DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2021.07.006

# 塔式摩擦提升机的动力学建模 及其纵向振动分析\*

郭 瑜,黄家海\*,赵 斌,王文庆,刘 畅

(太原理工大学 机械与运载工程学院,山西 太原 030024)

摘要:塔式摩擦提升机在朝着高速、重载和大运程方向发展时,存在着提升机的冲击和振动等问题,基于这些问题,建立了塔式摩擦 提升机动力学模型,对提升系统的纵向振动进行了仿真分析和试验研究。首先,基于 Hamilton 原理建立了一种考虑尾绳的摩擦提 升系统纵向振动数学模型,通过 Galerkin 加权余量法离散了偏微分方程组;其次,以某矿塔式摩擦提升机参数和运动曲线作为数学 模型输入,仿真分析了系统运行过程中的纵向振动响应,并结合现场测试数据对理论模型的正确性进行了验证;最后,研究了不同 提升载荷、高度和摩擦轮波动幅值对系统纵向振动的影响。研究结果表明:塔式摩擦提升系统在加速、减速和制动时刻,系统所受 的冲击纵向振动会明显加剧,提升绳和尾绳也具有相似的振动特性;此外,提升载荷、高度以及增加摩擦轮波动幅值均会加剧系统 运行过程中的纵向振动;该研究结果可为塔式摩擦提升机纵向振动特性的进一步分析提供支持。

关键词:矿井提升机;钢丝绳;哈密顿原理;纵向振动

中图分类号:TH21;TH113.1;TD534 文献标识码:A

文章编号:1001-4551(2021)07-0843-07

## Dynamical modeling and longitudinal vibration analysis of tower-type friction hoist

GUO Yu, HUANG Jia-hai, ZHAO Bin, WANG Wen-qing, LIU Chang

(College of Mechanical and Vehicle Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China)

Abstract: Aiming at the impact and vibration problems faced by the tower-type friction hoist in the direction of high speed, heavy load and long range, the dynamic model of tower-type friction hoist was established, and the longitudinal vibration of the hoist system was simulated and tested. Firstly, based on the Hamilton's principle, a mathematical model of the longitudinal vibration of the friction hoist system considering the tail rope was established, and the partial differential equations were discretized by the Galerkin weighted residual method. Then, the longitudinal vibration response of the system during the operation was simulated and analyzed by taking the parameters and motion curve of the tower-type friction hoist in a mine as the input of the mathematical model. The correctness of the theoretical model was verified by combining with the experimental data. Finally, the influence of different lifting loads, heights and friction wheel fluctuation amplitudes on the longitudinal vibration of the system was studied. The results indicate that the longitudinal vibration of the tower-type friction hoist system can be intensified obviously during acceleration, deceleration and braking. The hoisting rope and the tail rope have similar vibration characteristics. In addition, the increase of the lifting load, the height and the fluctuation amplitude of the friction wheel can aggravate the longitudinal vibration of the system. The research results can provide support for the further analysis of longitudinal vibration characteristics of the tower-type friction hoist.

Key words: mine hoist; wire rope; Hamilton's principle; longitudinal vibration

**作者简介**:郭瑜(1995 –),男,山西吕梁人,硕士研究生,主要从事机械动力学方面的研究。E-mail:guoyu0051@link.tyut.edu.cn 通信联系人:黄家海,男,教授,博士生导师。E-mail:huangjiahai@tyut.edu.cn

收稿日期:2020-11-04

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51775362)

## 0 引 言

作为矿井关键运输设备,摩擦提升机随矿井深度 不断增加逐渐向高速、重载方向发展。摩擦式提升机 分为塔式和落地式两种。塔式摩擦提升机有如下优 点:(1)钢丝绳的包围角大,有利于防滑;(2)钢丝绳在 井塔内,不受雨雪影响,对防滑性能影响小;(3)钢丝 绳弯曲点少,使用寿命更长<sup>[1]</sup>。

近年来,国内外学者对摩擦提升系统的振动特性 展开了大量研究。KACZMARCZYK S 等<sup>[2]</sup>建立了矿 并提升系统的分布参数数学模型,通过 Rayleigh-Ritz 法离散偏微分方程,以分析钢丝绳的横向-纵向耦合动 力响应,并研究了提升系统运行过程中的瞬态共振现 象。MAC等<sup>[3]</sup>基于功率平衡法将钢丝绳简化为杆 件,建立了其动力学模型,通过里兹级数法离散振动偏 微分方程;研究结果表明,钢丝绳长度和箕斗质量对冲 击时间和每一阶的振动频率均有影响。YAOJN 等<sup>[45]</sup>基于 Hamilton 原理建立了落地式摩擦提升机的 多源耦合动力学模型,分析了不同提升参数对系统横 向振动的影响。WANG N G 等<sup>[6]</sup>建立了柔性提升系 统的横向-纵向耦合动力学模型,通过数值计算和 AD-AMS 仿真分析系统的动态响应;研究结果表明,当外 界干扰频率接近系统固有频率时,系统会发生明显的 共振。SANDILO S H 等<sup>[7]</sup>将提升系统简化为一端附 有集中质量的运动弦线模型,通过多重尺度法构造近 似解析解,分析了绳长线性变长或谐波变长时系统的 非线性动力学响应。文献[8-10]利用商业动力学仿真 软件 RecurDyn, 建立了落地式摩擦提升机的仿真模 型,并对运行过程中的振动特性进行了分析研究。

上述学者在研究中通常忽略尾绳的作用或者将其 质量等效至提升容器<sup>[11]</sup>,而实际运行过程中不仅提升 绳的长度随时间变化,尾绳的长度同样是时变的。随 矿井深度增加,尾绳的长度和质量增加,对提升系统纵 向振动的影响是不可忽略的。

本研究以塔式摩擦提升机为研究对象,建立提升 机动力学模型,对提升系统的纵向振动进行仿真分析 和试验、研究。

## 1 提升系统纵向振动模型

塔式摩擦提升机简化动力学模型如图1所示。

图1中,笔者以提升绳上端即钢丝绳与摩擦轮相 切处为原点建立坐标系,忽略钢丝绳打滑,将尾绳下端 视为自由端<sup>[12]</sup>。提升绳和尾绳均为弹性体,长度均为



图1 摩擦提升系统示意图

 $l_{h}(t)$ —提升绳长度; $l_{k}(t)$ —尾绳长度;u(x,t)—提升绳纵向振动;w(x,t)—提升绳纵向振动;h—提升容器高度;H—井深

变量,假设其具有均匀性和连续性且遵循胡克定律,在 运行过程中分别发生纵向振动;提升容器与罐道为刚 性体。

#### 1.1 纵向振动控制方程

系统 x 处的位移向量 R 为:

$$R = \begin{cases} [x(t) + u(x,t)]i, 0 < x < l_{\rm h}(t) \\ [x(t) + w(x,t)]i, l_{\rm h}(t) + h < x < H \end{cases}$$
(1)

式中:*i*—沿 X 轴的单位矢量。

对时间变量 *t* 求导,可得提升绳和尾绳的速度向量 *V*<sub>1</sub> 和 *V*<sub>2</sub> 为:

$$V_{1} = [v(t) + u_{i}(x,t) + v(t)u_{x}(x,t)]i,$$

$$0 < x < l_{h}(t)$$

$$V_{2} = [v(t) + w_{i}(x,t) + v(t)w_{x}(x,t)]i,$$

$$l_{h}(t) + h < x < H$$
(3)

式中:v(t)—提升系统的运行速度,m/s。

为方便书写,上标"・"表示对时间的全导数,下 标 *t*,*x* 分别表示对时间和空间的偏导数,下面的方程 中将 *v*(*t*),*u*(*x*,*t*)和 *w*(*x*,*t*)简写为 *v*,*u* 和 *w*。

摩擦提升系统动能为:

$$E_{k} = \frac{1}{2} \rho_{1} \int_{0}^{l_{h}(t)} V_{1} \cdot V_{1} dx + \frac{1}{2} \rho_{2} \int_{l_{h}(t)+h}^{H} V_{2} \cdot V_{2} dx + \frac{1}{2} m V_{1} \cdot V_{1} |_{x = l_{h}(t)}$$
(4)

式中: $\rho_1$ , $\rho_2$ —提升绳和尾绳的线密度, kg · m<sup>-1</sup>; m— 提升容器的质量, kg。

摩擦提升系统弹性势能为:

$$E_{c} = \int_{0}^{l_{h}(t)} \left( T_{h}(x,t) + \frac{1}{2} E_{1} A_{1} u_{x} \right) u_{x} dx + \int_{l_{h}(t)+h}^{H} \left( T_{k}(x,t) + \frac{1}{2} E_{2} A_{2} w_{x} \right) w_{x} dx$$
(5)

式中: $E_1$ ,  $E_2$ —提升绳和尾绳的弹性模量, GPa;  $A_1$ ,

$$A_2$$
—提升绳和尾绳的横截面积, mm;  $T_h(x, t)$ ,  $T_k(x, t)$ ,  
t)—提升绳和尾绳的准静态张力<sup>[13]</sup>, N。  
其中:  
 $T_h(x,t) = [m + \rho_1(l_h(t) - x) + \rho_2(H - l_h(t) - h)]g$   
(6)

$$T_{k}(x,t) = \rho_{2}(H-x)g \tag{7}$$

:

式中:g-重力加速度,m/s<sup>2</sup>。

摩擦提升系统重力势能为:

$$E_{g} = -\int_{0}^{l_{h}(t)} \rho_{1} gudx - \int_{l_{h}(t)+h}^{H} \rho_{2} gwdx - Mgu(l_{h}(t), t)$$
(8)

$$\delta W = \int_{0}^{l_{h}(t)} \mu_{1} E_{1} A_{1} \frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) \delta u dx + \int_{l_{h}(t)+h}^{H} \mu_{2} E_{2} A_{2} \frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right) \delta w dx \qquad (9)$$

式中:µ1,µ2一提升绳和尾绳的纵向阻尼系数。

将式(4,5,8,9)代入广义 Hamilton 原理中:

$$\int_{i_1}^{i_2} (\delta E_k - \delta E_e - \delta E_g) dt + \int_{i_1}^{i_2} \delta W dt = 0 \quad (10)$$

应用莱布尼兹法则和变分运算,可得摩擦提升系 统钢丝绳和尾绳的振动控制方程:

$$\rho_{1}(\dot{v} + u_{u} + 2vu_{xt} + v^{2}u_{xx} + \dot{v}u_{x}) - T_{h,x}(x,t) - E_{1}A_{1}u_{xx} - \rho_{1}g - \mu_{1}E_{1}A_{1}u_{txx} = 0, 0 < x < l_{h}(t)$$
(11)

$$\rho_{2}(\dot{v} + w_{tt} + 2vw_{xt} + v^{2}w_{xx} + \dot{v}w_{x}) - T_{k,x}(x,t) - E_{2}A_{2}w_{xx} - \rho_{2}g - \mu_{2}E_{2}A_{2}w_{txx} = 0,$$

$$l_{k}(t) + h < x < H$$
(12)

由于提升绳下端与提升容器顶部相接,尾绳上端 与提升容器底部相接,考虑二者边界的相互作用,振动 偏微分方程相应的边界条件为:

$$u(0,t) = 0, u(l_{h}(t),t) = w(l_{h}(t) + h,t) \quad (13)$$

$$m(\dot{v} + u_{u}(l_{h}(t),t) + 2vu_{xt}(l_{h}(t),t) + v^{2}u_{xx}(l_{h}(t),t) + \dot{v}u_{x}(l_{h}(t),t)) + T_{h,x}(l_{h}(t),t) + E_{1}A_{1}u_{xx}(l_{h}(t),t) - T_{k,x}(l_{h}(t) + h,t) - E_{2}A_{2}w_{txx}(l_{h}(t) + h,t) = 0$$

(14)

$$w + w_t(H,t) + vw_x(H,t) = 0$$
 (15)

#### 1.2 振动方程离散化

由于纵向振动控制方程为带有时变参数的偏微分 方程组,难以获得解析解,笔者通过 Galerkin 法将偏微 分方程离散为常微分方程组,使用 MATLAB 软件进行 数值求解。

此处引入无量纲变量 *ξ*、*ζ* 对式(11,12)进行归一 化处理,其中:

$$\xi = \frac{x}{l_{\rm h}(t)}, \zeta = \frac{x - l_{\rm h}(t) - h}{l_{\rm k}(t)}$$
(16)

将方程从时变空间域转化为 ξ 和 ζ 的固定域[0, 1],则方程的解可以表示广义坐标和满足方程边界条 件振型函数的线性组合<sup>[16]</sup>:

$$\begin{cases} u(x,t) = \frac{1}{\sqrt{l_{h}(t)}} \sum_{k=1}^{n} p_{k}(t) \varphi_{k}(\xi) \\ w(x,t) = \frac{1}{\sqrt{l_{k}(t)}} \sum_{k=1}^{n} q_{k}(t) \psi_{k}(\zeta) \end{cases}$$
(17)

式中: $p_k(t)$ ,  $q_k(t)$ —第 k 阶广义坐标; n—模数;  $\varphi_k(\xi)$ ,  $\psi_k(\zeta)$ —离散提升绳和尾绳振动方程的振型 函数。

其中:

$$\begin{cases} \varphi_k(\xi) = \sqrt{2}\sin((k-0.5)\pi\xi) \\ \psi_k(\zeta) = \sqrt{2}\cos((k-0.5)\pi\zeta) \end{cases}$$
(18)

求出振动位移 u(x,t) 和 w(x,t),对 t 和 x 的各阶 偏导,代入振动控制式(11,12),并分别乘以  $\varphi_k(\xi)/l_k(t)$ ,其中:

$$w_{t} = \sum_{k=1}^{n} \left( l_{k}^{-0.5} \dot{q}_{k}(t) \psi_{k}(\zeta) + 0.5 v l_{k}^{-0.5} q_{k}(t) \psi_{k}(\zeta) + v l_{k}^{-0.5}(\zeta - 1) q_{k}(t) \psi'_{k}(\zeta) \right)$$
(19)

$$w_{ii} = \sum_{k=1}^{n} \left( l_{k}^{-0.5} \ddot{q}_{k}(t) \psi_{k}(\zeta) - v l^{-1.5} \dot{q}_{k}(t) \psi_{k}(\zeta) + 2v l_{k}^{-1.5} (\zeta - 1) \dot{q}_{k}(t) \psi'_{k}(\zeta) + l_{k}^{-1.5} (0.75 l_{k}^{-1} v^{2} - 0.5a) q_{k}(t) \psi_{k}(\zeta) - l_{k}^{-1.5} (l_{k}^{-1} v^{2} - a) (\zeta - 1) q_{k}(t) \psi'_{k}(\zeta) + v^{2} l_{k}^{-2.5} (\zeta - 1)^{2} q_{k}(t) \psi''_{k}(\zeta) \right)$$
(20)

$$w_{tx} = \sum_{k=1}^{n} \left( l_{k}^{-1.5} \dot{q}_{k}(t) \psi'_{k}(\zeta) + 1.5 v l_{k}^{-2.5} q_{k}(t) \psi'_{k}(\zeta) + v l_{k}^{-2.5} (\zeta - 1) q_{k}(t) \psi''_{k}(\zeta) \right)$$
(21)

$$w_{x} = \sum_{k=1}^{n} l_{k}^{-1.5} q_{k}(t) \psi'_{k}(\zeta)$$
 (22)

笔者利用 Galerkin 加权余量法将 ξ 和 ζ 在固定域 [0,1]内进行积分,将振动控制偏微分方程组离散为 常微分方程组:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{M}_{1} & \\ & \boldsymbol{M}_{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{p} \\ \boldsymbol{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_{1} & \\ & \boldsymbol{C}_{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{p} \\ \boldsymbol{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_{1} & \\ & \boldsymbol{K}_{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{p} \\ \boldsymbol{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{1} \\ & \boldsymbol{F}_{2} \end{bmatrix}$$
(23)

式中:p, q—广义坐标向量, $p = [p_1, p_2, \dots, p_k]^T$ , $q = [q_1, q_2 \dots, q_k]^T$ ; $M_1, M_2$ —与p和q对应的质量矩阵;  $C_1, C_2$ —与p和q对应的刚度矩阵; $K_1, K_2$ —与p和q对应的阻尼矩阵; $F_1, F_2$ —与p和q对应的广义力矩阵。

$$M_{1} C_{1} K_{1} 和 F_{1} 的元素值为:$$
  

$$M_{1} = \rho_{1} \hat{A} + m l_{h}^{-1} \varphi(1) \varphi^{T}(1) \qquad (24)$$
  

$$C_{1} = -2\rho_{1} v l_{h}^{-1} (0.5 \hat{A} - \hat{B}) - \mu_{1} E_{1} A_{1} l_{h}^{-2} \hat{E} +$$

$$m l_{h}^{-1} \varphi(1) \varphi^{T}(1)$$
(25)  

$$\boldsymbol{K}_{1} = \rho_{1} (0.75 v^{2} l_{h}^{-2} - 0.5 \dot{v} l_{h}^{-1}) \hat{\boldsymbol{A}} - \rho_{1} (v^{2} l_{h}^{-2} - \dot{v} l_{h}^{-1}) \hat{\boldsymbol{B}} + \rho_{1} v^{2} l_{h}^{-2} \hat{\boldsymbol{G}} + m l_{h}^{-2} (0.75 v^{2} l_{h}^{-1} - 0.5 \dot{v}) \varphi(1) \varphi^{T}(1) - \rho_{1} \hat{\boldsymbol{C}} \hat{\boldsymbol{C}} + \rho_{1} \hat{\boldsymbol{C}} \hat{\boldsymbol{C}} \hat{\boldsymbol{C}} \hat{\boldsymbol{C}} + \rho_{1} \hat{\boldsymbol{C}} \hat{\boldsymbol{$$

$$E_1 A_1 l_h^{-2} \boldsymbol{E} + \mu_1 E_1 A_1 v l_h^{-3} (2.5 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{H})$$
(26)

$$\boldsymbol{F}_{1} = -\rho \, \dot{v} l_{\rm h}^{0.5} \int_{-0}^{1} \varphi(\xi) \, \mathrm{d}\xi - m \, \dot{v} l_{\rm h}^{-0.5} \varphi(1) \quad (27)$$

其中:

$$\varphi(\xi) = \left[\varphi_1(\xi), \varphi_2(\xi), \cdots, \varphi_k(\xi)\right]^{\mathrm{T}} \quad (28)$$

$$\hat{\boldsymbol{A}} = \int_{0}^{1} \varphi(\boldsymbol{\xi}) \varphi^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\xi}) \,\mathrm{d}\boldsymbol{\xi}, \qquad (29)$$

$$\hat{\boldsymbol{B}} = \int_{0}^{1} (1-\xi)\varphi(\xi)\varphi'^{\mathrm{T}}(\xi)\,\mathrm{d}\xi,\qquad(30)$$

$$\hat{\boldsymbol{E}} = \int_{0}^{1} \varphi(\boldsymbol{\xi}) \varphi''^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\xi}) \,\mathrm{d}\boldsymbol{\xi}, \qquad (31)$$

$$\hat{\boldsymbol{G}} = \int_{0}^{1} (1 - \xi)^{2} \varphi'(\xi) \varphi'^{\mathrm{T}}(\xi) \,\mathrm{d}\xi \qquad (32)$$

$$\hat{\boldsymbol{H}} = \int_{0}^{1} \boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\xi}) \boldsymbol{\varphi}^{\prime\prime\prime T}(\boldsymbol{\xi}) \,\mathrm{d}\boldsymbol{\xi}$$
(33)

 $M_2 \ C_2 \ K_2 \ \pi F_2$  的元素值为:

$$\boldsymbol{M}_2 = \boldsymbol{\rho}_2 \, \tilde{\boldsymbol{A}} \tag{34}$$

$$C_{2} = -2\rho_{2}vl_{k}^{-1}(0.5\,\tilde{A} - \tilde{B}) - \mu_{2}E_{2}A_{2}l_{k}^{-2}\,\tilde{G} (35)$$
  

$$K_{2} = \rho_{2}(0.75v^{2}l_{k}^{-2} - 0.5\,\dot{v}l_{k}^{-1})\,\tilde{A} - \rho_{2}l_{k}^{-2}v^{2}\,\tilde{D} + \rho_{2}\,\dot{v}l_{k}^{-1}\,\tilde{B} + \rho_{2}l_{k}^{-2}v^{2}\,\tilde{E} - E_{2}A_{2}l_{k}^{-2}\,\tilde{G} + \rho_{2}h_{k}^{-2$$

$$\mu_{2}E_{2}A_{2}vl_{k}^{-3}(2.5\,\tilde{G}+\tilde{H})$$
(36)  
$$F_{k} = -mvl_{k}^{-0.5}ul(1) +$$

$$l_k(p\varphi(1)\psi^{\mathrm{T}}(0) - q\psi(0)\psi^{\mathrm{T}}(0)) \qquad (37)$$

其中:

$$\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{\zeta}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_1(\boldsymbol{\zeta}), \boldsymbol{\psi}_2(\boldsymbol{\zeta}), \cdots, \boldsymbol{\psi}_k(\boldsymbol{\zeta}) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \quad (38)$$

$$\tilde{A} = \int_{0}^{1} \psi(\zeta) \psi^{\mathrm{T}}(\zeta) \,\mathrm{d}\zeta \qquad (39)$$

$$\tilde{\boldsymbol{B}} = \int_{0}^{1} \zeta \boldsymbol{\psi}(\zeta) \boldsymbol{\psi}^{T}(\zeta) \,\mathrm{d}\zeta \qquad (40)$$

$$\tilde{\boldsymbol{D}} = \int_{0}^{1} (\boldsymbol{\zeta} + 2) \boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{\zeta}) \boldsymbol{\psi}^{"^{\mathrm{T}}}(\boldsymbol{\zeta}) \,\mathrm{d}\boldsymbol{\zeta}$$
(41)

$$\tilde{\boldsymbol{E}} = \int_{0}^{1} (\zeta - 2)^{2} \boldsymbol{\psi}(\zeta) \boldsymbol{\psi}^{\prime \mathrm{T}}(\zeta) \,\mathrm{d}\zeta \qquad (42)$$

$$\tilde{\boldsymbol{G}} = \int_{0}^{1} \boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{\zeta}) \boldsymbol{\psi}^{\boldsymbol{\prime}^{\mathrm{T}}}(\boldsymbol{\zeta}) \,\mathrm{d}\boldsymbol{\zeta} \tag{43}$$

$$\tilde{\boldsymbol{H}} = \int_{0}^{1} \boldsymbol{\zeta} \boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{\zeta}) \boldsymbol{\psi}^{m^{\mathrm{T}}}(\boldsymbol{\zeta}) \,\mathrm{d}\boldsymbol{\zeta}$$
(44)

## 2 纵向振动仿真与试验

摩擦提升系统运行过程中,系统不可避免地会发 生纵向振动。

#### 2.1 纵向振动响应仿真及分析

笔者以某矿 JKM −3.5X6Z(Ⅲ)型塔式摩擦提升机 参数作为输入量,对理论模型进行了仿真分析。提升绳 的基本参数为线密度 $\rho_1$  = 5.024 kg · m<sup>-1</sup>,弹性模量  $E_1$  = 9.2 GPa,横截面积 $A_1$  = 36 mm,纵向阻尼系数 $\mu_1$  = 3×10<sup>-3</sup>,尾绳的基本参数为线密度 $\rho_2$  = 6.048 kg · m<sup>-1</sup>, 弹性模量  $E_2$  = 8.9 GPa,横截面积 $A_2$  = 34 mm,纵向阻尼 系数 $\mu_2$  = 3×10<sup>-3</sup>。提升容器质量 m = 5 400 kg,提升绳 的初始长度为 15 m,井深 H = 530 m。系统运行过程中, 输入速度曲线由提升机摩擦轮转速拟合得到,通过数值 积分和微分得到系统运行过程中的位移和加速度曲线。

提升系统运动曲线如图2所示。



以上述提升参数和运动曲线作为输入量,笔者应用 MATLAB 软件和 Runge – Kutta 法,对四阶 Galerkin 截断得到的常微分方程组进行数值计算。

提升工况下,提升容器上方2m处提升绳与距提 升容器底部2m处尾绳的纵向振动响应,如图3所示。



图 3 中:提升工况下提升绳与尾绳的纵向振动位 移趋势相同,这是因为提升绳的下端和尾绳的上端分 别与提升容器顶部和底部相接,两者边界的耦合使振 动互相影响,但提升绳的纵向振动比尾绳更剧烈;

随提升容器提升,提升绳长度减小,提升绳与尾绳的振动频率均会明显增加;系统加速时,提升绳和尾绳的振动位移达到峰值;系统加速、减速和制动时,提升绳和尾绳纵向振动加速度幅值明显增加,随后在钢丝绳内部阻尼作用下振动逐渐衰减;与提升绳不同,减速时尾绳的振动加速度达到峰值,这是因为提升工况下减速时尾绳长度比加速时更长,系统运动状态突变产生的惯性冲击会使尾绳产生更剧烈的振动。

下放工况下,提升容器上方2m处提升绳与距提 升容器底部2m处尾绳的纵向振动响应,如图4所示。



图4中,下放工况下提升绳与尾绳的纵向振动比 提升工况更小。随提升容器下放,提升绳长度增加,提 升绳与尾绳的振动频率均会明显增加。系统减速时, 提升绳和尾绳的振动位移达到峰值。系统下放过程中 减速和制动会导致提升绳和尾绳产生较大的纵向振动 加速度。加速时尾绳的振动加速度达到峰值。

系统制动后提升绳纵向振动对比如图 5 所示。



由图 5 可知:提升容器下放至井底处时,提升绳与 尾绳振动加速度更大,且阻尼衰减率明显小于提升工 况,系统恢复稳态需要更长的时间。这是因为下放制 动时提升绳长度比提升制动时更长,钢丝绳刚度较小, 受冲击作用产生的振动更加剧烈,且提升制动时提升 容器的惯性力方向于重力加速度方向相反,系统制动 过程中耗散的能量更多。

#### 2.2 纵向振动响应试验及分析

为验证理论模型,笔者对某矿 JKM-3.5X6Z(Ⅲ) 型塔式摩擦提升机进行振动特性测试。

测试系统布局如图6所示。



图 6 测试仪器布局示意图

图 6 中,将 KISTLER 8795A50 型可变电容式三轴 加速度传感器置于罐笼内部,采集系统运行过程中的 纵向振动信号。由于被测矿井深度达到 500 m,无法 通过线路连接直流电源为测试仪器供电。因此,将铅 蓄电池的直流电转换为 220 V 交流电。

加速度传感器参数如下:测量范围为±50g,分辨率为0.001g,灵敏度为100mV/g,谐振频率20kHz。由采样频率为100Hz的NIUSB-6343型数据采集卡将采集到的纵向振动信号传送至电脑中,使用LabView软件存储数据;最后,使用MATLAB软件设计低通滤波器对数据进行滤波。

测试现场图如图7所示。



图 7 测试现场

仿真与测试曲线对比如图 8 所示。



图 8 中,本文建立的动力学模型计算得到的振动 加速度幅值与实验测试结果在相同位置的振动加速度 幅值基本一致。从仿真和实测曲线均可看出:系统加 速、减速时振动加速度明显增大,制动时系统受到冲击 产生纵向振动峰值,随后在内部阻尼的作用下衰减为 0。由此表明,本文建立的带尾绳提升系统动力学模型 和使用不同振型函数通过 Galerkin 加权余量方法计算 系统的纵向振动是可行的。

由于理论模型采用了一些假设,致使仿真曲线与 试验测试曲线存在一定的误差,例如忽略了系统运行 过程中摩擦轮和刚性罐道对钢丝绳上下边界的扰动, 导致仿真结果中匀速阶段钢丝绳的振动均小于真实 值。综上可知,本文建立的带尾绳提升系统振动模型 能够反映系统的纵向振动特性。

## 3 提升参数对系统振动特性影响

随着矿井深度变深,提升速度越来越快,摩擦提升 系统在运行过程中对结构参数变化更加敏感。此外, 由摩擦轮输出转速或力矩的波动、动不平衡会在钢丝 绳与摩擦轮分离处产生纵向激励源,该激励可能引起 提升系统运动状态参数发生波动,进而引发参数激励 振动现象<sup>[17]</sup>。

提升质量分别为 5 000 kg、6 000 kg 和 7 000 kg 时 系统的纵向振动响应<sup>[18]</sup>, 如图 9 所示。



图 9 中,提升质量越大,提升系统运行过程中纵向 加速度幅值越大。制动后,提升质量越小,系统的残余 振动更剧烈;摩擦提升机重载运行时,系统更易产生剧 烈的纵向振动,但由于钢丝绳张力增大,制动后产生的 残余振动更小。

提升容器下放至井底处、距井底 1/3H 处和距井底 2/3H 处制动时,系统的纵向振动响应如图 10 所示。



图 10 中,当提升容器越靠近井底时,提升绳长度 变长,瞬时刚度较小,系统运动状态突变更易导致剧烈 的纵向振动。因此,当井深变深、钢丝绳总长变长,即 系统提升高度增加时,加速、减速和制动时会产生更严 重的纵向振动。

假设提升绳上端存在一个纵向谐波激励, $e(t) = A_0 \sin(\pi t)$ ,受该激励影响,提升绳瞬时长度为 $l_h(t) + e(t)$ 。激励幅值分别为0 m、0.001 m和0.002 m时系统的纵向振动响应如图 11 所示。



图 11 中,随激励幅值增大,系统纵向振动加速度 幅值明显增加。该谐波激励不仅使钢丝绳绳长发生变 化,也会导致系统的运行速度和加速度发生突变。因 此,摩擦轮作为摩擦提升系统的动力源,除提供动力 外,其引入的边界激励也会导致提升机产生受迫振动。

### 4 结束语

针对塔式摩擦提升机纵向振动特性,笔者应用 Hamilton 原理建立了带尾绳摩擦提升系统纵向振动偏 微分方程;以矿井塔式提升机参数和运动状态曲线作 为输入,对系统运行过程中的纵向振动相应进行了仿 真分析和验证,研究了提升参数对系统振动特性的影响。研究结果表明:

(1)提升系统加、减速和制动时,提升绳和尾绳纵向振动位移和加速度均会明显增加,在内部阻尼作用下振动逐渐衰减(提升绳与尾绳的纵向振动特征与此相似);系统下放到井底制动时纵向振动位移和加速度均大于提升工况,且阻尼衰减率更慢;

(2)提升载荷、高度以及摩擦轮波动幅值的增加 均会使系统运行过程产生更剧烈的纵向振动;

(3)经实验验证,笔者建立的带尾绳纵向振动模型能够较好地描述塔式摩擦提升系统的纵向振动特性。

#### 参考文献(References):

- [1] 曹国华.矿井提升钢丝绳装载冲击动力学行为研究[D].徐州:中国矿业大学机电工程学院,2009.
- [2] KACZMARCZYK S, OSTACHOWICZ W. Transient vibration phenomena in deep mine hoisting cables. Part 1: Mathematical model [J]. Journal of Sound and Vibration, 2003,262(2):219-244.
- [3] MA C, XIAO X M, WU Jun, et al. Study on longitudinal vibration of friction hoist skips based on ritz series [C]. 2010 International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering. Wuhan: IEEE,2010.
- [4] YAO J N, XIAO X M. Effect of hoisting load on transverse vibrations of hoisting catenaries in floor type multi-rope friction mine hoists[J]. Shock and Vibration, 2016(9):1-15.
- [5] YAO J N, DENG Y, XIAO X M. Optimization of hoisting parameters in a multi-rope friction mine hoist based on the multi-source coupled vibration characteristics of hoisting catenaries[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2017, 9 (3):1-14.
- [6] WANG N G, CAO G H, YAN L, et al. Modelling and passive control of flexible guiding hoisting system with time-varying length [J]. Mathematical and Computer Modelling

of Dynamical Systems, 2020, 26(1): 31-54.

- [7] SANDILO S H, HORSSEN W T. On variable length induced vibrations of a vertical string[J]. Journal of Sound and Vibration, 2014, 333(11):2432-2449.
- [8] 黄家海,贺亚彬,于 培,等.落地式摩擦提升机建模和振动特性分析[J].机械工程学报,2019,55(12):205-214.
- [9] 于 培,赵 斌,黄家海,等.紧急制动工况下矿井提升机 动力学特性研究[J].太原理工大学学报,2019,50(3): 357-363.
- [10] HUANG J H, LUO C X, YU P, et al. A methodology for calculating limit deceleration of flexible hoisting system: a case study of mine hoist[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering, 2020, 234(4): 342-352.
- [11] 吴 娟,寇子明,梁 敏.摩擦提升系统钢丝绳横向动力 学分析[J].振动与冲击,2016,35(2):189-193.
- [12] 李占芳,肖兴明,刘正全,等.矿井提升钢丝绳的动力学 研究[J].煤矿安全,2007(10):15-18.
- [13] KURMYSHEV E V. Transverse and longitudinal mode coupling in a free vibrating soft string[J]. Physics Letters A, 2003,310(2-3):148-160.
- [14] 李玉瑾. 多绳摩擦轮提升系统的动力学究与设计[J]. 煤炭工程,2003(9):6-9.
- [15] 杨旭博,冀 宏,朱 奕. 五柱塞往复泵曲轴轴承的多体 动力学分析[J]. 液压气动与密封,2019(1):10-14,9.
- [16] REN H, ZHU W D. An accurate spatial discretization and substructure method with application to moving elevator cable-car systems—part II: application [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2013, 135(5):051037.
- [17] WANG Y D, CAO G H, ZHU Z C, et al. Longitudinal response of parallel hoisting system with time-varying rope length[J]. Journal of Vibroengineering, 2014, 16(8): 4088-4101.
- [18] 刘桓秀,陆佳平.基于 ANSYS 的弹性约束包装件的随机 振动特性分析[J].包装与食品机械,2019(1):57-62.

[编辑:杨骏泽]

#### 本文引用格式:

郭 瑜,黄家海,赵 斌,等. 塔式摩擦提升机的动力学建模及其纵向振动分析[J]. 机电工程,2021,38(7):843-849.
 GUO Yu, HUANG Jia-hai, ZHAO Bin, et al. Dynamical modeling and longitudinal vibration analysis of tower-type friction hoist[J]. Journal of Mechanical & E-lectrical Engineering, 2021,38(7):843-849.
 《机电工程》杂志:http://www.meem.com.cn