

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2021.02.003

基于有限元法的双渐开线齿轮啮合刚度计算^{*}

樊智敏, 江 峰, 马瑞磷, 王明凯, 徐 俊
(青岛科技大学 机电工程学院, 山东 青岛 266061)

摘要:针对双渐开线齿轮啮合刚度变化规律不明的问题,对其啮合刚度的时变性进行了研究,提出了一种基于有限元法建立的双渐开线齿轮啮合刚度计算模型,用于求解双渐开线齿轮时变啮合刚度。应用有限元分析软件 ABAQUS 提取了齿面法向接触力和综合弹性变形,根据刚度公式求解了啮合刚度;研究了不同齿宽条件下主、从动轮综合弹性变形和啮合刚度的变化规律,对比分析了同参数、同工况条件下双渐开线齿轮与普通渐开线齿轮啮合刚度的差异,并与 ISO6336—1:2006 中啮合刚度的计算方法进行了比较,验证了该齿轮啮合刚度计算方法的正确性。研究结果表明:在一个啮合周期内,齿宽越大,综合弹性变形量越小,单齿啮合刚度越大;双渐开线齿轮综合时变啮合刚度变化趋势与普通渐开线齿轮相似,双渐开线齿轮综合啮合刚度小于同参数的普通渐开线斜齿轮,双渐开线齿轮综合啮合刚度波动幅值略低于普通渐开线齿轮。

关键词:双渐开线齿轮;有限元法;弹性变形;啮合刚度

中图分类号:TH132.41

文献标识码:A

文章编号:1001-4551(2021)02-0151-07

Meshing stiffness calculation of double involute gear based on finite element method

FAN Zhi-min, JIANG Feng, MA Rui-lin, WANG Ming-kai, XU Jun
(College of Mechanical and Electrical Engineering, Qingdao University of
Science and Technology, Qingdao 266061, China)

Abstract: Aiming at the unclear change of meshing stiffness of double involute gears, the time-varying nature of meshing stiffness was studied. A calculation model for the meshing stiffness of double involute gears based on the finite element method was proposed and it was used to solve the time-varying meshing stiffness of the double involute gears. The finite element analysis software ABAQUS was used to extract the tooth surface normal contact force and comprehensive elastic deformation. The meshing stiffness was solved according to the stiffness formula. The variation law of comprehensive elastic deformation and meshing stiffness of driving gear and driven gear under different tooth width was studied. The difference of meshing stiffness between double involute gear and ordinary involute gear under the same parameters and working conditions was comparing and analyzed. Comparing with the calculation method of meshing stiffness in ISO6336-1:2006, the correctness of the calculation method was verified. The results indicate that the larger the tooth width is, the smaller the comprehensive elastic deformation is, and the greater the meshing stiffness of the single tooth is. The variation trend of comprehensive time-varying meshing stiffness of double involute gears is similar to that of common involute gears. The comprehensive meshing stiffness of double involute gear is less than that of common involute helical gear with the same parameters, and the fluctuation amplitude of comprehensive meshing stiffness of double involute gear is slightly lower than that of common involute gear.

Key words: double involute gears; finite element method; elastic deformation; meshing stiffness

收稿日期:2020-07-10

基金项目:山东省自然科学基金资助项目(ZR2018MEE014)

作者简介:樊智敏(1963-),男,山东青岛人,博士,教授,博士生导师,主要从事机械传动设计理论与方法、机械系统创新设计等方面的研究。E-mail:zmfan@163.com

0 引 言

齿轮刚度激励是齿轮系统的重要激励形式之一,时变啮合刚度的周期性变化会导致齿轮系统呈现出强烈的非线性特征。因此,确定齿轮时变啮合刚度对研究齿轮系统动力学特性有重要意义。

目前,国内外学者分别采用不同方法对齿轮时变啮合刚度计算进行了大量研究。LIANG X H 等^[1]推导了齿面点蚀直齿轮的啮合刚度方程,研究了齿面点蚀对齿轮啮合刚度的影响,并将该方法与有限元法进行了比较,验证了该方法在齿轮刚度计算中的有效性;SUN Y N 等^[2]基于薄片假设,建立了修正的圆柱齿轮副啮合刚度计算模型,分析了齿宽和转矩对齿轮时变啮合刚度的影响;WANG Q B 等^[3]采用积分势能法求解斜齿轮啮合刚度,研究了螺旋角对啮合刚度的影响;MOHSEN R 等^[4]提出了一种斜齿行星齿轮系统啮合刚度计算公式,并与有限元法进行了对比,发现当螺旋角小于 15° 时,两种方法吻合较好;CAI Y^[5]对斜齿轮啮合刚度计算公式进行了修正,通过与实验结果对比,验证了计算方法的准确性;唐进元等^[6]基于有限元法求解了螺旋锥齿轮的单齿、多齿综合啮合刚度,研究了不同载荷对啮合刚度的影响规律;HUANGFU Y F 等^[7]基于切片法,提出了一种采用“偏移叠加”思想的斜齿轮啮合刚度计算方法,并与有限元法和传统解析法比较,发现该方法效率高、吻合性好;YU W N 等^[8]建立了一种时变非对称啮合刚度模型,分析了齿顶修形对啮合刚度的影响;WANG J 等^[9]研究了直齿轮裂纹深度对其啮合刚度的影响;贵新成等^[10]基于势能法建立了高重合度摆线内齿轮副的啮合刚度模型,分析了不同负载转矩下齿轮刚度的变化规律;CHENG G 等^[11]基于三维线性接触混合弹流润滑模型和粗糙表面接触刚度计算方法,提出了一种在混合润滑下齿轮啮合刚度的计算方法,分析了转速、外载荷以及粗糙度幅值对齿轮啮合刚度的影响;HAN L 等^[12]将切片法与离散积分法结合,研究了轮齿缺陷对斜齿轮啮合刚度的影响。

目前有关于双渐开线齿轮的研究主要针对弯曲刚度、接触刚度的方面,尚未有双渐开线齿轮时变啮合刚度变化规律的系统研究。

本文基于有限元法建立双渐开线齿轮啮合刚度计算模型,研究不同齿宽下主、从动轮齿面综合弹性变形、单齿刚度、单齿啮合刚度的变化规律,对比分析同参数、同工况条件下,双渐开线齿轮与普通渐开线齿轮

时变啮合刚度的差异,为后续双渐开线齿轮非线性动力学分析奠定基础。

1 双渐开线齿轮基本齿廓

双渐开线齿轮是一种综合了双圆弧齿轮优点和渐开线齿轮优点的新型齿轮,其齿廓由两段相错的渐开线组成,两段渐开线中间以一段圆弧过渡曲线连接,齿顶渐开线与齿根渐开线呈分阶式布置^[13]。双渐开线齿轮与普通渐开线齿轮相比,齿根增厚,齿顶变薄。

双渐开线齿轮基本齿廓如图 1 所示。

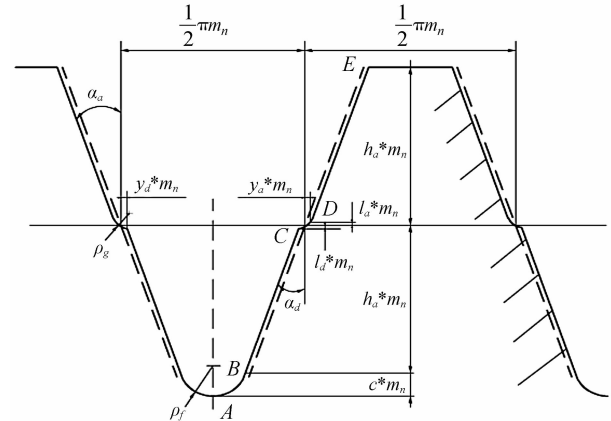


图 1 双渐开线齿轮基本齿廓

α_a, α_d —齿顶、齿根的齿形角; y_a^*, y_d^* —齿顶、齿根切向变位系数; l_a^*, l_d^* —齿腰过渡圆弧的齿顶、齿根高度系数; ρ_f, ρ_g —齿根、齿腰过渡圆弧半径; h_a^* —齿顶高系数; c^* —顶系系数

2 双渐开线齿轮啮合刚度的计算

齿轮单齿刚度计算公式^[14]为:

$$k_n = \frac{F_n}{\delta_n} \quad (1)$$

式中: F_n —齿面法向接触力, N; δ_n —齿面综合弹性变形, mm。

齿面综合弹性变形一般包括赫兹接触产生的齿面接触变形 δ_h 、轮齿弯曲产生的弯曲变形 δ_b 以及支撑变形 δ_f 等,其计算方法为:

$$\delta_n = \sum_{i=1}^2 \delta_{hi} + \sum_{i=1}^2 \delta_{bi} + \sum_{i=1}^2 \delta_{fi} \quad (2)$$

单齿啮合刚度 k 是指一对轮齿接触时的综合刚度,两个轮齿通过串联耦合构成单齿接触对,其计算公式为:

$$k = \frac{k_{n1} \cdot k_{n2}}{k_{n1} + k_{n2}} \quad (3)$$

式中: k_{n1}, k_{n2} —主、从动轮单齿刚度, $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ 。

多齿对啮合过程中,各对轮齿之间为并联耦合,在某一瞬时同时参与啮合的轮齿对单齿啮合刚度的叠加,称为齿轮系统在该时刻的综合啮合刚度,齿轮副综合啮合刚度 K 计算公式为:

$$K = \sum_{i=1}^n k_i \quad (4)$$

式中: k_i —第 i 对齿单齿啮合刚度, $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$; n —同时啮合的齿对数。

3 双渐开线齿轮有限元分析

根据啮合刚度计算公式求解双渐开线齿轮啮合刚度,需先求得齿面接触力 F_n 和齿面综合弹性变形量 δ_n 。笔者采用 Hypermesh-ABAQUS 联合仿真进行求解。

3.1 双渐开线齿轮网格模型的建立

双渐开线齿轮齿廓参数如表 1 所示。

表 1 双渐开线齿轮齿廓参数

参数	数值
主动轮齿数	23
从动轮齿数	32
模数/mm	4
压力角	20°
螺旋角	16°57'42"
齿宽/mm	50
齿顶高系数	1
齿根高系数	1.25

根据表 1 中双渐开线齿轮的齿廓参数,笔者采用 MATLAB 数值计算法,对双渐开线齿轮端面齿廓方程进行求解,将求解的端面齿廓曲线离散为均分的数据点,把数据点坐标导入三维建模软件 SolidWorks 中,建立双渐开线齿轮三维模型。

双渐开线齿轮三维模型如图 2 所示。

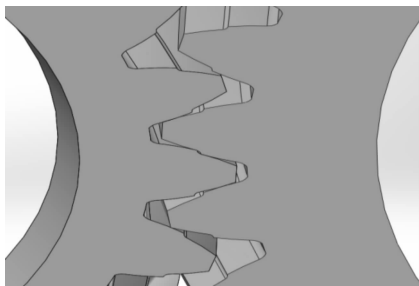
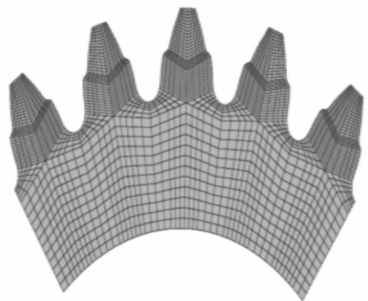


图 2 双渐开线齿轮三维模型

进行接触动力学分析时,会存在多重迭代计算,分析齿轮全齿模型耗费时间长等情况。通过对双渐开线齿轮重合度计算,得出重合度 ε 介于 2~3 之间,由此可知双渐开线齿轮处于 3 齿对与 2 齿对交替啮合状

态。同时,为避免边缘刚体耦合作用,将双渐开线齿轮三维模型切分为 5 齿对啮合模型,并导入 HyperMesh 中,进行网格划分。

双渐开线齿轮网格模型如图 3 所示。



(a) 轮齿网格加密



(b) 五齿对网格模型

图 3 双渐开线齿轮网格模型

3.2 双渐开线齿轮有限元分析前处理

将 Hypermesh 划分的双渐开线齿轮 5 齿对网格模型导入 ABAQUS 有限元软件中进行分析。

ABAQUS 有限元分析前处理步骤:

(1) 材料属性定义。设置主、从动轮密度为 $7\,800\text{ kg/m}^3$,弹性模量为 210 GPa ,泊松比为 0.3;

(2) 单元类型的选取。双渐开线齿轮啮合面为螺旋渐开面,在网格划分时必将出现网格扭曲,为避免网格变形对计算结果精度的影响,选择八节点六面体一次缩减积分单元 C3D8R;

(3) 分析步的设置。将齿轮齿面离散为有限单元网格,会导致在接触区域产生微小间隙。为保证接触收敛,本文设置两个分析步(两个分析步的类型均为 static,general),第 1 个分析步施加微小转动量,保证齿轮齿面接触,第 2 个分析步施加 Moment 载荷,进行静态接触分析;设置计算步长为 0.1;

(4) 接触定义。此处定义接触类型为面对面接触,定义法向接触为“硬接触”,其他保持默认;定义切向接触为“罚”,设置摩擦系数为 0.03,定义接触对时,应将接触的轮齿分别定义接触对,以避免计算不收敛;

接触对设置如图 4 所示。

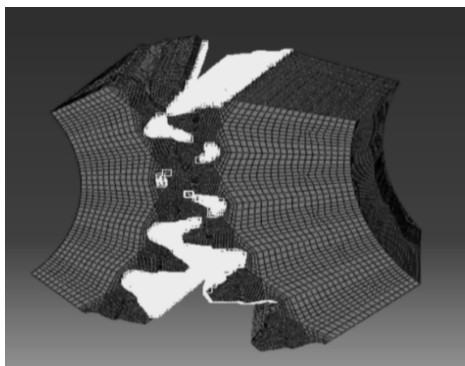


图 4 接触对设置

(5)耦合作用定义。在 ABAQUS 中,三维实体单元一般只有平移自由度,不具有旋转自由度。为施加 Moment 载荷,在主、从动轮轴线上定义参考点,将齿轮齿圈内表面分别与两个参考点进行耦合,以建立耦合约束;

耦合作用设置如图 5 所示。

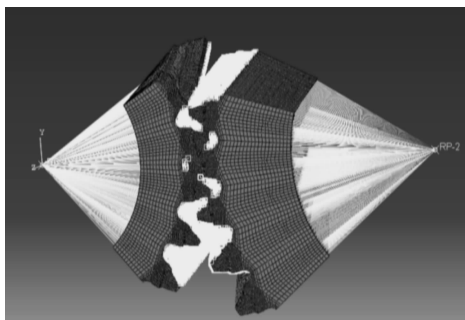


图 5 耦合作用设置

(6)载荷和边界条件施加。在从动轮参考点上约束全部 6 个自由度,在主动轮参考点上约束除轴向旋转外 5 个自由度;在主动轮参考点上设置 Moment 载荷为 $20 \text{ MN} \cdot \text{m}$ 。

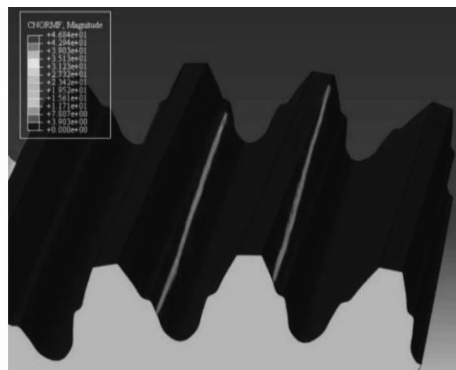
3.3 有限元计算结果分析

采用 ABAQUS 进行有限元分析,可以求出齿面接触力分布及齿面节点综合弹性变形。

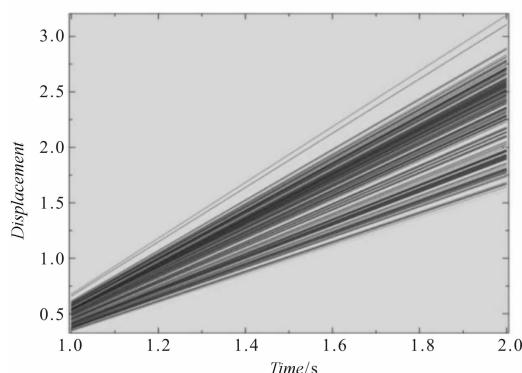
齿面接触力和综合弹性变形的提取如图 6 所示。

由图 6 可知:齿面接触区内各个节点的弹性变形量不同,此处对各个节点取平均值,以此作为齿轮综合弹性变形;同时,为防止刚体转动位移对齿轮综合弹性变形的影响,笔者采用两次加载的方法,以消除刚体的位移。

笔者通过旋转轮齿可得到双渐开线齿轮副不同啮合位置,采用有限元分析求解齿面法向接触力和综合弹性变形,通过式(1~4)可求得双渐开线齿轮单齿刚度、单齿啮合刚度以及综合啮合刚度。



(a) 齿面接触力分布



(b) 接触区内节点的综合弹性变形

图 6 齿面接触力和综合弹性变形的提取

4 啮合刚度计算方法验证

为研究该计算方法的正确性,笔者根据文献[15]所述的直齿轮齿廓参数进行建模。

直齿轮齿廓参数如表 2 所示。

表 2 直齿轮齿廓参数

参数	数值
小轮齿数	25
大轮齿数	33
模数/mm	4
压力角/(°)	25
齿宽/mm	28
齿顶高系数	1
齿根高系数	1.25
刀具齿顶圆角半径/mm	1.2

根据表 2 直齿轮齿廓参数,计算得到的直齿轮副啮合刚度如图 7 所示。

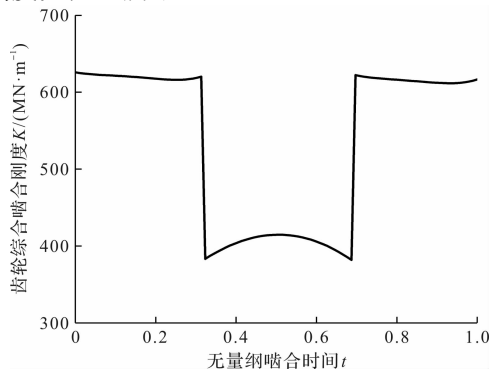


图 7 直齿轮副啮合刚度

将本文计算方法求解的最大啮合刚度、最小啮合刚度,与已有文献、ISO6336:2006 计算结果进行对比,不同方法求解的啮合刚度数值如表3所示。

表3 不同方法求解的啮合刚度数值

	最大啮合刚度 $/(N \cdot m^{-1})$	最小啮合刚度 $/(N \cdot m^{-1})$
文献[15]有限元法	6.296×10^8	4.238×10^8
文献[16]有限元法	6.298×10^8	4.153×10^8
ISO 公式	5.908×10^8	4.033×10^8
本文方法	6.259×10^8	3.833×10^8

由表3可知:采用本文所述方法计算的最大啮合刚度、最小啮合刚度与已有文献近似,与ISO计算公式求解结果偏差小于6%;由此验证了本文计算方法的正确性。

5 结果与分析

5.1 不同齿宽下主、从动齿轮综合弹性变形规律

齿宽取40 mm、50 mm时,双渐开线齿轮的主、从动轮综合弹性变形规律如图8所示。

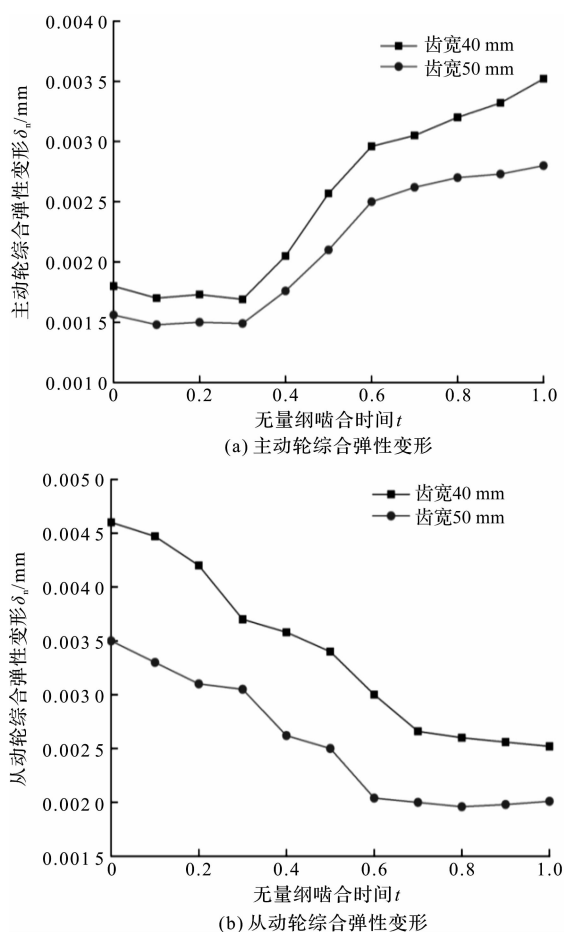


图8 主、从动轮综合弹性变形规律

由图8可知:一个啮合周期内,主动轮综合弹性变形逐渐增大,从动轮综合弹性变形逐渐减小,齿宽越大,综合弹性变形越小。

5.2 不同齿宽下主、从动轮单齿刚度、单齿啮合刚度的变化规律

齿宽取40 mm、50 mm时,齿轮单齿刚度、单齿啮合刚度变化规律如图9所示。

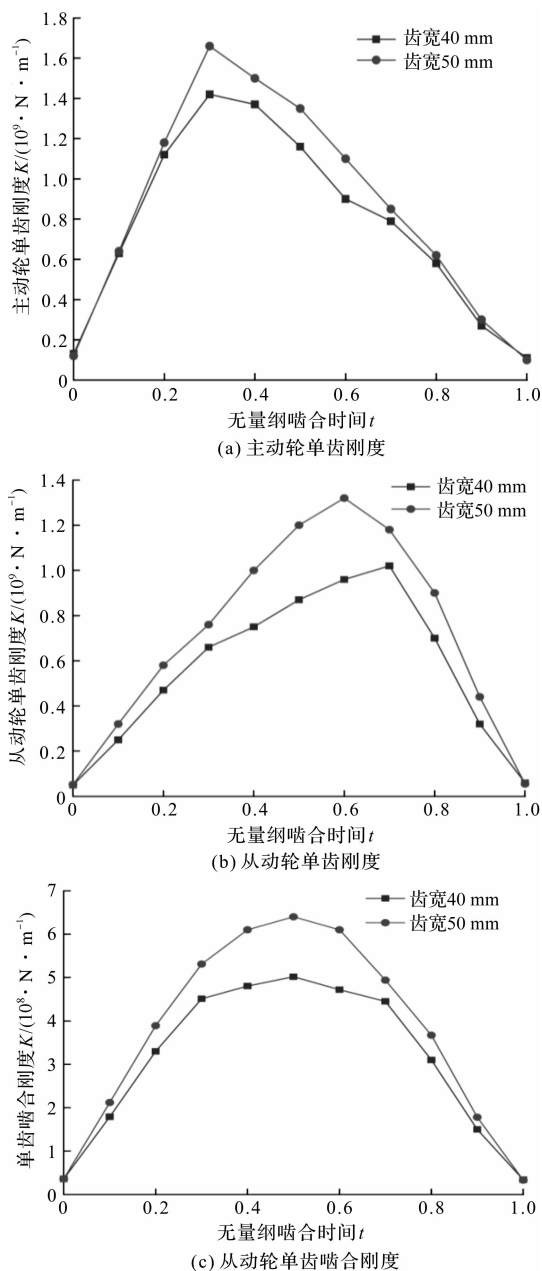


图9 单齿刚度、单齿啮合刚度变化规律

由图9(a,b)可知:主、从动轮单齿刚度先增大后减小,且单齿刚度最大值靠近齿根啮合区;主动轮单齿刚度增大区域小于单齿刚度减小区域,从动轮单齿刚度增大区域大于单齿刚度减小区域,其原因是在啮合周期内,从动轮齿顶先参与啮合,啮合点从齿顶啮合区过渡到齿根啮合区,综合弹性变形随时间的变化逐渐减小,主动轮齿根先参与啮合,啮合点从齿根啮合区过渡到齿顶啮合区,综合弹性变形随时间的变化逐渐增大;

主、从动轮单齿刚度、单齿啮合刚度随齿宽的增大而增大,原因是齿宽增大使双渐开线齿轮轴向重合度增大,沿接触线长度单位线载荷减小,综合弹性变形减小,从而使啮合刚度增大。

5.3 双渐开线齿轮与普通渐开线齿轮时变啮合刚度对比分析

笔者采用 6 次多项式对齿宽为 50 mm 的单齿啮合刚度进行了拟合,并根据重合度对单齿啮合刚度进行了叠加,得到了综合啮合刚度。

同参数、同工况条件下,双渐开线齿轮与普通渐开线齿轮的单齿啮合刚度、综合啮合刚度对比分析结果如图 10 所示。

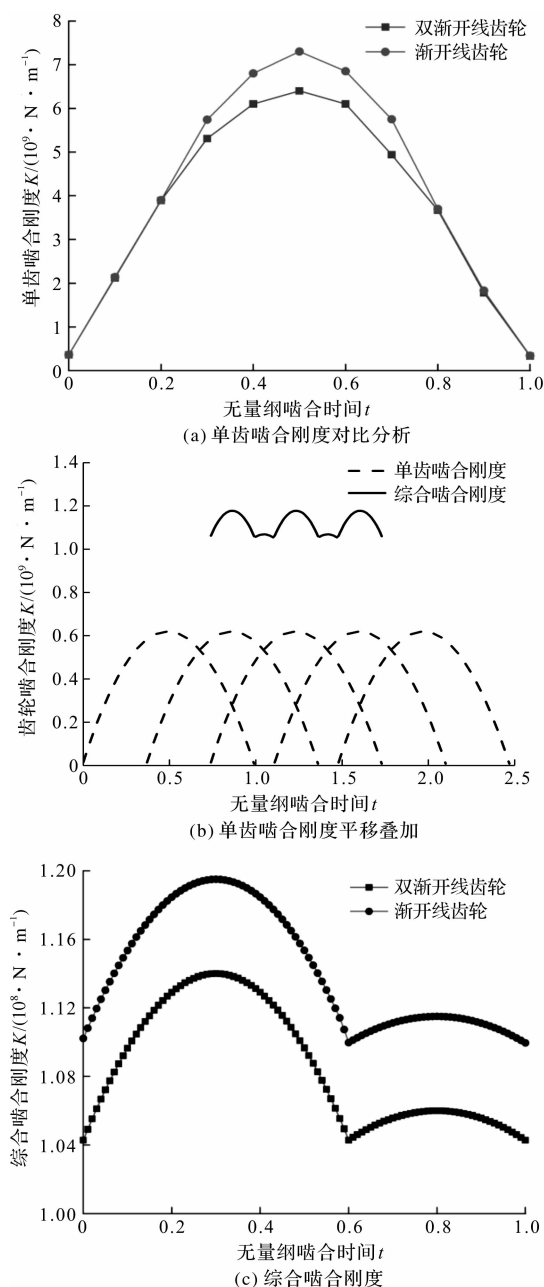


图 10 单齿啮合刚度、综合啮合刚度对比分析

由图 10 可知:

(1) 在啮入、啮出端,双渐开线齿轮与普通渐开线齿轮单齿啮合刚度差别不大,但双渐开线齿轮由于齿腰分阶,接触线长度变短,单位线载荷减小,导致啮合刚度小于普通渐开线齿轮;

(2) 双渐开线齿轮综合啮合刚度变化规律与普通渐开线齿轮近似,均呈周期性变化;

(3) 双渐开线齿轮综合啮合刚度小于普通渐开线齿轮,双渐开线齿轮的刚度波动幅值为 $0.972 \times 10^8 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$,普通渐开线齿轮的刚度波动幅值为 $0.976 \times 10^8 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$,双渐开线齿轮综合啮合刚度波动幅值略低于普通渐开线齿轮。这个结果在一定程度上说明,双渐开线齿轮在传动时的减振、降噪效果优于普通渐开线齿轮。

6 结束语

笔者基于有限元法,建立了双渐开线齿轮啮合刚度计算模型,研究了不同齿宽下主、从动轮齿面综合弹性变形、单齿刚度、单齿啮合刚度的变化规律,对比分析了同参数、同工况条件下双渐开线齿轮与普通渐开线齿轮时变啮合刚度的差异。

研究得到以下结论:

(1) 齿宽增大会使双渐开线齿轮轴向重合度增大,沿接触线长度单位线载荷减小,弹性变形减小;齿轮副啮合过程中,主动轮齿根最先接触,啮合点逐步从齿根啮合区过渡至齿顶啮合区,主动轮曲率先增大后减小,综合弹性变形逐渐增大,从动轮齿顶最先接触,啮合点从齿顶啮合区逐步过渡至齿根啮合区,综合弹性变形逐渐减小;

(2) 双渐开线齿轮主、从动轮单齿刚度先增大后减小,单齿刚度最大值靠近齿根啮合区,综合弹性变形越小,单齿刚度和单齿啮合刚度越大;

(3) 在啮入、啮出端,双渐开线齿轮与普通渐开线齿轮单齿啮合刚度差别不大,双渐开线齿轮在齿腰分阶位置,接触线变短,单位线载荷减小,双渐开线齿轮单齿啮合刚度、综合啮合刚度小于普通渐开线齿轮,双渐开线齿轮综合啮合刚度波动幅值略小于普通渐开线齿轮。

参考文献 (References):

- [1] LIANG X H, ZHANG H S, LIU L B, et al. The influence of tooth pitting on the mesh stiffness of a pair of external spur gears[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2016, 106 (8):1-15.

- [2] SUN Y N, MA H, HUANGFU Y F, et al. A revised time-varying mesh stiffness model of spur gear pairs with tooth modifications [J]. **Mechanism and Machine Theory**, 2018, 129(8):261-278.
- [3] WANG Q B, ZHAO B, FU Y, et al. An improved time-varying mesh stiffness model for helical gear pairs considering axial mesh force component[J]. **Mechanical Systems and Signal Processing**, 2018, 106(1):413-429.
- [4] MOHSEN R, MEHRDAD P, HADIAN J S, et al. Calculation of time dependent mesh stiffness of helical planetary gear system using analytical approach[J]. **Journal of Mechanical Science and Technology**, 2018, 32(8):3537-3545.
- [5] CAI Y. Simulation on the rotational vibration of helical gears in consideration of the tooth separation phenomenon (a new stiffness function of helical involute tooth pair) [J]. **Journal of Mechanical Design**, 1995, 117(3):323-337.
- [6] 唐进元,蒲太平. 基于有限元法的螺旋锥齿轮啮合刚度计算[J]. 机械工程学报, 2011, 47(11):23-29.
- [7] HUANGFU Y F, CHEN K K, MA H, et al. Deformation and meshing stiffness analysis of cracked helical gear pairs [J]. **Engineering Failure Analysis**, 2018(95):30-46.
- [8] YU W N, CHRIS K M, MARKUS T. Influence of the addendum modification on spur gear back-side mesh stiffness and dynamics[J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2017(389):183-201.
- [9] WANG J, FENG F Z. Calculation and simulation of time-varying mesh stiffness of involute gear based on energy method[J]. **World Scientific Research Journal**, 2020, 6(1):181-190.
- [10] 贵新成,李立顺,李红勋,等. 高重合度摆线内齿轮副时变啮合刚度的计算与齿间载荷分配研究[J]. 机械工程学报, 2018, 54(21):101-111.
- [11] CHENG G, XIAO K, WANG J X, et al. Calculation of gear meshing stiffness considering lubrication[J]. **Journal of Tribology- Transactions of the ASME**, 2020, 142(3):504-515.
- [12] HAN L, QI H J. Influences of tooth spalling or local breakage on time-varying mesh stiffness of helical gears[J]. **Engineering Failure Analysis**, 2017(79):75-88.
- [13] 张光辉,许洪斌,龙 慧. 分阶式双渐开线齿轮[J]. 机械工程学报, 1995, 31(6):47-52.
- [14] 徐 静. 含误差与修形的人字齿轮啮合刚度计算方法[D]. 长沙:湖南大学机械与运载工程学院, 2018.
- [15] 唐进元,王志伟,雷敦财. 载荷与齿轮啮合刚度、重合度的关系研究[J]. 机械传动, 2014, 38(6):1-4.
- [16] 唐进元,蔡卫星,王志伟. 修形圆柱齿轮啮合刚度计算公式[J]. 中南大学学报:自然科学版, 2017, 48(2):337-342.

[编辑:雷 敏]

本文引用格式:

樊智敏,江 峰,马瑞磷,等. 基于有限元法的双渐开线齿轮啮合刚度计算[J]. 机电工程, 2021, 38(2):151-157.

FAN Zhi-min, JIANG Feng, MA Rui-lin, et al. Meshing stiffness calculation of double involute gear based on finite element method[J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2021, 38(2):151-157.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>