

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2021.05.004

肘内式悬挂 LMI 优化的多目标 输出反馈控制研究^{*}

胡峰波¹, 董 胜², 袁朝辉^{2*}

(1. 航空工业第一飞机设计研究院, 陕西 西安 710089;

2. 西北工业大学 自动化学院, 陕西 西安 710129)

摘要:针对被动式油气悬挂不能有效降低车辆车体垂直振动的问题,建立了肘内式半主动悬挂的动力学模型。提出了一种应用多目标输出反馈控制调节节流孔的大小,来增加行驶平顺性的方法;该方法在线性矩阵不等式(LMI)框架下,应用多目标输出反馈调节、调节节流孔的大小,悬挂满足了硬约束条件,减小了扰动通道增益;研究了 LMI 区域极点配置在悬挂性能优化中的应用。研究表明:基于 LMI 方法的多目标输出反馈控制相较被动式油气悬挂能有效减小车辆行驶中由于外界路面扰动而产生的垂直加速度,系统的刚度特性在一定的扰动作用范围内得到优化;同时,在域内悬挂动行程、动静载荷比和阻尼减震器输出力大小均不超过约束,保证了车辆行驶中的接地性,系统极点分布满足设计要求。

关键词:肘内式油气悬挂;动力学模型;线性矩阵不等式方法;多目标输出反馈

中图分类号:TH137;U463.33

文献标识码:A

文章编号:1001-4551(2021)05-0544-08

Multi objective output feedback control based on LMI optimization for elbow internal suspension

HU Feng-bo, DONG Sheng, YUAN Zhao-hui

(1. AVIC The First Aircraft Institute, Xi'an 710089, China;

2. School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

Abstract: Aiming at the problem that passive hydro-pneumatic suspension could not effectively reduce the vertical vibration of vehicle body, the dynamic model of elbow in semi-active suspension was established. A method to adjust the size of the throttle hole by using multi-objective output feedback control to increase ride comfort was proposed. In the framework of linear matrix inequality (LMI), the multi-objective output feedback was used to adjust the size of adjustable orifice, the suspension was satisfied with the the hard constraints and the gain of disturbance channel was reduced. The application of LMI region pole placement in suspension performance optimization was studied. The results show that comparing with passive hydro pneumatic suspension, the multi-objective output feedback control based on LMI method can effectively reduce the vertical acceleration caused by the external road disturbance, and the stiffness characteristics of the system can be optimized within a certain range of disturbance. Meanwhile, the dynamic travel, dynamic to static load ratio and the output force of damping damper in time domain do not exceed the constraints. The grounding performance of the vehicle is ensured and the pole distribution of the system meets the design requirements.

Key words: elbow-type hydro-pneumatic suspension; dynamic model; linear matrix inequality(LMI) method; multi-objective output feedback

收稿日期:2020-07-27

基金项目:国家自然科学基金青年科学基金资助项目(61705184)

作者简介:胡峰波(1986-),男,陕西西安人,硕士研究生,主要从事液压控制系统的设计与验证方面的研究。E-mail:648870454@qq.com

通信联系人:袁朝辉,男,教授,博士生导师。E-mail:yuanzhzh@nwpu.edu.cn

0 引言

肘内式悬挂系统分为固定缸筒式、摆动式和肘内式^[1]。肘内式油气悬挂以高压气体作为弹性介质,液压油流过可控节流孔产生阻尼作用,进而达到减缓车体振动,调节车体与轮轴连接刚度的目的。

悬挂设计一般需要满足乘坐的舒适性,操纵的稳定性^[2]和执行机构的非饱和性^[3,4]。乘坐的舒适性主要体现在车辆车体垂直加速度上,加速度越小,人体感觉越好。操纵的稳定性主要体现在轮胎与地面的接触和连接刚度上。执行机构的非饱和是指执行机构的各项输出满足实际硬件约束。上述性能相互矛盾,实际上在这些性能要求中,只有车体垂直加速度需要优化,其他指标只要不超过相应的范围即可,所以问题可以归结为约束系统的干扰抑制问题^[5]。

本文提出一种肘内式油气悬挂的结构形式,应用线性矩阵不等式原理对系统性能进行优化,并进行优化前后油气悬挂性能的仿真对比。

1 肘内式悬挂结构分析与建模

1.1 悬挂结构

肘内式油气悬挂由油气弹簧和可控叶片式阻尼减振器组成,肘内式悬挂结构如图1所示。

油气弹簧部分包括高压气室、浮动活塞、主活塞以及活塞连杆。叶片式减振器包括旋转叶片,固定隔板,均压油道和伺服阀控结构。伺服阀控结构完成阻尼力

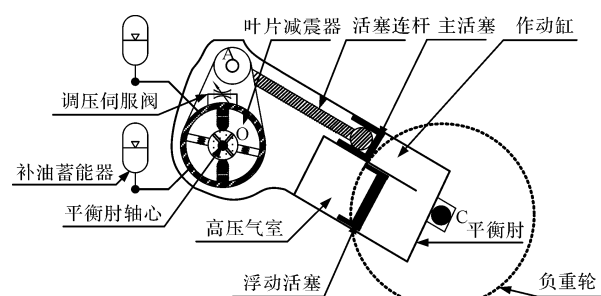


图1 肘内式悬挂结构

的半主动控制作用。通过调节伺服阀的开口大小理论上完全可以改变悬挂的阻尼力进而起到减震作用。油气弹簧的作动缸和平衡肘体做成一体,活塞连杆一端铰接在悬挂上支臂上,另一端与主活塞用球铰相连。可控阻尼减振器位于肘体内部上端,可控阻尼减振器盘式结构轴心与平衡肘同轴安装。

1.2 运动学分析

在对油气悬挂导向杆系合理简化的基础上,笔者分析其结构参数与位移,作用力之间的关系。在依据该简化结构建立肘内式悬挂模型之前,笔者做如下假设:

- (1) 悬挂内部部件间密封状态良好;
- (2) 油液在悬挂内部各油缸内流动时,不考虑压降和气穴现象^[6];
- (3) 只考虑单个轮子的运动情况,忽略各轮之间通过履带的铰链。

为了便于对悬挂机构进行运动学分析,将图1简化为悬挂结构平面连杆如图2所示。

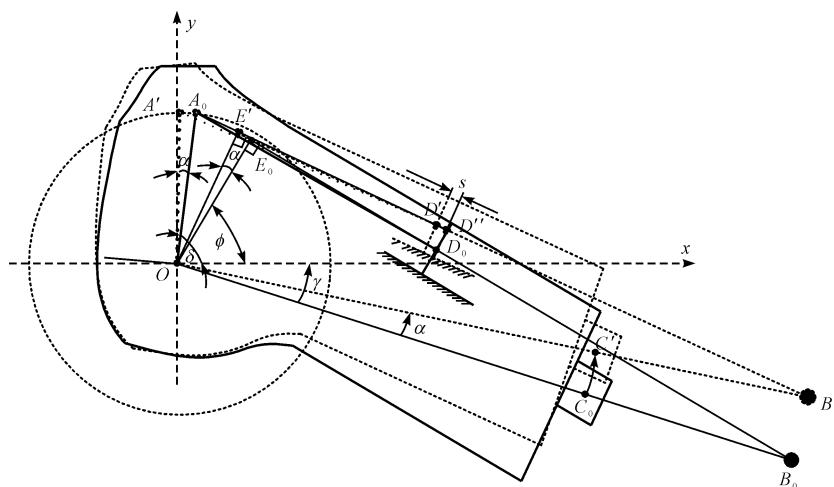


图2 悬挂结构平面连杆

OA_0 —悬架上支臂长度; OE_0 —作动缸力臂长度; AD —活塞杆长度; OC —平衡肘长度; δ —上支臂与水平线角度; γ —静倾角; φ —作动缸作用半径安装角; α —悬架旋转角度; s —空气弹簧压缩量

其中: O 点为平衡肘轴心, 其与车体固连; C 点为车轮轮轴; A 点为作动缸活塞连杆顶端位置, 其相对于车体固定; B 点为作动缸中心线与平衡肘延长线的交点; D 点为作动缸活塞连杆球头位置; OE 表示作动缸力臂; O 、 A 、 C 、 D 处均有一旋转副, D 点沿 EB 做往复运动。

悬挂结构参数如表 1 所示。

表 1 悬挂结构参数

参数名称	数值	参数名称	数值
OA/m	0.112	$\delta/(\circ)$	68
OE/m	0.1	$\gamma/(\circ)$	35
AD/m	0.19	$\varphi/(\circ)$	50
OC/m	0.4		

现将平衡肘 OC 绕 O 点逆时针旋转 α , 见图 2。 C 点从 C_0 点运动到 C' , E 点从 E_0 点运动到 E' , 由于 A (A_0) 点不动所以 D 点从 D_0 点运动到 D'' 。有:

$$\begin{cases} x_{A_0} = OA \cos \delta \\ y_{A_0} = OA \sin \delta \end{cases} \begin{cases} x_{A'} = OA \cos \delta' \\ y_{A'} = OA \sin \delta' \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x_{E_0} = OE \cos \varphi \\ y_{E_0} = OE \sin \varphi \end{cases} \begin{cases} x_{E'} = OE \cos \varphi' \\ y_{E'} = OE \sin \varphi' \end{cases}$$

$D''(x_{D''}, y_{D''})$ 点坐标计算如下:

以 $A_0(x_{A_0}, y_{A_0})$ 点为圆心, 活塞杆长度 AD 为半径的圆方程为:

$$(x - x_{A_0})^2 + (y - y_{A_0})^2 = AD^2 \quad (2)$$

过 $E'(x_{E'}, y_{E'})$ 点与 OE' 垂直的直线 (即作动缸几何中心线) 方程为:

$$y = -\frac{1}{\tan \varphi'}(x - x_{E'}) + y_{E'} \quad (3)$$

将式 (3) 代入到式 (2) 得:

$$(x - x_{A_0})^2 + \left[-\frac{1}{\tan \varphi'}(x - x_{E'}) + y_{E'} - y_{A_0} \right]^2 = AD^2 \quad (4)$$

解得:

$$\begin{cases} x_{D''} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ y_{D''} = -\frac{1}{\tan \varphi'}(x_{D''} - x_{E'}) + y_{E'} \end{cases} \quad (5)$$

其中:

$$\begin{cases} a = \frac{1}{\sin^2 \varphi'} \\ b = -2 \left[x_{A_0} + \frac{1}{\tan \varphi'} \left(\frac{x_{E'}}{\tan \varphi'} + y_{E'} - y_{A_0} \right) \right] \\ c = x_{A_0}^2 + \left(\frac{x_{E'}}{\tan \varphi'} + y_{E'} - y_{A_0} \right)^2 - AD^2 \end{cases} \quad (6)$$

同理, $D'(x_{D'}, y_{D'})$ 点坐标计算如下:

$$\begin{cases} x_{D'} = \frac{-b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4a_1c_1}}{2a_1} \\ y_{D'} = -\frac{1}{\tan \varphi'}(x_{D'} - x_{E'}) + y_{E'} \end{cases} \quad (7)$$

其中:

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{\sin^2 \varphi'} \\ b_1 = -2 \left[x_{A'} + \frac{1}{\tan \varphi'} \left(\frac{x_{E'}}{\tan \varphi'} + y_{E'} - y_{A'} \right) \right] \\ c_1 = x_{A'}^2 + \left(\frac{x_{E'}}{\tan \varphi'} + y_{E'} - y_{A'} \right)^2 - AD^2 \end{cases} \quad (8)$$

最终有:

$$s^2 = (x_{D'} - x_{D''})^2 + (y_{D'} - y_{D''})^2 \quad (9)$$

1.3 油气弹簧组成与动力学分析

相对于空气忽略油气弹簧油液的压缩性, 初始气体压强为 P_0 , 体积为 V_0 。气体受外力作用, 向下的位移 (压缩量) 为 x , 此时气室压力和容积的变化为 ΔP 、 ΔV , 由接近真实气体的准静态多变过程方程^[7] 如下:

$$\left[P + a \left(\frac{n}{V} \right)^2 \right] (V - nb)^\kappa = nRT = \text{常量} \quad (10)$$

式中: P —气体在平衡状态下的压强; V —气体在平衡状态下的体积; n —气体物质的量; R —普适气体常量; a, b —范德瓦耳兹常数; κ —多变指数。

其中, 取 $\kappa = 1$, 可得:

$$\begin{aligned} & \left[P_0 + \Delta P + a \left(\frac{n}{V_0 + \Delta V} \right)^2 \right] (V_0 + \Delta V - nb)^\kappa = \\ & \left[P_0 + a \left(\frac{n}{V_0} \right)^2 \right] (V_0 - nb)^\kappa \end{aligned} \quad (11)$$

又因为:

$$\Delta V = \frac{dV}{dx} x = A_e x \quad (12)$$

式中: A_e —有效面积。

将式 (11) 写成 ΔP 关于 x 的函数, 并将 ΔP 在 $x = 0$ 处泰勒展开, 忽略高阶微分项, 可求出:

$$\begin{aligned} \Delta P \approx & \left(\frac{\left[P_0 + a \left(\frac{n}{V_0} \right)^2 \right]^\kappa}{(V_0 - nb)} - \frac{2an^2}{V_0^3} \right) A_e x \approx \\ & \frac{\left[P_0 + a \left(\frac{n}{V_0} \right)^2 \right] A_e \kappa x}{(V_0 - nb)} \end{aligned} \quad (13)$$

气体物质的量可以近似求得:

$$n = \frac{P_0 V_0}{RT} \quad (14)$$

可以根据式 (12 ~ 14) 求出 Δp 为:

$$\Delta p \approx \frac{\left(1 + \frac{aP_0}{R^2 T^2}\right)}{\left(1 - \frac{bP_0}{RT}\right)} \cdot \frac{P_0 \kappa A_e}{V_0} \cdot x \quad (15)$$

空气弹簧中气体压力为:

$$F_s = (P_0 + \Delta P) \cdot \left(A_e + \frac{dA_e}{dx} \cdot x\right) \quad (16)$$

代入 Δp 忽略二阶小量,式(16)可以写成:

$$F_s = P_0 \cdot A_e + (k_1 + k_2)x \quad (17)$$

$$\text{其中: } k_1 = H \frac{P_0 \kappa A_e^2}{V_0}; k_2 = P_0 \frac{dA_e}{dx}; H = \frac{1 + \frac{aP_0}{R^2 T^2}}{1 - \frac{bP_0}{RT}}.$$

A_e 不随压缩量 x 变化而变化,从而有:

$$\frac{dA_e}{dx} = 0; k_2 = 0 \quad (18)$$

压缩气体选择空气,简便起见,取等温过程近似,所以在初始位置附近油气弹簧的弹性系数为:

$$k_s = k_1 = H \frac{P_0 \kappa A_e^2}{V_0} \quad (19)$$

进而式(17)可改写为:

$$F_s = P_0 \cdot A_e + k_1 s \quad (20)$$

1.4 减震器部分组成与动力学分析

肘内叶片式阻尼减振器将平衡肘轴心关节处进行修改,将盘式减振器置于肘体内部,与平衡肘轴同轴布置,通过花键与肘体连接,其主要由阻尼调节装置、固定节流孔、外壁、旋转叶片、限压阀、均压油道、隔板等组成。叶片和隔板将整个工作空间分为 A, B, C, D 4 个区域。平衡肘上下摆动带动叶片在减振器腔体中顺时针(逆时针)旋转,使 $A, C(B, D)$ 腔受压成高压腔, $B, D(A, C)$ 腔成低压腔,油液从高压腔经过固定节流孔和与之并联的阻尼调节装置流向低压腔。阻尼调节装置跨接在叶片减振器隔板两侧。

油气弹簧特性模型如图 3 所示。

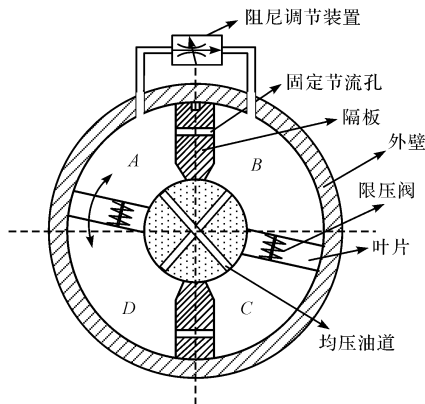


图3 油气弹簧特性模型

笔者通过改变阀口开度,改变减振器节流通道的,进而改变减振器的阻尼力大小,达到半主动式减震效果。这里改变的是可控阻尼力大小,而固定节流孔阻尼不变。减振器工作时,叶片转动,均压油道沟通的两腔各处压力相等,油温和体积弹性模量为常数。认为盘内外泄漏均为层流流动。车轮轴心受到路面不平度影响产生扰动,进而会在车辆重心处产生扰动位移和扰动加速度,影响车辆行驶的平顺性。

由流量连续性方程可知,叶片减振器的流量为:

$$Q_f = Q_1 + \frac{V_t}{4E_y} \frac{dp_f}{dt} + C_{sl} p_f \quad (21)$$

式中: Q_f —负载流量; Q_1 —叶片扫过体积流量; V_t —阻尼盘等效容积; E_y —油液等效容积弹性模量; C_{sl} —阻尼盘总泄漏系数; p_f —高低压腔压力差。

叶片扫过体积流量可以表示为:

$$Q_1 = 2 \frac{Vh}{OC} \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{D}{2}} x dx = \frac{Vh}{4OC} (D^2 - d^2) = A_t V \quad (22)$$

式中: D —叶片的外径; d —叶片的内径; V —车轮轴心旋转线速度; OC —平衡肘等效半径; h —阻尼盘厚度。

其中,阻尼盘等效截面积为:

$$A_t = \frac{h}{4OC} (D^2 - d^2). \quad (23)$$

所以式(21)可以写成:

$$Q_f = A_t V + \frac{V_t}{4E_y} \frac{dp_f}{dt} + C_{sl} p_f \quad (24)$$

根据力矩平衡原理,平衡肘 C 点受到的阻尼力为:

$$F_d = 2 \frac{p_f b}{OC} \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{D}{2}} x dx = \frac{p_f b}{4OC} (D^2 - d^2) = A_t p_f \quad (25)$$

2 悬挂数学模型

单轮悬架系统结构模型如图 4 所示。

肘内式油气悬挂动力学特性可用如下微分方程描述,即:

$$m_u \ddot{x}_u(t) = -k_t(x_u(t) - x_g(t)) + k_s(x_s(t) - x_u(t)) + c_s(\dot{x}_s(t) - \dot{x}_u(t)) - F_d(t) \quad (26)$$

$$m_s \ddot{x}_s(t) = -k_s(x_s(t) - x_u(t)) - c_s(\dot{x}_s(t) - \dot{x}_u(t)) + F_d(t) \quad (27)$$

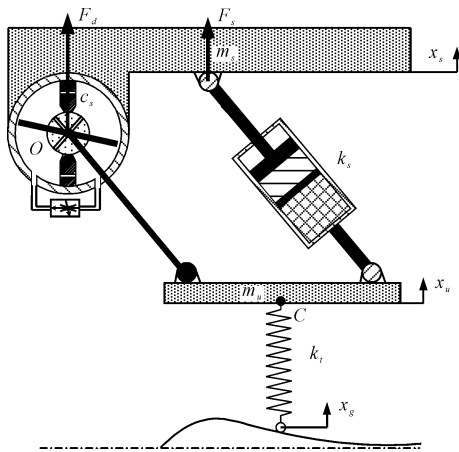


图4 单轮悬架系统结构模型

F_d —阻尼力; F_s —弹性力; x_s —簧上质量位移; x_u —簧下质量位移; c_s —固定节流孔对应产生的不变阻尼系数; x_g —路面扰动位移; m_u —车轮重量; m_s —簧上质量; k_i —车轮等效弹性系数; k_s —油气弹簧等效弹性系数

$$F_d(t) = F_{\max} u \quad (28)$$

式中: $F_{\max}$ —最大可调阻尼输出力; u —控制输入。

对式(26~28)进行拉普拉斯变换,并且经过整理,选取状态变量为:

$$x(t) = [x_1 x_2 x_3 x_4]^T = [x_s - x_u \quad \dot{x}_s x_u - x_g \quad \dot{x}_u]^T \quad (29)$$

动力学方程可以改写为:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) - x_4(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{1}{m_s} [-k_s x_1(t) - c_s x_2(t) + c_s x_4(t)] + \frac{F_{\max}}{m_s} u \\ \dot{x}_3(t) &= x_4(t) - \dot{x}_g(t) \end{aligned} \quad (30)$$

对于悬挂而言,控制的主要问题侧重于在一定的频率范围内降低车身垂直方向的加速度幅值水平,在这个过程中动静载荷比要保证车辆的接地性,其约束可写为:

$$k_i(x_u(t) - x_g(t)) \leq (m_s + m_u)g \quad (31)$$

作动器行程要在设计范围内,约束可写为:

$$|(x_s(t) - x_u(t))| \leq x_{\max} \quad (32)$$

式中: $x_{\max}$ —最大悬挂动行程。

考虑到控制目标是减小加速度,因此控制输出和约束输出分别选择为:

$$z_1(t) = \begin{bmatrix} -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{c_s}{m_s} & 0 & \frac{c_s}{m_s} \end{bmatrix} x(t) + \frac{F_{\max}}{m_s} u \quad (33)$$

$$z_2(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{x_{\max}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_i}{(m_s + m_u)g} & 0 \end{bmatrix} x(t) \quad (34)$$

而测量输出选择为:

$$y(t) = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) \quad (35)$$

3 基于 LMI 方法的输出反馈性能优化

将肘内式悬挂近似看成线性时不变系统,笔者依据上节建模分析,系统状态空间方程归一化写成如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \\ z_1(t) &= C_1 x(t) + D_{11} w(t) + D_{12} u(t) \\ z_2(t) &= C_2 x(t) + D_{21} w(t) + D_{22} u(t) \\ y(t) &= C_3 x(t) \end{aligned} \quad (36)$$

式中: x —状态变量; w —外部扰动输入; u —控制输入。

现在需要设计控制器,使其满足: $\|T_{wz_1}(s)\|_{\infty} \leq \gamma_{\min}$, $\|z_2(t)\| \leq 1, \forall t \geq 0$, 闭环系统极点落在目标 LMI 区域中。其中: $T_{wz_1}(s)$ — w 到 z_1 的传递函数。

第二个约束可写为:

$$\|T_{wz_2}(s)\| = \sup \left\{ \|z_2(t)\| : x(0) = 0, t \geq 0, \int_0^t w(\tau)^2 d\tau \leq 1 \right\} \quad (37)$$

也就是要求从 w 到 z_2 的广义 H_2 范数小于 1。

输出反馈控制器为:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}(t) &= A_k \zeta(t) + B_k y(t) \\ u(t) &= C_k \zeta(t) + D_k y(t) \end{aligned} \quad (38)$$

接入系统后增广系统状态空间方程为:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{lp}(t) &= A_{lp} x_{lp}(t) + B_{lp} w(t) \\ z_1(t) &= C_{lp,1} x_{lp}(t) + D_{lp,1} w(t) \\ z_2(t) &= C_{lp,2} x_{lp}(t) + D_{lp,2} w(t) \end{aligned} \quad (39)$$

其中:

$$\begin{aligned} A_{lp} &= \begin{bmatrix} A + B_2 D_k C_3 & B_2 C_k \\ B_k C_3 & A_k \end{bmatrix} \\ B_{lp} &= \begin{bmatrix} B_1 + B_2 D_k D_{31} \\ B_k D_{31} \end{bmatrix} \\ C_{lp,1} &= [C_1 + D_{12} D_k C_3 \quad D_{12} C_k] \\ D_{lp,1} &= D_{11} + D_{12} D_k D_{31} \\ C_{lp,2} &= [C_2 + D_{22} D_k C_3] \\ D_{lp,2} &= D_{21} + D_{22} D_k D_{31} \end{aligned}$$

H_{∞} 性能:存在对称正定矩阵 P_1 使其满足下式^[8]:

$$\begin{bmatrix} A_{lp}^T P_1 + P_1 A_{lp} & P_1 B_{lp} & C_{lp,1}^T \\ B_{lp}^T P_1 & -I & D_{lp,1}^T \\ C_{lp,1} & D_{lp,1} & -\gamma_{\min}^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (40)$$

广义 H_2 性能:存在对称正定矩阵 P_2 使其满足下式:

$$\begin{bmatrix} A_{lp}^T P_2 + P_2 A_{lp} & P_2 B_{lp} \\ B_{lp}^T P_2 & -I \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} P_2 & C_{lp,2}^T \\ C_{lp,2} & I \end{bmatrix} > 0, D_{lp,2} = 0 \quad (41)$$

极点配置:闭环系统极点落在 LMI 区域^[9]:

$$D = \{s \in \mathbb{C} : L + sH + \bar{s}H^T < 0\} \quad (42)$$

其中:

$$L = L^T = \{\lambda_{ij}\}_{1 \leq i, j \leq m} \in R^{m \times m}, H = \{\mu_{ij}\}_{1 \leq i, j \leq m} \in R^{m \times m}。$$

当且仅当存在对称正定矩阵 P_3 满足

$$[\lambda_{ij} P_3 + \mu_{ij} A_{lp}^T P_3 + \mu_{ji} P_3 A_{lp}]_{1 \leq i, j \leq m} < 0 \quad (43)$$

在 LMI 框架内,需要解决这个非凸优化问题。因此,寻求一个李雅普诺夫矩阵 $P: = P_1 = P_2 = P_3$ 来同

时满足上述 3 条约束。

将 P 改写成 $P = F_2 F_1^{-1}$ 的形式^[10],并令:

$$\begin{aligned} \hat{A} &= N A_k M^T + N B_k C_3 X + Y B_2 C_k M^T + \\ &\quad Y(A + B_2 D_k C_3) X \\ \hat{B} &= N B_k + Y B_2 D_k \\ \hat{C} &= C_k M^T + D_k C_3 X \\ \hat{D} &= D_k \end{aligned} \quad (44)$$

$$F_1 = \begin{pmatrix} X & I \\ M^T & 0 \end{pmatrix}, F_2 = \begin{pmatrix} I & Y \\ 0 & N^T \end{pmatrix} \quad (45)$$

X 和 Y 是对称正定矩阵,对不等式(40)进行同余变换^[11],则不等式(40)等价于:

$$\begin{bmatrix} AX + XA^T + B_2 \hat{C} + \hat{C}^T B_2^T & * & * & * \\ (\hat{A}^T + A + B_2 \hat{D} C_3)^T & A^T Y + Y A + \hat{B} C_3 + C_3^T \hat{B}^T & * & * \\ (B_1 + B_2 \hat{D} D_{31})^T & (Y B_1 + \hat{B} D_{31})^T & -\gamma I & * \\ C_1 X + D_{12} \hat{C} & C_1 + D_{12} \hat{D} C_3 & D_{11} + D_{12} \hat{D} D_{31} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (46)$$

又由于 $F_1^T P F_1 = F_2^T F_1 = \begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix}$,且 P 正定, F_1 列

满秩, $\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} > 0$,同余变换式(41)有^[12]:

$$\begin{bmatrix} X & * & * \\ I & Y & * \\ C_2 X + D_{22} \hat{C} & C_2 + D_{22} \hat{D} C_3 & I \end{bmatrix} > 0$$

$$D_{21} + D_{22} \hat{D} D_{31} = 0 \quad (47)$$

将不等式(43)左乘 F_1^T 右乘 F_1 可化为^[13]:

$$\begin{aligned} & \left[\lambda_{ij} \begin{pmatrix} X & I \\ I & Y \end{pmatrix} + \mu_{ij} \begin{pmatrix} AX + B_2 \hat{C} A + B_2 \hat{D} C_3 \\ \hat{A} Y A + \hat{B} C_3 \end{pmatrix}^T + \right. \\ & \left. \mu_{ji} \begin{pmatrix} AX + B_2 \hat{C} A + B_2 \hat{D} C_3 \\ \hat{A} Y A + \hat{B} C_3 \end{pmatrix} \right]_{1 \leq i, j \leq m} < 0 \end{aligned} \quad (48)$$

综上所述,对于式(35)当且仅当存在一组解 $M, N, \hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$ 时,有 $\|T_{\omega_2}(s)\|_2 \leq 1, \|T_{\omega_1}(s)\|_\infty \leq \gamma_{\min}$,且闭环极点落在指定 LMI 区域内。

4 数学仿真

对油气悬挂系统模型使用上述优化方法,笔者将测量输出接入求得的输出反馈控制器。控制输出就能满足设计性能指标并可求出可调阻尼力 $F_d(t)$ 的大小,又因为式(25), A_i 不变,进而可得到减震器高低压腔压力差,通过改变可调节流孔大小跟踪压差值。

悬挂系统参数取值如表 2 所示。

表 2 悬挂系统参数取值

物理量	参数值	物理量	参数值
$k_s / (\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	0.8×10^6	$F_{\max} / \text{N}$	6.6×10^6
$k_u / (\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	5.9×10^7	$x_{\max} / \text{m}$	0.1
m_s / kg	3 00	$c_s / (\text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s})$	5.2×10^5
m_u / kg	180	$g / (\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$	9.8

优化问题可以归结为:

$$\begin{aligned} & \min \gamma \\ & \text{s. t. (46), (47), (48)} \end{aligned} \quad (49)$$

根据相关汽车平顺性脉冲输出行驶验证方法(GB4970.85),本文采用长坡型单凸块确定性路面输入:

$$\frac{A_m}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{L} l\right) \right), 0 \leq l \leq L \quad (50)$$

式中: l —车辆水平位移; A_m —凸块高度; L —凸块长度。

则相应的垂直速度可以表示为:

$$\dot{x}_g = \frac{\pi V A_m}{L} \sin\left(\frac{2\pi V}{L} t\right), 0 \leq t \leq \frac{L}{V} \quad (51)$$

这里选择 25 km/h 和 40 km/h 进行悬挂垂直加速度抑制性能分析,取 $A_m = 0.1 \text{ m}, L = 5 \text{ m}$,此时可以求出扰动频率为 $0.28 \text{ Hz} \leq f \leq 3.33 \text{ Hz}$ 。通过仿真可以得到 $\gamma_{\min} = 653.4689$ 。

$T_{\omega_1}(s)$ 系统优化前后波特图对比如图 5 所示。

车辆悬挂系统在一定范围内扰动通道增益减小。

根据无穷范数定义结合波特图求出同时在广义 H_2 约束下:

$$\|T_{\omega_1}(s)\|_\infty = 46.5543 \leq \gamma_{\min} \quad (52)$$

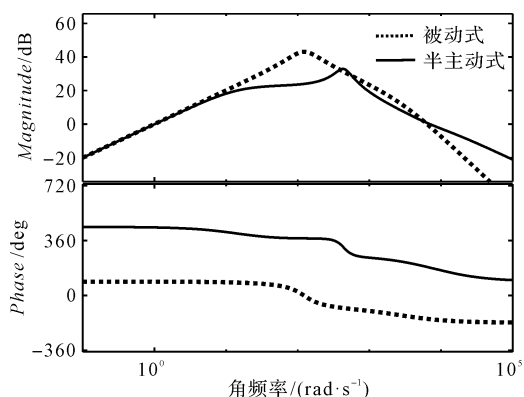


图 5 系统优化前后波特图对比

在 25 km/h 和 40 km/h 速度下, 加速度 $\ddot{x}_s$ 对比如图 6 所示。

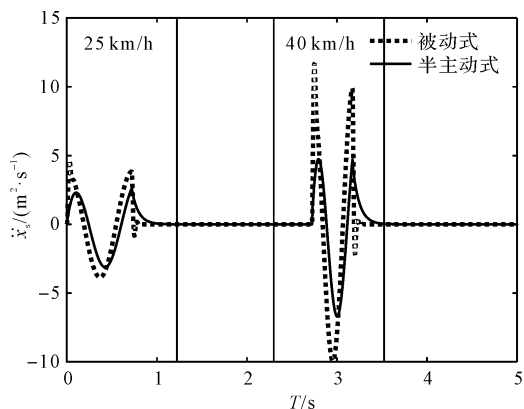


图 6 悬挂系统优化前后垂直加速度对比

悬挂优化前后车体垂直加速度有较大程度上的减小, 簧上质量振动相对被动式系统衰减较大。

悬挂系统优化前后簧上质量速度对比如图 7 所示。

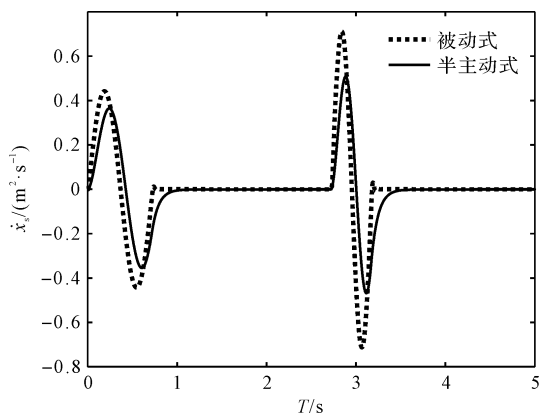


图 7 悬挂系统优化前后簧上质量速度对比

由图 7 可知, 簧上质量的速度明显减小。

悬挂系统优化前后非簧上质量速度对比如图 8 所示。

由图 8 可知, 非簧上质量的速度基本保持不变。

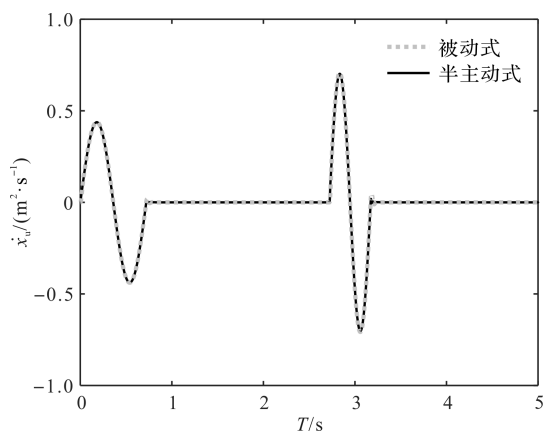


图 8 悬挂系统优化前后非簧上质量速度对比

系统优化前后悬挂动行程如图 9 所示。

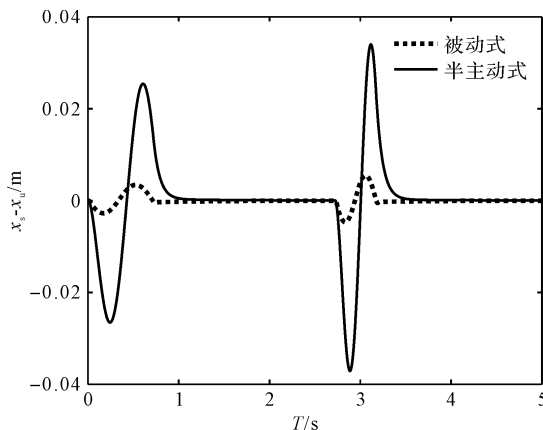


图 9 悬挂系统优化前后悬挂动行程

由图 9 可以看出: 半主动悬挂行程较被动式悬挂行程有所增加, 这有助于降低振动, 即使行程增加也仍然小于 $x_{\max} = 0.1$ m。

悬挂系统优化前后车轮压缩行程如图 10 所示。

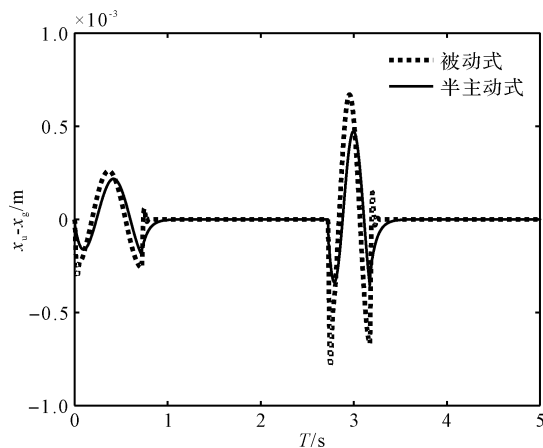


图 10 悬挂系统优化前后车轮压缩行程

由图 10 可以看出: 半主动悬挂车轮压缩行程较被动式悬挂车轮压缩行程有所减小, 这有助于保证车辆的接地性。

5 结束语

笔者通过对肘内式半主动悬挂系统结构进行分析,建立起了系统的动力学模型,在系统模型的基础上应用 LMI 方法,设计出了综合考虑多目标性能的输出反馈控制器。

基于 LMI 方法设计的输出反馈控制器,应用范数的物理意义,使系统在整个频率范围内扰动通道增益最大值不大于性能指标参数 γ ,并考虑到系统的硬约束条件,使系统外部输入到约束输出的广义 H_2 范数小与 1,保证了控制的有效性。通过灵活地在 LMI 框架下配置系统的极点位置,使系统表现出理想的性能。

通过仿真看到:控制器在系统能力范围内明显的减小了垂直方向加速度,改善了乘坐舒适性;动行程和最大输出阻尼力都小于硬件约束。

参考文献 (References):

- [1] 丁法乾. 履带式装甲车辆悬挂系统动力学[M]. 北京:国防工业出版社,2004.
- [2] 刘莉,王伯铭,韩振. 悬挂式单轨列车转向架中心销强度与刚度分析[J]. 机械制造,2021,59(2):24-30,37.
- [3] HROVAT D. Survey of advanced suspension developments and related optimal control applications[J]. *Automatica*, 1997,33(10):1781-1817.
- [4] GIUA A, SEATZU C, USAI G. Active axletree suspension for road vehicles with gain-switching[C]. *Decision and Control*,2000. Proceedings of the, IEEE Conference on. IEEE, 2007.
- [5] CHEN H, GUO K H. Constrained H_∞ control of active suspensions: an LMI approach[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*,2005,13(3):412-421.
- [6] 甄龙信,张文明. 单气室油气悬挂的仿真与试验研究[J]. 机械工程学报,2009,45(5):290-294.
- [7] SOLOMON U, PADMANABHAN C. Hydro-gas suspension system for a tracked vehicle: modeling and analysis[J]. *Journal of Terramechanics*,2011,48(2):125-137.
- [8] 俞立. 鲁棒控制线性矩阵不等式处理方法[M],清华大学出版社,2002.
- [9] WU B L, CAO X B, LI Z. Multi-objective output-feedback control for microsatellite attitude control: an LMI approach[J]. *Acta Astronautica*,2009,64(11-12):1021-1031.
- [10] WU B L, HE D L, CAO X B. Multi-objective output-feedback control for satellite formation keeping: an lmi approach[C]. *International Conference on Machine Learning and Cybernetics*. IEEE,2006.
- [11] 贾英民. 鲁棒 H_∞ 控制[M]. 北京:科学出版社,2007.
- [12] WEI C, PARK S Y. Dynamic optimal output feedback control of satellite formation reconfiguration based on an LMI approach[J]. *Aerospace Science & Technology*, 2017(63):214-231.
- [13] CHILALI M, GAHINET P, APKARIAN P. Robust pole placement in LMI regions[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*,1999,2(12):2257-2270.

[编辑:杨骏泽]

本文引用格式:

胡峰波,董胜,袁朝辉. 肘内式悬挂 LMI 优化的多目标输出反馈控制研究[J]. 机电工程,2021,38(5):544-551.

HU Feng-bo, DONG Sheng, YUAN Zhao-hui. Multi objective output feedback control based on LMI optimization for elbow internal suspension[J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2021,38(5):544-551.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>