

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2022.01.014

# 复频超声加工中的非线性特征研究\*

刘志远, 王时英\*, 卢 枫, 刘贝贝

(太原理工大学 机械与运载工程学院, 山西 太原 030000)

**摘要:**在复频超声加工过程中,自由质量块由于多次随机碰撞会产生复杂的非线性运动,针对这一问题,在分析了自由质量块运动特性的前提下,建立了其振动系统的时域离散动态映射状态矩阵,求得了振动过程的吸引子或吸引盆。根据初始状态参数和动力学参数,采用面向集合的数值计算方法(GAIO),求出了自由质量块的位移函数曲线和速度函数曲线;分别取不同的细分次数 $n=8, 16, 24$ ,对自由质量块的位移函数曲线进行了对比分析,将通过高速摄像机拍摄的自由质量块的非线性运动结果和 GAIO 计算的非线性运动结果进行了对比分析。研究表明:在不同细分次数的比较过程中,在准确性上,细分次数 $n=16$ 时绘制的位移函数曲线优于 $n=8$ 时绘制的曲线,在计算时间上要少于 $n=24$ ;高速摄像机拍到的实验结果与 GAIO 算法下的计算结果的相对误差均在 5% 以内,证明了 GAIO 算法的优越性。

**关键词:**复频超声加工;非线性特征;自由质量块;面向集合的数值计算方法

中图分类号:TH16;TH113.1;TG663 文献标识码:A

文章编号:1001-4551(2022)01-0094-06

## Nonlinear characteristics of multi-frequency ultrasonic machining

LIU Zhi-yuan, WANG Shi-ying, LU Feng, LIU Bei-bei

(School of Mechanical and Transportation Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030000, China)

**Abstract:** In the process of multi-frequency ultrasonic machining, complex nonlinear motion was generated by multiple random collisions of free masses. Aiming at this problem, the time-domain discrete dynamic mapping state matrix of the vibration system was established on the premise of fully understanding the motion characteristics of the free mass. The attractor or basin of attraction in the vibration process of the free mass was obtained. According to the initial state parameters and dynamic parameters, global analysis of invariant objects (GAIO) was used. The displacement function curve and velocity function curve of the free mass were obtained. Different subdivision times  $n=8, 16, 24$  were taken to compare and analyze the displacement function curve of the free mass, and the nonlinear motion results of the free mass captured by the high-speed camera with the nonlinear motion results calculated by global analysis of invariant objects analyze were compared. The results show that in the comparison of different subdivision times, the displacement function curve drawn by the subdivision times  $n=16$  is better than the displacement function curve drawn by the subdivision times  $n=8$  in accuracy, and the calculation time is less than  $n=24$ ; The relative errors between the results and the calculation results under the GAIO algorithm are both within 5%, which proves the superiority of the GAIO algorithm.

**Key words:** multi-frequency ultrasonic machining; nonlinear characteristics; free mass; global analysis of invariant objects (GAIO)

## 0 引 言

近年来,随着经济的快速发展,各个行业对新型材料的需求也越来越大。因为其优异的性能,所以新型

材料(例如工程陶瓷等)在高精尖领域扮演着越来越重要的角色<sup>[1]</sup>。

因为其脆硬的特性,所以工程陶瓷在加工过程中经常会发生崩边问题,加大了工程陶瓷材料加工时的

收稿日期:2021-08-16

基金项目:山西省自然科学基金资助项目(201801D121176);山西省重点研发计划资助项目(201903D121068)

作者简介:刘志远(1996-),男,山西阳泉人,硕士研究生,主要从事功率超声加工方面的研究。E-mail:935828608@qq.com

通信联系人:王时英,男,教授,硕士生导师。E-mail:wsyabcde@163.com

难度<sup>[2]</sup>。

传统的机械加工<sup>[3]</sup>、激光加工<sup>[4]</sup>、电火花加工<sup>[5]</sup>、超声加工<sup>[6]</sup>等等方法都可以对工程陶瓷进行加工。而其中,超声加工是利用超声波特性对材料的表面进行高频冲击加工的一种加工方法。传统的超声加工采用单一的振动方式,其产生的振幅小,加工效率也不高。

复频超声加工是指在原有超声加工过程中,在变幅杆和钻头之间加入了一自由质量块,自由质量块产生的低频大振幅振动和超声波发生器产生的高频小振幅振动使钻杆产生复频冲击,将其施加在材料的表面,以此来达到高效去除材料的目的。

方桂飞等人<sup>[7,8]</sup>建立了自由质量块的数学模型,设计并加工了一套复频超声加工装置,并采用该复频超声加工装置,对陶瓷材料进行了加工实验研究。胡叶妮等人<sup>[9]</sup>分析了不同自由质量块对复频超声加工效率的影响。霍瑞超等人<sup>[10]</sup>主要对超高导热陶瓷基板复频超声加工方法进行了研究,建立了“刚柔并济”的复频超声加工试验系统。在复频超声加工实验过程中,存在复频超声加工单元发热、自由质量块变形以及钻杆更换不便等问题。

目前,国内的学者对复频超声加工进行了很多研究,其中包括对变幅杆和钻杆、自由质量块和工程陶瓷所进行的研究。但是,国内学者对自由质量块运动特性方面开展的研究较少。

在复频超声加工过程中,由于自由质量块和变幅杆之间会发生多次碰撞,自由质量块的运动是复杂非线性的。由于自由质量块运动的不确定性,目前,尚没有很好的数值计算方法可以用来描述自由质量块的运动。

针对自由质量块的复杂非线性运动,笔者建立其振动系统的时域离散动态映射状态矩阵,利用面向集合的数值方法(GAIO)求得自由质量块振动过程的吸引子与吸引盆,描述自由质量块的碰撞振动过程,为复频超声振动系统稳定性的提高奠定理论基础。

## 1 面向集合的数值计算方法

面向集合的数值计算方法(GAIO)是用于对动态系统中不变对象做全局分析的 MATLAB 工具箱。GAIO 为面向集合的计算提供数据结构和算法,实现快速计算和信息直观化的目的。

GAIO 主要可以解决以下几种问题,具体包括:

- (1)任意维度或拓扑的不变集(最大不变集,链循环集,周期点,全局吸引子);
- (2)不变流形(任意不变集的稳定/不稳定流形);
- (3)不变量度,几乎不变的集,连贯集;

(4)值函数,用于优化控制问题。

吸引子或吸引集用来描述相位空间的部分或子集。随着时间的推移,吸引子是一种不变集,找到吸引子是表征动态系统的长期行为的重要方式。

全局吸引子被定义为动态系统的每个轨道接近的集合。假设动态系统在一个集合上定义,首先在集合中指定想要分析动态行为的框;在第一步中,细分该框并抛弃不包含部分相对全局吸引子的盒子;然后以相同的方式进行再次细分。概括地说,即使用单元映射技术与细分过程结合的方式,以接近全局吸引子。使用这个概念来推导一个数字方法,可以将全局吸引子达到指定的准确性近似。在细分过程中,可以根据收缩率和细化速度来获得误差估计。

在计算过程中,面向集合的数值计算方法(GAIO)可以分成以下两个次数:

(1)细分。从一个有限大子集开始,它覆盖了想要分析动力学行为的域;将这些集合细分为更小的集合,并丢弃不包含部分相对全局吸引子的子集;用新的(更小的)集合继续这个过程;

(2)选择。选择吸引子或吸引盆落在的那些盒子,丢弃吸引盆和吸引子没落在的那些盒子;所有有吸引子和吸引盆的盒子对吸引子和吸引盆进行覆盖,得到理想的图形。

通常,动态系统可以被分为二维动态系统和三维动态系统。

其中,二维的动态系统有:

$$f(x) = \begin{pmatrix} 1 - 1.2x_1^2 + x_2/5 \\ x_1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

此处,笔者选择 $[-2, 2] \times [-2, 2]$ 作为二维图形坐标的范围。

在细分次数为6,通过算法获得的覆盖物如图1所示。

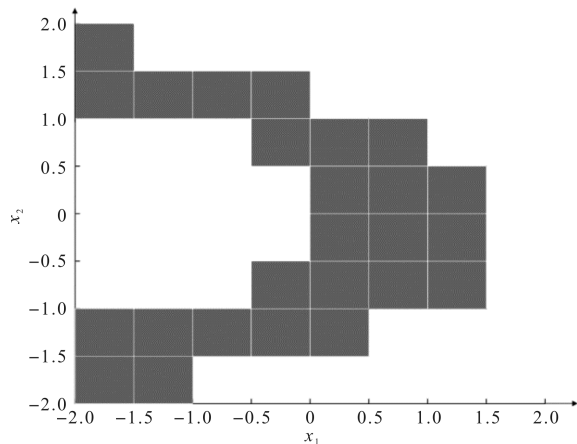


图1 细分次数为6时所得到的覆盖物

图 1 中,在经过了 6 个细分次数后,对动态系统有了大概的了解,但图形的准确性还有待于进一步的提高。

其中的三维动态系统有:

$$f(x) = \begin{pmatrix} x_2 - \mu x_1 \\ \lambda x_2 (1 - x_1) \\ x_1 - \gamma x_3 \end{pmatrix} \quad (2)$$

此处,笔者设置  $\lambda = 2.35, \mu = 0.5, \gamma = 0.1$ ; 并且选择  $[-0.38, 0.98] \times [0.05, 1.45] \times [-0.38, 0.98]$  作为三维图形坐标的范围。

在细分次数  $k = 5$  时,通过算法获得的覆盖物如图 2 所示。

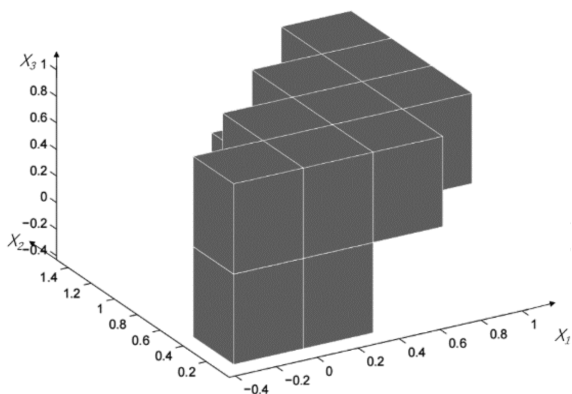


图 2 细分次数为 5 时所得到的覆盖物

图 2 中,由于这些覆盖物是由相对全局吸引子自动覆盖的,细分算法的近似比通过直接仿真获得的结果更加精确。

在细分次数  $k = 22$  时,通过算法获得的覆盖物如图 3 所示。

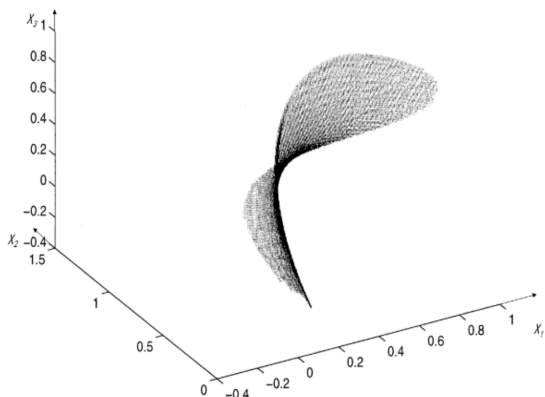


图 3 细分次数为 22 时所得到的覆盖物

图 3 中,当细分次数为 22 时,图形准确率得到了进一步提高,但此时计算机计算时间也随之加长。所以选择合适的细分次数显得尤为重要,过长不行,过短也不行。

## 2 复频超声系统的组成

复频超声加工系统主要由 5 部分组成,即超声波发生器、换能器、变幅杆、自由质量块和钻杆。

复频超声系统核心结构示意图如图 4 所示。

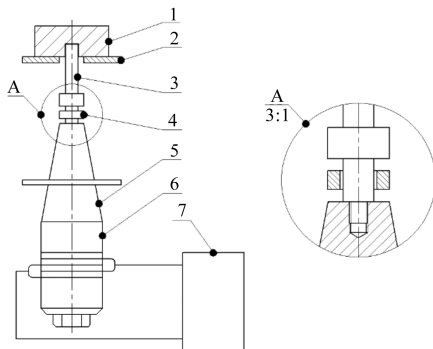


图 4 复频超声系统核心结构示意图

1—工件;2—工作台;3—钻杆;4—自由质量块;5—变幅杆;6—换能器;7—超声波发生器

图 4 中,系统各部件功能介绍如下:

超声波发生器是超声系统的动力来源;

换能器将高频电信号转换为机械振动能量,通过变幅杆、自由质量块、钻杆最终传递给工件;

变幅杆可以将质点位移进行放大,将超声波发生器产生的高频能量集中在变幅杆面积较小的端面上,以实现能量的聚集;

自由质量块是复频加工系统的核心,变幅杆的高频小振幅振动传递到自由质量块,自由质量块会将接收的能量进行二次传递,产生低频大振幅振动;

钻杆会与工件直接接触,钻杆产生高速冲击,对工件进行切削加工。

## 3 复频超声加工中的非线性特性

在国外,DELLNITZ M 等人<sup>[11-15]</sup>在“动力系统的理论,分析和有效模拟”的研究中,对动力系统有了更为深入的理解。DELLNITZ M 认为,动力学系统的每个不变集合都是全局吸引子的一部分;他对于复杂的运动学行为逼近也进行了一定的研究,并且提出了一种复杂动力学行为数值逼近的有效技术。

在国外专家的理论基础上,国内学者对复频超声加工的非线性特性进行了一定的研究,即参考非线性动力学理论,在建立合理假设的情况下,用面向集合的数值计算方法 GAIO 进行求解,描述自由质量块的碰撞振动过程。

自由质量块产生的运动位移为  $u(t)$ ,依照牛顿运

动定律,钻头的切削过程可表示为:

$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c_0 \frac{\partial u}{\partial t} + k_0 u = F(t) \quad (3)$$

式中:  $m$ —钻头的质量, kg;  $c_0$ —阻尼系数, N/(m · s<sup>-1</sup>);  $k_0$ —刚性系数, N/mm;  $F(t)$ —自由质量块对钻头施加的作用力, N。

自由质量块的运动是周期性的,碰撞时间短,可以近似认为其运动是周期性的矩形函数,可表示为:

$$F(t) = \begin{cases} 0, & nT < t < (n+1)T \\ F_0, & (n+1) < t < (n+1)T + t_0 \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $T$ —自由质量在钻头和变幅杆之间的运动时所需要的时间, s;  $t_0$ —自由质量与钻头的接触时间, s。

在  $t=0$  时,  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial u}{\partial t} = 0$ , 由傅里叶变换可得其位移为:

$$u(t) = \int_0^t F(\tau) H(t - \tau) d\tau \quad (5)$$

式中:  $h(t)$ —系统的响应函数。

由于自由质量块做的是周期性运动,其碰撞时间较短。在不考虑系统的阻尼系数的情况下,可以得到系统的响应函数  $h(t)$  为:

$$h(t) = \frac{1}{m\omega_n} \sin\omega_n t \quad (6)$$

笔者取其中的一个周期进行研究。

联立式(4~6),可以得到:

$$u(t) = \begin{cases} \frac{F_0}{K} [\sin\omega_n(t - T) - \sin\omega_n t], & 0 < t < T \\ \frac{F_0}{K} (1 - \sin\omega_n t), & T < t < T + t_0 \end{cases} \quad (7)$$

式(7)对  $t$  进行求导,可以得到相对应的速度函数,即:

$$\frac{\partial u(t)}{\partial t} = \begin{cases} \frac{\omega_n F_0}{k} [\sin\omega_n t - \sin\omega_n(t - T)], & 0 < t < T \\ \frac{\omega_n F_0}{k} \sin\omega_n t, & T < t < T + t_0 \end{cases} \quad (8)$$

对自由质量块的非线性特性进行研究,目的是了解自由质量块运动系统的全局结构。这将通过使用面向全局集合的方法(GAIO)来完成,而不是通过基于单个轨迹的长期计算的方法来完成。因为不变集是由复杂动力学系统生成的话,单个轨迹的计算可能会产生误导性的结果。

笔者使用面向集合的数值计算方法(GAIO)做以下工作:

首先,使用 GAIO 识别包含吸引子的区域。这可以通过细分和丢弃与图像本身不相交的所有框的循环来完成,其他的框覆盖所有吸引子;一旦定位了吸引子,应用算法到一个包含吸引子的矩形框中,从获得的矩形框集合开始,将它们向前映射一次迭代;

然后,将它们“命中”的矩形框添加到该集合中,再将这些新包含的框向前映射;

最后,通过重复该过程,完成由一个又一个矩形框形成函数曲线的覆盖。

在式(7,8)中,利用已知的系统参数,用面向集合的数值计算方法(GAIO)进行求解。

笔者用 MATLAB 中的 GAIO 工具箱绘制的自由质量块的运动函数曲线(选取不同的细分次数  $n=8, 16, 24$ ),如图 5 所示。

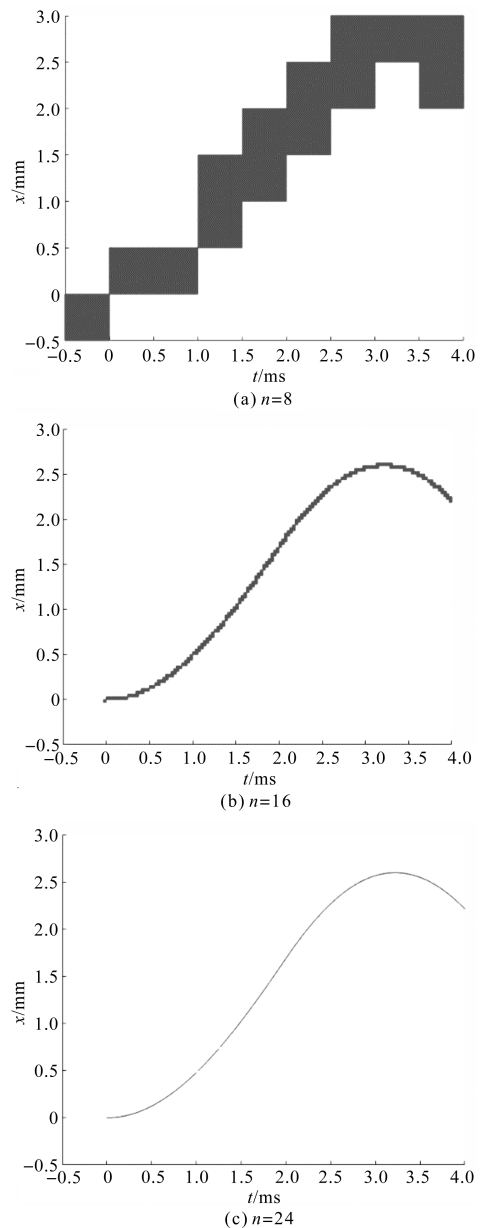


图 5 不同细分次数下的运动函数曲线

从不同细分次数下的运动函数曲线可以看出:当细分次数  $n=8$  时,函数曲线图形的准确性不高;当细分次数  $n=24$  时,函数曲线图形已经近似于一条平滑的曲线,但计算所需时间是细分次数  $n=16$  时的 5 倍以上。

笔者经过综合,考虑选用细分次数  $n=16$  的自由质量块的运动函数曲线。

选取细分次数  $n=16$ ,笔者用 MATLAB 中的 GAIO 工具箱绘制了自由质量块的速度函数曲线,如图 6 所示。

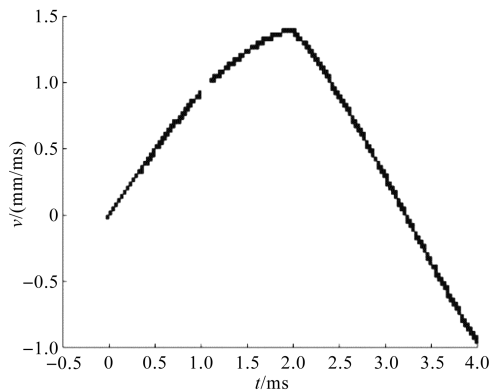


图 6 自由质量块的速度函数曲线

笔者以 4 ms 为一个周期,来分析自由质量块的运动函数曲线和速度函数曲线。

分析结果表明:自由质量块在 3.3 ms 时,运动到了最大位移 2.6 mm,此时的速度为 0;

自由质量块在 2 ms 时,速度最大为 1.4 mm/ms,此时自由质量块的位移为 1.5 mm。在图 6 的 1 ms 处,由于自由质量块运动的不确定性,此处包含吸引子的矩形框靠左或者靠右,才造成了 1 ms 处的函数曲线的空白。

从图(5,6)中可以看出:

在起始阶段函数曲线比较细,这是由于系统振动不明显,吸引子比较集中造成的。

根据图中获得的信息,可以从复杂非线性运动中了解到自由质量块在何处获得了最大速度,揭示了自由质量块的非线性动力学规律。

## 4 实验及结果分析

为了观察自由质量块的复杂运动,笔者采用千眼狼 X213 高速摄像机对自由质量块运动进行追踪拍摄。

在实验过程中,轴向静压力设定为 40 N,选用 4 mm 厚度的自由质量块对陶瓷样件进行加工。

笔者以 4 ms 为一个时间间隔,用高速摄像机拍摄

了自由质量块的运动情况,如图 7 所示。

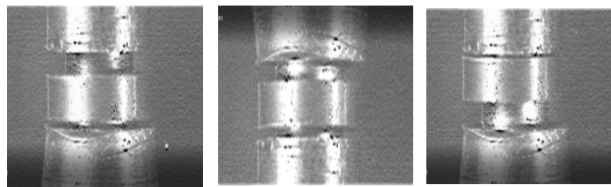


图 7 自由质量块运动情况的高速摄像跟踪

从高速摄像机拍摄得到自由质量块运动时间和运动位移的关系如图 8 所示。

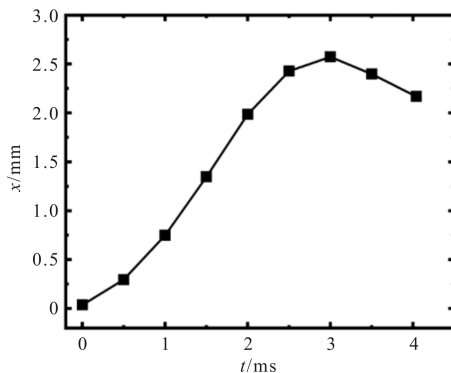


图 8 自由质量块运动位移和时间的关系

由图 8 可以看出:

从初始状态开始,自由质量块受重力的影响向上运动的时间比向下运动的时间要长,在 3 ms 时达到最大位移,位移为 2.5 mm。

对比图 5 和图 8 可知:自由质量块的实际运动位移与 GAIO 算法下的位移函数曲线的相对误差均在 5% 以内,并且在 0~4 ms 内具有趋势一致性;该结果证明了细分算法下计算模型的合理性。

## 5 结束语

针对自由质量块的复杂非线性运动,笔者对复频超声加工的非线性特性进行了研究;取不同的细分次数  $n=8,16,24$  对自由质量块的位移函数曲线进行了对比分析,并且用高速摄像机拍摄了自由质量块的实际运动情况。

研究表明:

(1) GAIO 可以将离散的全局吸引子用矩形框进行覆盖,通过面向集合的数值计算方法对自由质量块的运动函数和速度函数进行拟合;在不同细分次数的比较过程中,在准确性上,细分次数  $n=16$  时绘制的位移函数曲线优于细分次数  $n=8$  时绘制的曲线,在计算时间上要少于  $n=24$ ;

(2) 用高速摄像机对自由质量块的运动进行追踪拍摄,对比自由质量块运动位移与时间的关系图和

GAIO 算法下的自由质量块的运动函数曲线,说明了计算模型和实验模型的趋势一致性,实验值和 GAIO 算法下的近似值相对误差在 5% 以内,验证了模型的准确性。

由于复频超声振动系统理论基础和 GAIO 算法的不足,现阶段只能对二维动态系统进行数据拟合。在后续的研究工作中,笔者将对三维动态系统进行研究。

#### 参考文献 (References):

- [1] 陈振理. 硬脆材料加工技术的研究[J]. 天津冶金, 2011(5):49-52.
- [2] 贾志新,艾冬梅,张勤河,等. 工程陶瓷材料加工技术现状[J]. 机械工程材料, 2000(1):4-6, 18.
- [3] 郑雷,陆胜凯,董香龙,等. 工程陶瓷低频振动钻孔加工试验研究[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2019(9):43-45, 59.
- [4] 季凌飞,闫胤洲,鲍勇,等. 陶瓷激光切割技术的研究现状与思考[J]. 中国激光, 2008(11):1686-1692.
- [5] 陈益飞,张有,戎活跃. 绝缘工程陶瓷电火花加工技术研究进展[J]. 浙江海洋学院学报:自然科学版, 2012, 31(2):172-177.
- [6] 姜立平,孙增光,邢政鹏,等. 超声加工技术研究进展[J]. 现代制造技术与装备, 2020, 56(12):76-79.
- [7] 方桂飞,王时英. 工程陶瓷孔复频超声加工方法的研究[J]. 机械设计与制造, 2018(3):44-46.
- [8] 方桂飞,王时英. 复频超声中自由质量块的应用及试验研究[J]. 机械设计与制造, 2018(10):191-194.
- [9] 胡叶妮,王时英. 不同自由质量块对复频超声加工效率的影响[J]. 机械设计与制造, 2020(7):59-62.
- [10] 霍瑞超,王时英,吕明,等. 超高导热陶瓷复频超声加工的基础试验研究[J]. 机械设计与制造, 2021(4):86-89.
- [11] DELLNITZ M, JUNGE O. On the approximation of complicated dynamical behavior[J]. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 1999, 36(2):491-515.
- [12] DELLNITZ M, HOHMANN A. A subdivision algorithm for the computation of unstable manifolds and global attractors[J]. *Numerische Mathematik*, 1997, 75(3):293-317.
- [13] DELLNITZ M, JUNGE O. Almost invariant sets in chua's circuit[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 1997, 7(11):2475-2485.
- [14] DELLNITZ M, JUNGE O. An adaptive subdivision technique for the approximation of attractors and invariant measures[J]. *Computing and Visualization in Science*, 1998, 1(2):63-68.
- [15] DELLNITZ M, JUNGE O. Set oriented numerical methods in space mission design[J]. *Elsevier Astrodynamics Series*, 2007(1):127-153.

[编辑:李辉]

#### 本文引用格式:

刘志远,王时英,卢枫,等. 复频超声加工中的非线性特征研究[J]. 机电工程, 2022, 39(1):94-99.

LIU Zhi-yuan, WANG Shi-ying, LU Feng, et al. Nonlinear characteristics of multi-frequency ultrasonic machining[J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2022, 39(1):94-99.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>