DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2021.10.009

基于 MVMD-FRFT 的滚动轴承早期故障特征提取研究*

洪 达1,马 洁1*,赵西伟2

(1. 北京信息科技大学 机电工程学院,北京 100192;

2. 北京信息科技大学 机电系统测控北京市重点实验室,北京 100192)

摘要:滚动轴承的振动信号具有非平稳、非线性的特点,造成其早期故障信号的特征提取困难,针对这一问题,对滚动轴承状态监测 中常用的特征提取方法进行了研究,提出了一种基于多元变分模态分解(MVMD)和分数阶傅里叶变换(FRFT)的特征提取方法,并 将其应用于滚动轴承的故障诊断中。利用 MVMD 算法将多传感器同时采集的多通道振动信号进行了同步分解,有效地提高了多通道 数据融合处理能力,同时得到了若干个固有模态函数(IMF)分量;依据相关系数法从分解后得到的 IMF 分量中选取了包含故障信息最 多的分量作为最优分量,利用 FRFT 对最优分量进行了滤波,降低了噪声对微弱故障信号的干扰;对滤波后的信号进行了 1.5 维包络 谱解调,通过分析滤波后信号的包络谱,提取了滚动轴承的故障特征。研究结果表明:应用 MVMD 和 FRFT 相结合的方法能够有效地 避免模态混叠现象,充分地利用故障特征信息,削弱低频信号与噪声的干扰,从而有效地提取出了滚动轴承的故障特征信息。 关键词:滚动轴承;特征提取;多元变分模态分解;分数阶傅里叶变换;固有模态函数

中图分类号:TH133.3 文献标识码:A

文章编号:1001-4551(2021)10-1284-08

Fault feature extraction of rolling bearing based on MVMD and FRFT

HONG Da¹, MA Jie¹, ZHAO Xi-wei²

(1. Mechanical Electrical Engineering School, Beijing Information Science and Technology University, Beijing 100192, China; 2. Beijing key Laboratory for Measurement and Control of Mechanical and Electrical Systems, Beijing 100192, China)

Abstract: Aiming at the non-stationary and nonlinear characteristics of rolling bearing vibration signals and the difficulty in feature extraction of early fault signals, the feature extraction methods commonly used in rolling bearing condition monitoring were studied, and a feature extraction method based on multivariate variational mode decomposition (MVMD) and fractional Fourier transform (FRFT) was proposed and applied to fault diagnosis of rolling bearings. The multi-channel vibration signals collected by multi-sensors were decomposed synchronously by using MVMD algorithm, the ability of multi-channel data fusion was effectively improved, and several intrinsic mode function (IMF) components were obtained at the same time. According to the correlation coefficient method, the component containing the most fault information was selected as the optimal component from the decomposed IMF component, and the optimal component was filtered by FRFT to reduce the interference of noise to the weak fault signal. The filtered signal was demodulated by 1.5-D envelope spectrum, and the fault features were extracted by analyzing the envelope spectrum of the filtered signal. The research results show that the combination of MVMD and FRFT can effectively avoid modal aliasing, and it makes full use of fault feature information, meanwhile it can weaken the interference of low frequency signal and noise, and extract fault feature information effectively.

Key words: rolling bearing; feature extraction; multivariate variational mode decomposition(MVMD); fractional Fourier transform(FRFT); intrinsic mode function(IMF)

收稿日期:2020-12-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61973041);国家重点研发计划资助项目(2019YFB1705403);北京市教委科研计划资助项目(KM202011232001)

作者简介:洪达(1993 -),男,辽宁朝阳人,硕士研究生,主要从事基于数据驱动的故障诊断方面的研究。E-mail:522996887@qq.com 通信联系人:马洁,女,博士,教授,博士生导师。E-mail:mjbeijing@163.com

0 引 言

滚动轴承是机械设备的消耗件,若出现故障而未 及时更换,会造成整机故障及其他经济损失。利用滚 动轴承的故障特征频率与谐波频率,可提取出轴承的 故障信息。

近些年,国内外专家学者在滚动轴承故障诊断领 域进行了大量的探索,并且取得了显著成果。国内专 家的有关研究有:基于极限学习机^[1-3]、小波分析^[4-6]、 集合经验模态分解^[79]、最大相关峭度解卷积^[10-13]等 的滚动轴承故障诊断方法。国外专家的有关研究有: JIN W O^[14]提出了一种将振动信号转换为振动图像的 方法,然后将其用于卷积神经网络(CNN),以及用于 滚动轴承进行故障诊断; MISHRA C 等人^[15]提出了基 于包络分析和 Sigmoid 函数阈值的小波消噪新诊断方 案.然后将其用于从故障滚动轴承的振动信号中提取 有用信息;DIBAJ A 等人^[16]提出了一种基于微调 VMD 和卷积神经网络(CNN)的端到端的故障诊断方法: LANDAUSKAS M 等人^[17]提出了一种基于排列熵的二 维轴承故障特征提取方法:SPARTHAN T 等人^[18]将一 种基于 ANFIS 的故障发现与提取方案应用在列车制 动系统中,并取得了良好的故障诊断效果。

由于利用变分模态分解等方法分析多通道振动信 号时,需要对各单一通道信号进行分解,这造成各通道 信号分解的 IMF 数量及尺度不同。

为了解决上述问题,本文提出一种基于 MVMD 和 FRFT 的滚动轴承故障诊断方法。

1 多元变分模态分解

MVMD 算法可将多通道振动信号进行协同分解。 作为原始 VMD 算法的推广, MVMD 的主要目的是从 多通道输入的信号中提取多变量调制振荡信号。

预设多变量调制振荡信号的数量为 k,则有:

$$x(t) = \sum_{k=1}^{k} u_k(t)$$
 (1)

式中: $u_k(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_c(t),]; x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_c(t)]_{\circ}$

当 MVMD 分解完成时,需要满足以下两个条件: (1)提取模态的带宽之和是最小的;(2)提取模态的总 和能恢复原始信号 u_k(t)。

变分问题的构造类似于 VMD,可用方程表示为:

$$\min \{ \sum_{k} \sum_{c} \| \partial_{t} [u_{+}^{k,c} (t) e^{-j\omega_{k}t}] \|_{2}^{2} \}$$

s. t.
$$\sum_{k} u_{k,c}(t) = x_{c}(t), \ c = 1, 2, \cdots, C \quad (2)$$

在多元推广中存在两个要点:(1)用 $u_{+}^{k}(t)$ 作为 $u_{k}(t)$ 的矢量表达式, $u_{k}(t)$ 的带宽可利用 $u_{+}^{k}(t)$ 的梯 度函数的 L_{2} 范数来估计;(2)通过将 $u_{+}^{k}(t)$ 的所有通 道的单边频谱偏移角度 ω_{k} ,并取结果矩阵的 Frobenius 范数来估算调制多元振荡信号的带宽,以便在 $u_{k}(t)$ 中找到多元振荡信号,即:

$$\min \{ \sum_{k} \sum_{c} \| \partial_{t} [u_{+}^{k,c} (t) e^{-j\omega_{k}t}] \|_{2}^{2} \}$$

. t.
$$\sum_{k} u_{k,c}(t) = x_{c}(t), c = 1, 2, \cdots, C \quad (3)$$

式中: $u_k(t)$ —对应于信道 c 和模态 k 的解析调制 信号。

在求解多个变分问题的过程中,由于线性方程组 中方程数量对应于通道总数,相应地增广拉格朗日函 数如下:

$$L(\{u_{k,c}\},\{\omega_{k}\},\lambda_{c}) = \alpha \sum_{k} \sum_{c} \|\partial_{t}[u_{+}^{k,c}(t)e^{-j\omega_{k}t}]\|_{2}^{2} + \sum_{c} \|x_{c}(t) - \sum_{k} u_{k,c}(t)\| + \sum_{c} \langle \lambda_{c}(t), x_{c}(t) - \sum_{k} u_{k,c}(t) \rangle$$
(4)

对于模式更新相关的最小化问题,它的等效优化 形式为:

$$u_{k,c}^{n+1} = \operatorname*{argmin}_{u_{k,c}} \left\{ \alpha \parallel \partial_{t} \left[u_{+}^{k,c} (t) e^{-j\omega_{k}t} \right] \parallel_{2}^{2} + \\ \parallel x_{c}(t) - \sum_{i} u_{i,c}(t) + \frac{\lambda_{c}(t)}{2} \parallel_{2}^{2} \right\}$$
(5)

该函数在形式上类似于原始 VMD 的模式更新, 利用式(5)可给出以下模式更新关系:

$$\hat{u}_{k,c}^{n+1}(\omega) = \frac{\hat{x}_{c}(\omega) - \sum_{i \neq k} \hat{u}_{i,c}(\omega) + (\hat{\lambda}_{c}(\omega)/2)}{1 + 2\alpha(\omega - \omega_{k})^{2}}$$
(6)

由于增广拉格朗日函数的最后两项不依赖于 ω_k ,则相关问题简化为:

$$\boldsymbol{\omega}_{k}^{n+1} = \operatorname{argmin}_{\boldsymbol{\omega}_{k}} \{ \sum_{c} \| \partial_{t} [u_{+}^{k,c} (t) e^{-j\boldsymbol{\omega}_{k}t}] \|_{2}^{2} \}$$
(7)

令上述二次函数的一阶导数为0,使 k 个二次函数之和最小,然后再进行代数运算,即可得到:

$$\omega_{k}^{n+1} = \frac{\sum_{c} \int_{0}^{\infty} \omega + \hat{u}_{k,c}(\omega) + {}^{2} \mathrm{d}\omega}{\sum_{c} \int_{0}^{\infty} + \hat{u}_{k,c}(\omega) + {}^{2} \mathrm{d}\omega}$$
(8)

2 分数阶傅里叶变换

分数阶傅立叶变换是常规傅立叶变换(FT)的推 广,其实质为信号在时频平面内进行随意的逆时针 旋转。

信号 x(t)的 p 阶连续 FRFT 定义为:

(10)

并且, $K_{\varphi} = \sqrt{(1 - j\cot(\alpha))/2\pi}$; 当 0 < | p | < 2 时, 变换角度 $\alpha = p \frac{\pi}{2}$ 。

如果利用 FRFT 将要变换的信号在时频平面上 逆时针旋转一个角度,则这个角度与变换阶数 p 成 正比。

信号 FRFT 变换的几何图示如图 1 所示。



图 1 分数阶傅里叶变换示意图

由图1可以看出:在时频分布图中,信号与噪声在 时间轴与频率轴上都有重叠部分,无论是时域还是频 域都不能将信号与噪声分离;此时,利用 FRFT,通过改 变分数阶次,使信号在时频平面上绕着原点旋转某一 角度α后,信号能量将在分数域上聚焦,通过设置合 适的滤波器对信号进行滤波,再经过逆变换,即可实现 对信号的提取。

3 仿真分析

为了验证 FRFT 的分析效果,笔者用 FRFT 的方法 对 LFM 信号进行仿真。LFM 信号 *x*(*t*) 的采样频率 *f*_s 为 256 Hz,初始频率 *f* 为 10 Hz,采样点数 *N* 为 513,*n* (*t*) 为随机噪声,则有:

 $x(t) = \exp(j\pi kt^{2} + j2\pi ft) + n(t)$ (11)

原始的 LFM 信号和加噪后的 LFM 信号如图 2 所示。





笔者对加噪后的信号进行二维搜索。其搜索范围为 *p* = 0~2,搜索步长为0.01。

经分数阶傅里叶变换后的幅值分布如图3所示。



图 3 LFM 信号分数阶傅里叶变换

从图 3 中可以清楚地看到:最大峰值为 20.912 1, 对应的分数阶次 *p* = 1.05,分数域 *u* = 0.078 125。

然后笔者对信号做1.05 阶分数阶傅里叶变换,在 分数域上对变换后的信号进行带通滤波;最后对滤波 后的信号进行1.05 阶的分数傅里叶逆变换,得到消除 噪声之后的原始信号,如图4 所示。



通过比较图 2 和图 4 可以得出:滤波后的信号与 原始信号存在一定的误差,但是这并不影响 LFM 信号 的频率成分。

4 轴承试验及信号分析

4.1 试验数据介绍

为了验证基于 MVMD 和 FRFT 相结合的滚动轴 承故障特征提取方法的有效性,此处笔者采用美国辛 辛那提大学的滚动轴承加速退化试验数据来进行 分析。

该次试验采用型号为 ZA2115 的滚动轴承,采样 频率为 20 kHz,驱动电机的转动速度为 2 000 r/min。 滚动轴承各项结构参数如表 3 所示。

表 3	滚动轴承结构参数

参数	数值
轴承节径/mm	71.5
滚动体直径/mm	8.4
滚动体个数	16
接触角/(°)	15.17

该试验中轴承与传感器的具体位置如图5所示。



图 5 试验台结构简图

每次试验采用4个轴承,分别在轴承的轴向与径 向布置一个加速度传感器。试验人员先后利用该平台 做了3组滚动轴承全寿命加速试验,选取第二组试验 的滚动轴承振动信号进行分析。

在该组试验结束后,试验台中轴承1出现了外圈 故障;整个试验过程中共采集了984个样本,每个样本 20480个点,整个试验耗时164h。

根据表3中已知的滚动轴承结构参数,以及轴承 故障频率计算方法可知,该组试验的轴承外圈故障特 征频率为236.4 Hz。

4.2 MVMD 与 FRFT 法轴承故障特征提取

利用 MVMD 和 FRFT 的优点,可以有效地降低振动信号中所夹杂的噪声的影响,还可以确切地选择滤波器参数。

由于篇幅所限,此处仅以采集到的轴承外圈故障 信号为例进行实验分析;通过对滤波解调后的故障信 号进行分析,即可精准地进行轴承故障诊断。

具体的流程如图6所示。

具体实施步骤为:

(1)将实验信号进行 MVMD 分解,则 m 个信号通 道各自分解得到 k 个本征模态函数(IMF);

(2)根据相关系数法可知,相关系数越大的分量包



图 6 MVMD-FRFT 特征提取流程图

含了越多的故障特征信息,故此处选择 $m \times k$ 个 IMF 分量 中相关系数最大的一个,作为下一步的最优目标分量;

(3) 对上一步的最优分量进行分数阶傅里叶变换,进而寻找最佳阶次与分数域;

(4)设计滤波器:

①对信号进行 p 阶 FRFT,得到旋转角度 $\alpha_0 = p\pi/2$ 后,信号表示为:

 $X_{p}(u) = S_{P}(u) + N_{p}(u)$ (12)

式中: $S_p(u)$ —信号的分数阶傅里叶变换; $N_p(u)$ —噪声的分数阶傅里叶变换。

在域上 $N_{a}(u)$ 一般不会出现聚集特性;

②在域上进行尖峰遮隔处理,即:

$$X'_{p}(u) = X_{p}(u)M_{p}(u) = S_{p}(u)M_{p}(u) + N_{p}(u)M_{p}(u)$$
(13)

式中: $M_{u}(u)$ 一中心频率为u的带通滤波器。

选择适当的带宽可以有效滤除大部分噪声能量。 但由于带宽越大信号两端越平滑,较大带宽滤波会形 成一个钟形脉冲;

(5)对上一步信号进行包络解调, 画出包络谱, 通过分析包络谱进行轴承的故障诊断。

4.3 中心频率法确定 k 值

此处通过选择模态数 k,并由小到大依次进行预 分解(k=2~5),分别得到各 IMF 分量的频率中心,当 中心频率接近的情况出现时,即出现了信号过分解现 象。因此,频率中心接近时的前一项 k 值即为最佳分 解模态数。

该试验信号的 VMD 分解各分量频谱如图 7 所示。

由图 7 可知:当 K = 5 时, IMF1 至 IM5 各分量的中心 频率依次为 493.3 Hz、1 943.8 Hz、5 113.6 Hz、7 824.2 Hz、 8 034.2 Hz。此时, IMF4 与 IMF5 的中心频率差值为 200 Hz, 具有明显的模态混叠现象, 即出现模态过分解现象, 因此, 此处取 K = 4, a 取默认值为 2 000, 取默认值为 0.3。



此处选用的滚动轴承外圈故障信号(通道1和通 道2),其原始信号时域图如图8所示。



笔者利用 MVMD 的方法将通道1 的原始振动信 号分解为4个固有模态函数分量,则通道1 的时域图 如图9 所示。





笔者利用 MVMD 的方法,将通道 2 的原始振动信 号分解为 4 个固有模态函数分量,则通道 2 的时域图 如图 11 所示。





笔者依据相关系数法则,分别计算各通道分解后

IMF 的相关系数。因为相关系数越大则说明该 IMF 中 含有的故障信息越多,所以,此处选择相关系数最大的 IMF 分量作为下一步的处理对象。

各通道的4个 IMF 分量相关系数如图 13 所示。





由图 13 可以看出:通道 1 的 IMF3 相关系数最大,因 此其与原始信号相关性最强,含有的故障信息较多。故 此处选用通道 1 的 IMF3 分量作为接下来要处理的信号。

笔者利用离散采样法 FRFT 算法, $φ p \in [1.55, 1.65]$, 以 Δ p = 0.001为步长, 可得出以阶数 p 为x 轴, 采样点数 u 为y 轴, 幅值为z 轴的分数阶傅里叶变换 三维图, 如图 14 所示。



图 14 分数阶傅里叶变换三维图

从图 14 中可以看出:最大峰值出现在 p = 1.603, u = 1519处,并且有很多噪声存在于尖峰周围。通过多次 MATLAB 模拟实验选取的滤波器 $M_p(u) = [zeros(1,u1), ones(1,1), zeros(1.4096-u)], 仅允许 <math>u$ 处的信号通过。



由图 15 可以看到:尖峰周围的噪声都被滤除,这 从直观上说明经 FRFT 后达到了滤波降噪的效果。

对滤波之后的信号进行分数阶傅里叶逆变换,其 结果如图 16 所示。



由图 16 可以看出:滤波后的信号时域图振动平 稳、周期性明显,噪声被有效滤除。

再对上一步处理过的信号进行 1.5 维包络解调, 其包络谱如图 17 所示。



由图 17 可知:最高波峰对应的频率即为有用信号的特征频率,其他波峰所对应的频率则代表着背景噪声和干扰成分的特征频率。因此,该结果能说明除有用信号之外的其他成分皆被有效滤除,并且外圈故障特征频率较为突出;最大幅值对应的频率值为235.3 Hz,与外圈故障特征频率的理论值基本一致,误差率仅为0.13%。

为了充分说明分数阶傅里叶变换在解决微小故障 方面的优势,此处笔者选用傅里叶变换作对比分析。

经傅里叶滤波之后的时域信号如图 18 所示。

对比图 16 与图 18 可以看出:图 18 含有少量的噪 声干扰,而图 16 几乎看不到噪声的干扰。由此可见, 分数阶傅里叶变换在微小故障降噪方面具有明显的 效果。



笔者对傅里叶逆变换之后的故障信号进行 1.5 维 包络解调,其包络谱如图 19 所示。



从图 19 中可以看出:当幅值最大时对应的频率值 为 213.7 Hz,与理论值 236.4 Hz 相差较大,此时的误 差率为 10.7%;通过与图 17 对比分析可知,傅里叶变 换在特征提取时的误差率是分数阶傅里叶变换误差率 的 100 倍。

由此显然可以得到结论,即在滚动轴承特征提取 时,采用分数阶傅里叶变换的准确率更高。

5 结束语

本文提出了一种基于 MVMD 和 FRFT 的故障特 征提取方法,利用 MVMD 算法将多传感器同时采集的 多通道振动信号进行了同步分解,从中选取了包含故 障信息最多的分量作为最优分量,利用 FRFT 对最优 分量进行了滤波,对滤波后的信号进行了 1.5 维包络 谱解调,通过分析提取了滚动轴承的故障特征;在轴承 润滑效果正常的前提下,通过实验验证了该方法的准 确性和优越性。

研究结果表明:

(1)利用 MVMD 算法对滚动轴承外圈故障信号进行多通道分解处理,可以快速将故障信号分解为一系

列固有模态分量,有效地避免模态混叠现象,充分利用 故障特征信息,同时削弱低频信号的干扰;

(2)依据相关系数准则,可以快速看出含有故障 信号成分最多的分量,再对其进行处理,可以准确地提 取故障特征信息;

(3)对比分数阶傅里叶变换与傅里叶变换在滤波 方面的误差值(0.13% 与 10.7%),结果表明,在微小 故障降噪方面,分数阶傅里叶变换具有显著优势;

(4)应用 MVMD 与 FRFT 结合法对实验数据进行 处理,得到的故障特征频率值为 236.69 Hz,与理论值 236.4 Hz 的误差率为 0.13%,表明该组合方法能够有 效地滤除噪声的干扰,精确地提取出滚动轴承的故障 特征信息。

该方法不仅有利于各通道信号之间的同步相关分 析,还提高了故障诊断的准确率,为笔者在后续的研究 中开展滚动轴承早期复合故障的特征提取奠定一定的 基础。

参考文献(References):

- [1] 秦 波,孙国栋,王建国.基于 VMD 与分层极限学习机的 滚动轴承故障诊断方法研究[J].组合机床与自动化加工 技术,2017(4):107-110.
- [2] 王小卉,王广斌,向家伟,等.基于循环自相关和多域核极 限学习机的滚动轴承故障识别方法[J].机械强度,2020, 42(6):1302-1309.
- [3] 张亚男.基于流形学习和优化极限学习机的滚动轴承故 障诊断方法研究[D].北京交通大学,2019.
- [4] 张 龙,刘 晶,熊国良,等.基于小波包分解和频率加权 能量算子的滚动轴承故障诊断[J].机械设计与研究, 2018,34(6):80-84.
- [5] 于 岩,许继秀,张梦超,等.小波分析和小波包分析在轴 承故障诊断中的对比分析[J].煤矿机械,2019,40(12): 170-173.
- [6] 张 琛,郭俊超,甄 冬,等.基于小波包时延相关解调的 滚动轴承故障诊断方法[J].机械设计,2020,37(6):24-28.
- [7] 李思琦,蒋志坚. 基于 EEMD-CNN 的滚动轴承故障诊断 方法[J]. 机械强度,2020,42(5):1033-1038.
- [8] 李长伟,雷文平,庞 博,等.基于 EEMD 的相关排列熵的 滚动轴承故障诊断[J].组合机床与自动化加工技术, 2020(8):1-4.
- [9] 黄艳庭,谷玉海,黄竞楠,等.基于 EEMD 和自相关阈值降 噪的滚动轴承故障诊断[J].组合机床与自动化加工技 术,2019(10):78-82.
- [10] 陈丙炎,宋冬利,张卫华,等. 基于自适应 MCKD 的滚动轴 承故障特征提取[J]. 机械强度,2020,42(6):1293-1301.

- [11] 陈 明,马 洁. ALIF 和 MCKD 相结合的滚动轴承早期 故障诊断[J/OL]. 机械科学与技术:1-8[2020-12-13]. https://doi.org/10.13433/j.cnki.1003-8728.20200182.
- [12] 栗龙强,刘永强,廖英英. 基于粒子群优化 MCKD 的轴 承故障诊断方法[J]. 轴承,2020(6):45-50.
- [13] 张文风,周 俊. 基于 Dropout-CNN 的滚动轴承故障诊断研究[J]. 轻工机械,2019,37(2):62-67.
- [14] JIN W O, JONGPIL J. Convolutional Neural Network and 2-D Image Based Fault Diagnosis of Bearing Without Retraining[C]. Illinois State University, University of Hawaii Maui College. Proceedings of 2019 the 3 rd International Conference on Compute and Data Analysis (ICCDA 2019). Illinois State University, University of Hawaii Maui College: SCIence and Engineering Institute(SCIEI), 2019.
- [15] MISHRA C, SAMANTARAY A K, CHAKRABORTY G.

Rolling element bearing fault diagnosis under slow speed operation using wavelet de-noising [J]. Measurement, 2017,103:77-86.

- [16] DIBAJ A, ETTEFAGH M M, HASSANNEJAD R, et al. A hybrid fine-tuned VMD and CNN scheme for untrained compound fault diagnosis of rotating machinery with unequal-severity faults [J]. Expert System swith Applications, 2020;114094.
- [17] LANDAUSKAS M, CAO M, RAGULSKIS M. Permutation entropy-based 2D feature extraction for bearing fault diagnosis[J]. Nonlinear Dynamics, 2020, 102(3):1-15.
- SPARTHAN T, NZIE W, SOHFOTSING B, et al. A proposed scheme for fault discovery and extraction using AN-FIS: application to train braking system [J]. Studies in Engineering and Technology, 2020, 7(1):48-63.

[**编辑:**雷 敏]

本文引用格式:

洪 达,马 洁,赵西伟. 基于 MVMD-FRFT 的滚动轴承早期故障特征提取研究[J]. 机电工程,2021,38(10):1284-1291.
 HONG Da, MA Jie, ZHAO Xi-wei. Fault feature extraction of rolling bearing based on MVMD and FRFT[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering,
 2021,38(10):1284-1291.
 《机电工程》杂志:http://www.meem.com.cn

(上接第1276页)

- [5] 邱靖淞,王世杰. 轴承串对轴向力的均压作用仿真分析 [J]. 机械工程师,2019(10):59-61.
- [6] 王世杰,张幼军,周作督.双进单出潜油螺杆泵采油装置: 中国,CN200910012964.7[P].2011-05-11.
- [7] KAYEH E. Thrust bearing: US,2374820 [P]. 1945-05-01.
- [8] ROOT L E, DERNER W J, STEWARTHE. Multiple stage thrust bearing: US, 3712693 [P]. 1973-06-23.
- [9] TIBBITS P A. FEM Simulation and Life Optimization of Tandem Roller Thrust Bearing[C]// Asme International Design Engineering Technical Conferences & Computers & Information in Engineering Conference. California: Long Beach, 2005:24-28.
- [10] 顿涌泉,曲廷敏,顿 巍,等.组合推力轴承组的结构及 工作原理[J].轴承,2003(10):11-12.
- [11] 赵 晶,崔剑征,王世杰,等.轴承结构、轴结构及潜油螺 杆泵:中国,CN201910737701.6[P].2020-8-28.
- [12] 江 波, 许 澎 华. 组 合 式 推 力 轴 承 组: 中 国, CN93216106.5[P].1994-2-2.

- [13] HARRISTA. Rolling Bearing Analysis [M]. 3rd edition. New York: John Wiley & Sons, 1991.
- [14] GERE J M, TIMOSHENKO S P. Mechanics of Materials[M]. 2nd ed. New York: Van Nostrand Reinhold, 1984.
- [15] POPOV E P. Mechanics of Materials [M]. 2nd ed. New Jersey: Prentice-Hall Inc, 1976.
- [16] 郭艳朋,买买提明·艾尼,王豫鄂,等.滚动轴承参数化 建模及接触强度分析[J].组合机床与自动化加工技术, 2013(8):19-22.
- [17] 刘 栋,闫 明,金 昊,等. 滚动轴承接触应力的有限 元分析方法研究[J]. 机械传动,2015,39(9):129-132.
- [18] 伍 生,曹宝民,杨默然,等.滚动轴承接触问题的有限 元分析[J].机械工程师,2007(6):70-72.
- [19] 林桂强,毕 超,江 波,等.基于 BP 神经网络的套筒 式串联推力轴承组均载性能及承载能力细化研究[J]. 工程塑料应用,2012(7):51-52.
- [20] 刘大鹏,黄云战,吴晓强,等. 基于 ANSYS 的多排推力轴 承受力分析[J]. 机械工程及自动化,2009(4):81-82.