ,横向距离为 0.5 m、2 m、4 m,航向角为 0 rad 、 $\pm \pi/12 \text{ rad}$ 、 $\pm \pi/6 \text{ rad}$ 、 $\pm \pi/2 \text{ rad}$ 等 23 种典型规划场景,采用 GA 函数求解各个场景下的螺旋线参数。

不同典型场景下的参数求解结果如表 2 所示。

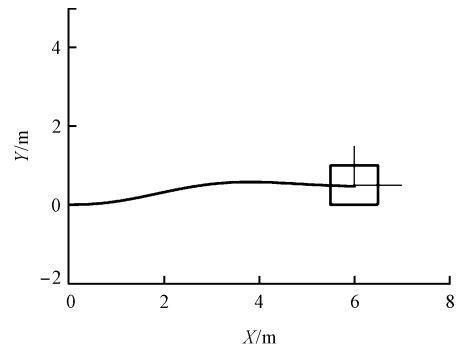
表 2 不同典型场景下的参数求解结果

场景	起点曲率 / m^{-1}	目标点横向距离 /m	目标点航向角 /rad	b/m^{-2}	c/m^{-3}	s_p/m
1	0.1	0.5	0	12.838 1	-82.983 8	1.009 8
2	0.1	0.5	$\pi/12$	-29.922 8	155.351 2	1.013 7
3	0.1	0.5	$-\pi/12$	4.637 8	-18.973 6	1.013 7
4	0.1	0.5	$\pi/6$	-44.468 9	215.942 3	1.080 0
5	0.1	0.5	$-\pi/6$	19.483 4	-91.179 5	1.055 0
6	0.1	0.5	$\pi/2$	-37.180 5	118.294 4	1.510 2
7	0.1	0.5	$-\pi/2$	26.262 4	-85.828 9	1.520 1
8	0.1	2	0	6.413 6	-4.613 1	1.016 5
9	0.1	2	$\pi/12$	-8.379 1	67.921 0	1.015 9
10	0.1	2	$-\pi/12$	5.903 6	9.848 7	1.040 0
11	0.1	2	$\pi/6$	-30.128 7	172.803 1	1.054 8
12	0.1	2	$-\pi/6$	8.813 6	2.161 9	1.076 1
13	0.1	2	$\pi/2$	-35.884 5	125.468 6	1.493 5
14	0.1	2	$-\pi/2$	21.246 8	-55.283 8	1.500 2
15	0.1	4	0	10.038 5	5.205 8	1.080 0
16	0.1	4	$\pi/12$	12.559 2	-16.931 5	1.040 9
17	0.1	4	$-\pi/12$	12.453 9	-0.706 3	1.109 2
18	0.1	4	$\pi/6$	-28.581 5	183.435 5	1.126 8
19	0.1	4	$-\pi/6$	11.317 2	7.603 9	1.166 7
20	0.1	4	$\pi/2$	-33.086 8	125.941 0	1.493 5
21	0.1	4	$-\pi/2$	10.283 0	-1.329 3	1.519 8
22	0.5	4	$-\pi/2$	-2.655 2	2.000 8	1.590 0
23	-0.5	4	$-\pi/2$	15.305 6	11.280 5	1.994 1

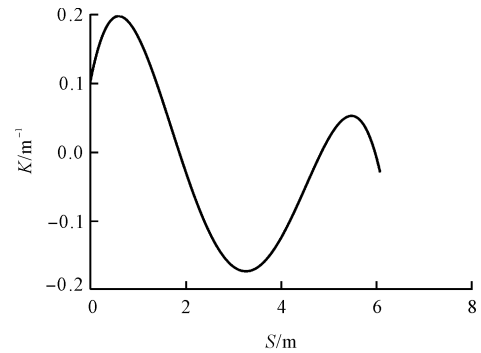
3.2 典型场景仿真结果分析

笔者选取表 2 中的场景 1、场景 21、场景 23 这 3 个典型场景进行仿真。

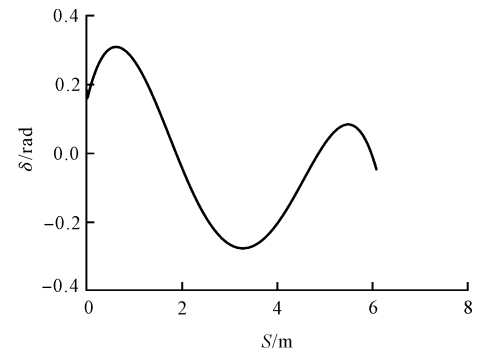
场景 1 仿真结果如图 6 所示。



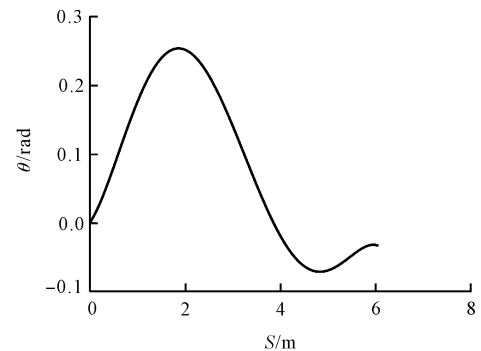
(a) 路径规划结果



(b) 路径曲率随弧长的变化曲线



(c) 等效转向角随弧长的变化曲线



(d) 航向角随弧长变化曲线

图 6 场景 1 仿真结果

场景 21 仿真结果如图 7 所示。

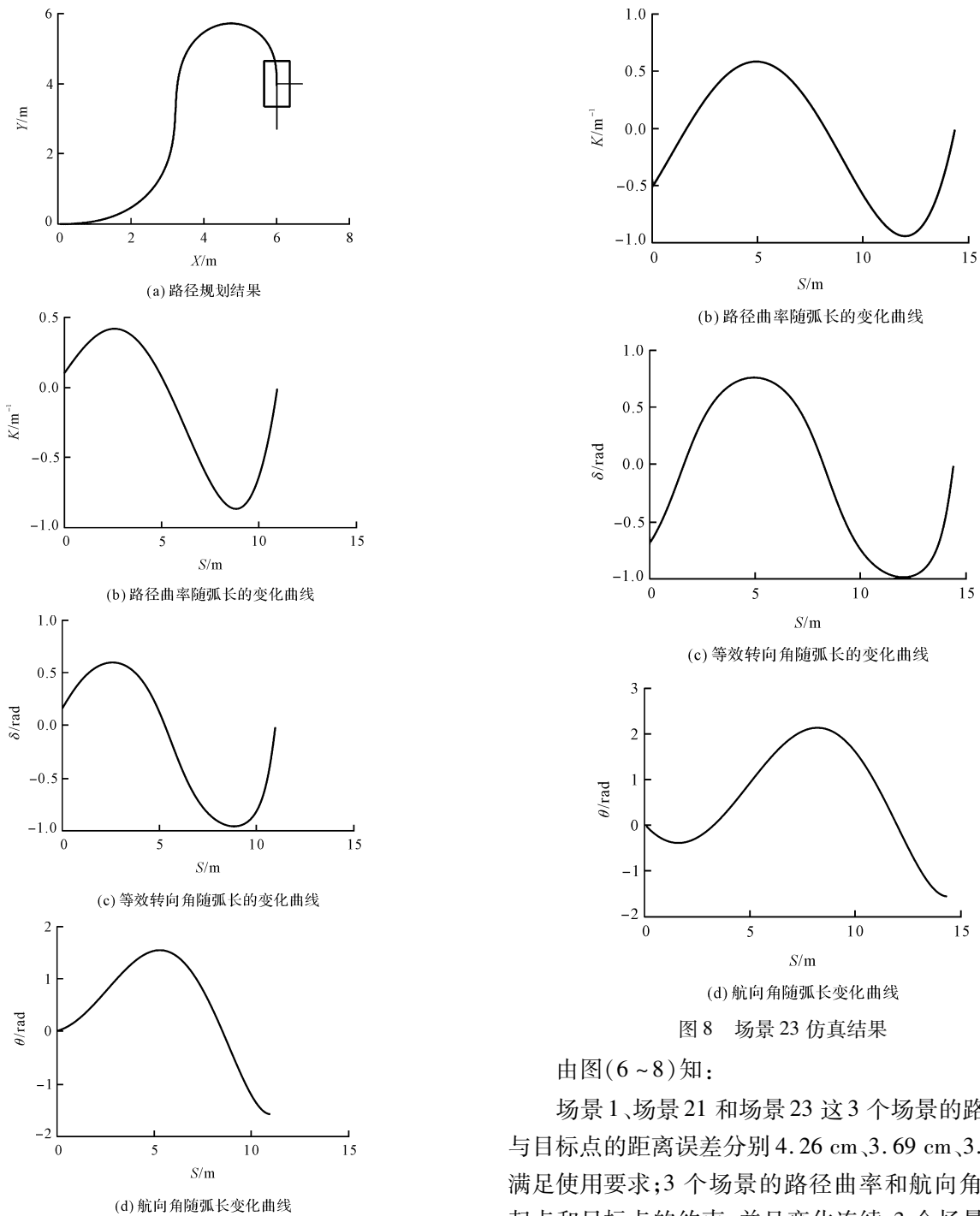


图 7 场景 21 仿真结果

场景 23 仿真结果如图 8 所示。

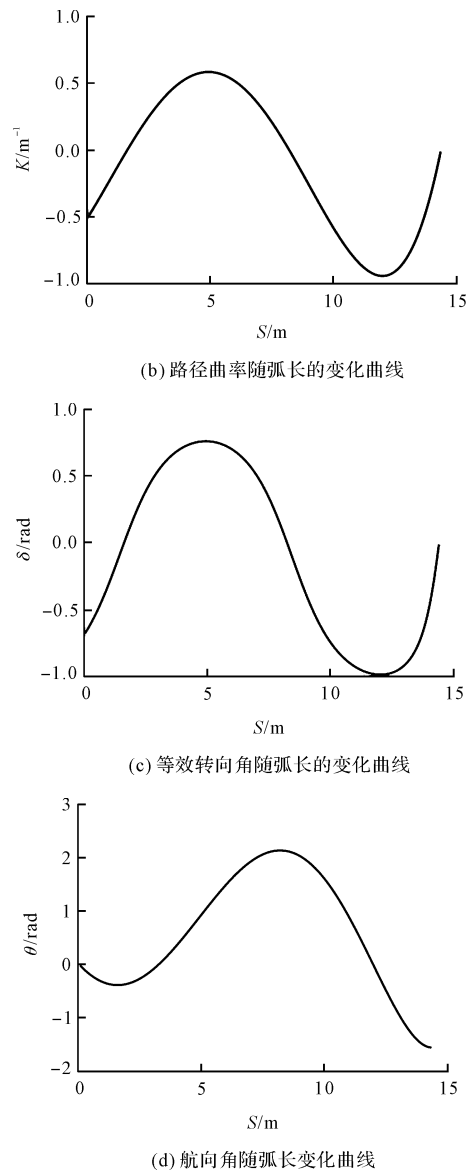
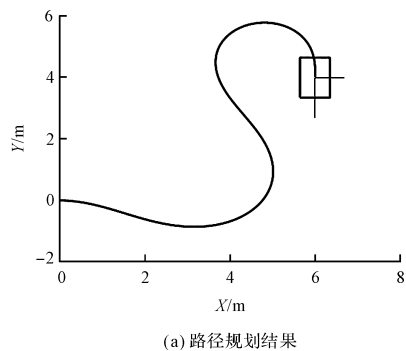


图 8 场景 23 仿真结果

由图(6~8)知:

场景 1、场景 21 和场景 23 这 3 个场景的路径终点与目标点的距离误差分别 4.26 cm、3.69 cm、3.24 cm, 满足使用要求;3 个场景的路径曲率和航向角均符合起点和目标点的约束,并且变化连续;3 个场景的路径最大曲率分别为 0.1981 m^{-1} 、 -0.8662 m^{-1} 、 -0.9171 m^{-1} ,最大等效转向角分别为 0.3122 rad 、 -0.9543 rad 、 -0.9809 rad ,均小于杭叉 A30 的最小转弯半径倒数和最大转向角,符合叉车的运动学约束。

对比场景 1、场景 21 的仿真结果可知:在起点状态和纵向距离相同时,目标点相对于叉车的横向距离和角度偏差越大,路径的曲率越大;

对比场景 21 和场景 23 的仿真结果可知:目标点状态相同时,起点的曲率越大,路径越曲折。因此,应尽量减小目标点相对于叉车的横向距离、航向角和叉

车起点处的转向角,从而降低路径跟踪的难度。

4 结束语

为了使智能叉车能精确到达目标点,笔者提出了一种基于多项式螺旋线的路径规划算法,即在使路径满足起点和目标点的状态约束与叉车的运动学约束的前提下,构建了基于多项式螺旋线的曲率代价最小化目标函数,在 MATLAB 中选取了 23 种典型实验场景对算法进行了验证,并对实验结果进行了分析。

研究结果表明:

(1) 路径满足起点和目标点的位姿和曲率约束,路径的曲率、等效转向角变化连续,符合叉车的运动学约束;

(2) 算法对于起点的转向角无特殊要求,对于目标点横向距离和航向角较大的规划场景仍然适用;

(3) 对于最小转弯半径较大的叉车,需再增大规划距离,才能使路径符合叉车的运动学约束。

目前,笔者提出的算法只考虑了叉车的前进运动。在后续的研究中,笔者将对叉车的进退式路径进行规划,以便使叉车能够在更狭窄的工作场景中进行作业。

参考文献 (References):

- [1] 赵皎云. 无人叉车市场现状与发展趋势分析[J]. 物流技术与应用, 2021, 26(8): 80-82.
- [2] GONZÁLEZ D, PÉREZ J, MILANÉS V, et al. A Review of motion planning techniques for automated vehicles[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2016, 17(4): 1135-1145.
- [3] GASPARETTO A, BOSCARIOL P, LANZUTTI A, et al. Path planning and trajectory planning algorithms: A General Overview[M]. Springer International Publishing, 2015.
- [4] 王洪斌,尹鹏衡,郑维,等. 基于改进的 A* 算法与动态窗口法的移动机器人路径规划[J]. 机器人, 2020, 42(3): 346-353.
- [5] STRUB M P, GAMMELL J D. Advanced BIT* (ABIT*): Sampling-based Planning with Advanced Graph-search Techniques [C]//2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2020: 130-136.
- [6] REEDS J A, SHEPP R A. Optimal paths for a car that goes both forward and backward [J]. *Pacific Journal of Mathematics*, 1990, 145(2): 367-393.
- [7] 张家旭,赵健,施正堂,等. 基于回旋曲线的平行泊车路径规划和跟踪控制[J]. 吉林大学学报:工学版, 2020, 50(6): 2247-2257.
- [8] 魏勇,赵开新,王东署. 改进粒子群算法在移动机器人路径规划中的应用[J]. 火力与指挥控制, 2018, 43(2): 41-43.
- [9] 吕恩利,林伟加,刘妍华,等. 基于 B 样条曲线的智能叉车托盘拾取路径规划研究[J]. 农业机械学报, 2019, 50(5): 394-402.
- [10] 李红,王文军,李志强. 基于 B 样条理论的平行泊车路径规划[J]. 中国公路学报, 2016, 9(9): 143-151.
- [11] 曾德全,余卓平,张培志,等. 三次 B 样条曲线的无人车避障轨迹规划[J]. 同济大学学报:自然科学版, 2019, 47(S1): 159-163.
- [12] 吴冰,钱立军,虞明,等. 基于 RBF 神经网络的自动泊车路径规划[J]. 合肥工业大学学报:自然科学版, 2012, 35(4): 459-462, 540.
- [13] 陈鑫,兰凤崇,陈吉清. 基于改进深度强化学习的自动泊车路径规划[J]. 重庆理工大学学报:自然科学版, 2021, 35(7): 17-27.
- [14] 霍旭坤,马晓录,刘艳,等. 基于转向角变换的智能转运叉车运动规划研究[J]. 机电工程, 2021, 38(9): 1212-1220.
- [15] KELLY A, NAGY B. Reactive Nonholonomic trajectory generation via parametric optimal control. [J]. *International Journal of Robotics Research*, 2003, 22(7-8): 583-601
- [16] 龚纯,王正林. 精通 MATLAB 最优化计算[M]. 北京: 电子工业出版社, 2009.

[编辑:李辉]

本文引用格式:

申红娇,邱继红,徐方. 基于多项式螺旋线的智能叉车路径规划研究[J]. 机电工程, 2022, 39(10): 1477-1483.

SHEN Hong-jiao, QIU Ji-hong, XU Fang. Path planning of intelligent forklift based on polynomial spiral line [J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2022, 39(10): 1477-1483.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>