

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2020.11.018

# 旋转伺服关节的反馈线性化滑模控制研究<sup>\*</sup>

杨育程, 梁全<sup>\*</sup>

(沈阳工业大学 机械工程学院, 辽宁 沈阳 110870)

**摘要:**针对以叶片摆动缸为机器人旋转伺服关节的电液伺服系统中,存在多种非线性因素以及不确定因素扰动的问题,为提高电液伺服系统的控制精度和鲁棒性,提出了一种基于反馈线性化滑模变结构控制理论的控制器。通过对伺服系统非线性模型的建立,利用反馈线性化理论对非线性模型进行了线性化处理;结合滑模变结构控制原理为改进后的系统模型设计了控制器,同时设计了基于模糊自适应 PID 理论的控制器作为对照模型,通过 MATLAB/Simulink 模拟了在无干扰、时变负载干扰以及油源油压波动干扰情况下两种控制器驱动的伺服系统,并观测了系统的跟踪特性与稳定性。研究结果表明:相较于模糊自适应 PID 控制下的伺服系统,基于反馈线性化滑模控制器控制的伺服系统具有更小的跟踪误差、更强的抗干扰能力,可以有效提升伺服系统的鲁棒性。

**关键词:** 旋转伺服关节; 摆动缸; 反馈线性化; 滑模变结构控制; 模糊自适应 PID 控制

中图分类号: TH137.9; TP273

文献标识码: A

文章编号: 1001-4551(2020)11-1361-05

## Feedback linearized sliding mode control of rotating servo joints

YANG Yu-cheng, LIANG Quan

(College of Mechanical Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, China)

**Abstract:** In order to improve the control precision and robustness of the electro-hydraulic servo system, reduce the influence of nonlinear and uncertain factors, a controller based on the feedback linearization theory of sliding mode variable structure control was proposed. Through the establishment of the nonlinear model of servo system, the nonlinear model was linearized by using the feedback linearization theory. The controller was designed for the improved system model by combining the sliding mode variable structure control principle. At the same time, the controller based on the fuzzy adaptive PID theory was designed as the control model. Through MATLAB/Simulink simulation, the tracking characteristics and stability of the servo system driven by two kinds of controllers were observed under the condition of no disturbance, time-varying load disturbance and oil pressure fluctuation disturbance. The simulation results show that the servo system based on the feedback linearization sliding mode controller has smaller tracking error, stronger anti-interference ability and effectively improves the robustness of the system compared with the servo system under the fuzzy adaptive PID control.

**Key words:** rotating servo joint; swinging cylinder; feedback linearization; sliding mode variable structure control; fuzzy adaptive PID control

## 0 引言

目前,液压机器人的应用率并不理想,许多细节问题还在探索中<sup>[1]</sup>。作为常见的非线性系统,液压系统包括了繁杂的不确定量,如何提升控制系统的鲁棒性变得十分重要,这使得液压驱动伺服关节控制器的设

计成为一项很有意义的挑战性目标。

文献[2]中设计了反馈线性化鲁棒控制器,应用于阀控非对称缸系统中,引入了模糊控制设计自适应律,提高了系统的鲁棒性。文献[3]中对伺服阀控非对称缸的数学模型模型进行线性化剖析,但没有涉及控制策略研究。文献[4]设计了对阀控非对称缸系统反馈线性化

收稿日期: 2020-01-13

基金项目: 辽宁省教育厅高等学校基本科研项目(LQGD2017030)

作者简介: 杨育程(1994-),男,辽宁本溪人,硕士研究生,主要从事液压伺服关节的非线性自适应控制方面的研究。E-mail:1020070756@qq.com

通信联系人: 梁全,男,副教授,博士生导师。E-mail:285778622@qq.com

控制器,并验证了控制器的性能,但其忽略了负载弹性力的影响。文献[5]将滑模控制与自适应控制结合,能够对不确定非线性参数进行补偿,由此实现了系统渐进稳定的跟踪目标。文献[6]中设计了基于传统反步法的滑模控制器,保证了系统的鲁棒性,但传统反步法的多重导数计算使得控制率十分繁杂。文献[7]设计了基于干扰观测器的与滑模结合的控制策略,并应用于阀控对称缸系统,系统抗干扰能力得到了较大提升。

但液压伺服旋转关节在控制中存在非线性特性以及不确定干扰,本文针对液压伺服系统的特点,以叶片摆动缸为旋转伺服关节,建立伺服关节系统的动态模型,计算得出其线性化状态模型,设计滑模控制器。

## 1 系统非线性模型的建立

阀控伺服关节系统原理图如图 1 所示(系统中回油腔与油箱连通即  $P_2 = 0$ )。

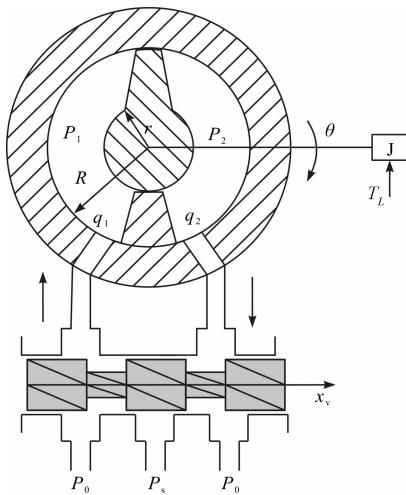


图 1 伺服关节系统原理图

$\theta$ —伺服关节的旋转角度; $p_1, p_2$ —伺服关节两腔的压力;  
 $q_1, q_2$ —两腔的流量; $P_s$ —供油压力; $P_L$ —负载压力; $P_0$ —回油压力; $J$ —总等效惯量; $T_L$ —外负载力矩; $R$ —定子内腔半径; $r$ —转子半径

定义状态变量<sup>[8]</sup>:

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T = [\theta \ \dot{\theta} \ P_L]^T$$

可得出系统非线性方程组为<sup>[9-10]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{J} \left[ \frac{b}{2} (R^2 - r^2) x_3 - \mu R^2 x_2 \right] \\ \dot{x}_3 = \frac{K}{V_1} \left[ C_d w x_v \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{[1 + \text{sgn}(x_v)] P_s / 2 - \text{sgn}(x_v) x_3} - \frac{b}{2} (R^2 - r^2) x_2 - \lambda_c x_3 \right] \end{cases} \quad (1)$$

式中: $b$ —叶片高度; $\mu$ —系统黏性阻尼系数; $K$ —弹性模量; $V$ —摆动缸进、出油腔体积; $C_d$ —阀口的流量系数; $w$ —阀芯的面积梯度; $x_v$ —阀芯位移; $\rho$ —液压油密度; $\text{sgn}$ —符号函数; $\lambda_c$ —摆动缸总泄漏系数。

## 2 系统模型的反馈线性化

系统状态方程的一般形式可写成如下式所示的方程:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) = x_1 \end{cases} \quad (2)$$

其中: $f(x) = [f_1 \ f_2 \ f_3]^T$ ; $g(x) = [g_1 \ g_2 \ g_3]^T$ 。

其具体表达式为:

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{1}{J} \left[ \frac{b}{2} (R^2 - r^2) x_3 - \mu R^2 x_2 \right] \\ \frac{K}{V_1} \left[ -\frac{b}{2} (R^2 - r^2) x_2 - \lambda_c x_3 \right] \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K}{V_1} C_d w \sqrt{2/\rho} \sqrt{[1 + \text{sgn}(u)] P_s / 2 - \text{sgn}(u) x_3} \end{bmatrix} \quad (4)$$

根据式(2)进行微分几何理论计算,可得出各项表达式为:

$$\begin{cases} L_f^0 h(x) = x_1 \\ L_g L_f^0 h(x) = 0 \end{cases}, \begin{cases} L_f^1 h(x) = x_2 \\ L_g L_f^1 h(x) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} L_f^2 h(x) = \frac{1}{J} \left[ \frac{b}{2} (R^2 - r^2) x_3 - \mu R^2 x_2 \right] \\ L_g L_f^2 h(x) = \frac{1}{J} \left[ \frac{b}{2} (R^2 - r^2) g_3 \right] \neq 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} L_f^3 h(x) &= -\frac{\mu R^2}{J^2} \left[ \frac{b}{2} (R^2 - r^2) x_3 - \mu R^2 x_2 \right] - \\ &\quad \frac{b K (R^2 - r^2)}{2 J V_1} \left[ \frac{b}{2} (R^2 - r^2) x_2 + x_3 \right] \end{aligned} \quad (7)$$

计算分析后,可得出相对阶数为 3,非线性系统的阶数也为 3,由此可见,系统实现了全局线型化。

根据反馈线性化原理,设计新状态变量与原本状态变量进行变换,可得:

$$\begin{cases} z_1 = h(x) = x_1 \\ z_2 = L_f^1 h(x) = x_2 \\ z_3 = L_f^2 h(x) = 1/J [ (R^2 - r^2) x_3 b / 2 - \mu R^2 x_2 ] \end{cases} \quad (8)$$

因此,原本的非线性动态方程可由以下线性状态方程表示:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v \quad (9)$$

式中: $v$ —新坐标下的线性系统控制律。

$v$ 与原控制量 $u$ 之间的关系可以表示为:

$$v = \alpha(x) + \beta(x) \cdot u \quad (10)$$

其中: $\alpha(x) = L_f^3 h(x)$ ;  $\beta(x) = L_g L_f^2 h(x)$ 。

对线性系统的控制律 $v$ 进行逆坐标变化,可得出原坐标下非线性系统的控制律 $u$ ,如下式所示:

$$u = \frac{(v - \alpha(x))}{\beta(x)} \quad (11)$$

### 3 滑模变结构控制器设计

滑模变结构控制器设计方法为:根据系统的特点与期望达到的目标动态特性设计滑动面,随后设计控制器,以保证系统无论从何处运行都可以通过控制器的调节向着滑动面趋近,最后设计控制器增益,使系统在模型不确定的情况下也可达到滑动面。

闭环系统的控制原理图如图2所示。

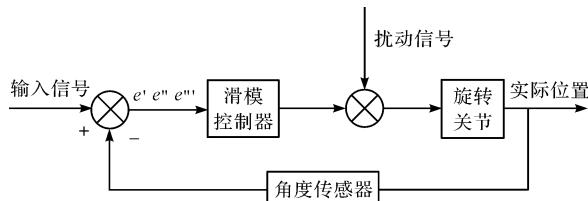


图2 闭环系统的控制原理图

滑模变结构控制设计的第一步为定义摆动缸的角度跟踪误差,即:

$$e = z_d - z_1 \quad (12)$$

式中: $z_d$ —目标位置; $z_1$ —实际位置。

滑模面是根据系统阶数来设计。系统阶数为三,因此这里设:

$$s = c_1 e + c_2 \dot{e} + \ddot{e} \quad (13)$$

式中: $c_1, c_2$ —滑模面常数。

滑模控制器的输出 $v$ 为等效控制律 $v_{eq}$ 与切换控制律 $v_{sw}$ 之和,即: $v = v_{eq} + v_{sw}$ 。

等效控制律具有驱动系统运动状态沿着滑模面运动的能力,这时的系统 $\dot{s} = 0$ ,则有:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= c_1 \dot{e} + c_2 \ddot{e} + \dddot{e} = \\ c_1 (\dot{z}_d - \dot{z}_1) + c_2 (\ddot{z}_d - \ddot{z}_1) + (\dddot{z}_d - \ddot{z}_1) &= \\ c_1 (\dot{z}_d - \dot{z}_1) + c_2 (\ddot{z}_d - \ddot{z}_1) + \ddot{z}_d - v_{eq} & \quad (14) \end{aligned}$$

当 $\dot{s} = 0$ 时,等效控制量为:

$$v_{eq} = c_1 \dot{e} + c_2 \ddot{e} + \ddot{z}_d$$

切换控制律的作用是使系统能够向着近滑模切换

面 $s = 0$ 运动。要使系统能够产生滑动模态,要求 $ss' < 0$ ,因此,这里设切换控制律为:

$$v_{sw} = -k \operatorname{sgn}(s) \quad (15)$$

式中: $k$ —切换控制律的增益系数。

滑模控制输出表达式为:

$$v = v_{eq} + v_{sw} = c_1 \dot{e} + c_2 \ddot{e} + \ddot{z}_d - k \operatorname{sgn}(s) \quad (16)$$

控制系统需要稳定运行,因此定义Lyapunov函数为:

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (17)$$

对 $V$ 求导,并代入已知参数可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= ss' = s(c_1 \dot{e} + c_2 \ddot{e} + \ddot{z}_d - \ddot{z}_1) = \\ s(-k \operatorname{sgn}(s)) &= -k |s| \leq 0 \end{aligned} \quad (18)$$

由此可见,在新坐标下,滑模控制系统是稳定的。

切换控制律中包含符号函数,在系统的运行过程中会造成系统振颤,因此要用边界层函数来替代符号函数,形成准滑模动态,以削减系统产生的振颤。

边界层函数表示为:

$$\operatorname{sat}\left(\frac{s}{\varphi}\right) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(s/\varphi) & (|s/\varphi| \geq 1) \\ s/\varphi & (|s/\varphi| \leq 1) \end{cases} \quad (19)$$

式中: $\varphi$ —准滑模动态的边界层厚度。

最后可得到改进后的控制律为:

$$v = v_{eq} + v_{sw} = c_1 \dot{e} + c_2 \ddot{e} + \ddot{z}_d - k \cdot \operatorname{sat}(s/\varphi) \quad (20)$$

原坐标下的控制输出 $u$ 为:

$$u = (v - \alpha(x))/\beta(x) = \frac{c_1 \dot{e} + c_2 \ddot{e} + \ddot{z}_d - k \cdot \operatorname{sat}(s/\varphi) - L_f^3 h(x)}{L_g L_f^2 h(x)} \quad (21)$$

### 4 仿真对比分析

针对前文建立的模型以及控制器,笔者利用MATLAB建立系统模型,编写控制函数,验证控制器的性能与可行性,并与设计的模糊控制器二者同时进行仿真,在同等状态下比较两者性能差距,得出可靠性结论。

系统参数如表1所示。

表1 系统参数表

参数	数值	参数	数值
缸体内径 $R/\text{mm}$	93	面积梯度 $w/\text{m}$	$7 \times 10^{-4}$
转子外径 $r/\text{mm}$	71	供油压力 $P_s/\text{MPa}$	7
叶片高度 $b/\text{mm}$	50	总泄漏系数 $\lambda_c$	$2 \times 10^{-11}$
总转动惯量 $/\text{kgm}^2$	0.2	粘性阻尼系数 $\mu$	10
流量系数 $c_d$	0.63	弹性模量 $K/\text{MPa}$	700

#### 4.1 无干扰对比仿真

笔者设置位移跟踪信号为正弦波幅值为 $0.5^\circ$ ,频率

为  $0.15\pi$ , 初始位置为  $0.5^\circ$ , 经过反复调节参数, 得出设计参数  $c_1 = 2000000, c_2 = 1000, k = -3000, \varphi = 10$ 。

仿真后可得到在两种不同控制器控制下的无干扰状态下的仿真对比图, 如图 3 所示。

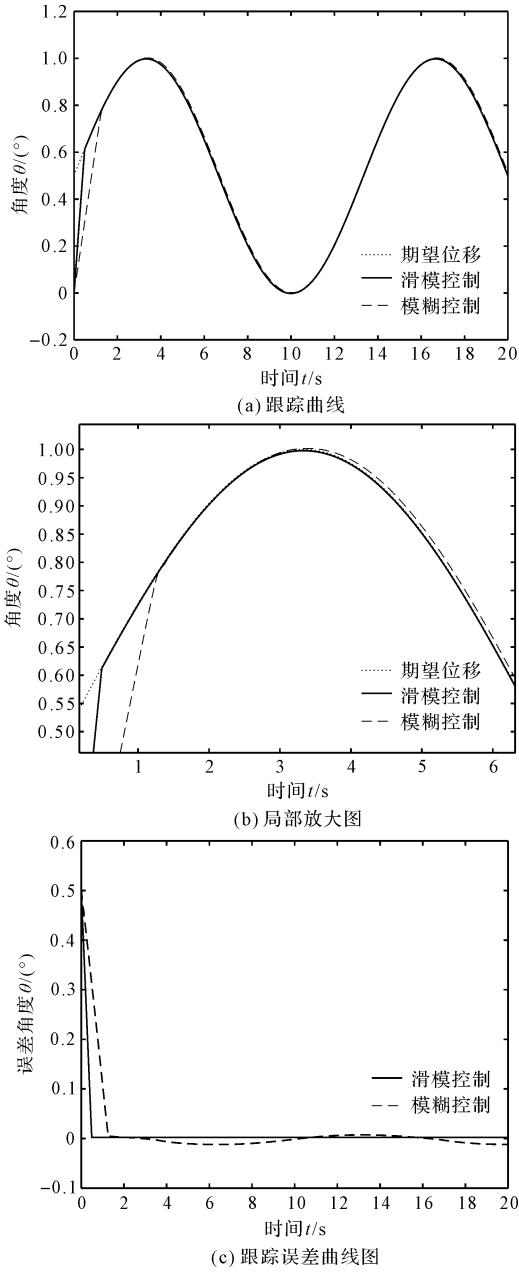


图 3 无干扰状态下的仿真对比图

从图 3 可以得出, 在无干扰状态下, 滑模控制和模糊自适应控制都能良好地跟踪参考位置曲线; 且相较于模糊自适应控制, 滑模控制可以更快地实现位置的跟踪, 跟踪误差相对更小, 系统稳定性优于模糊控制。

#### 4.2 加入时变负载干扰的对比仿真

笔者加入时变负载的干扰信号之后, 考验两种控制算法的鲁棒性, 并作对比分析。

时变负载干扰信号设置随机信号的平均值为

$1500 \text{ N} \cdot \text{m}$ , 变化幅值设为  $1000 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。

仿真后可得出存在时变负载干扰状态下的仿真对比图, 如图 4 所示。

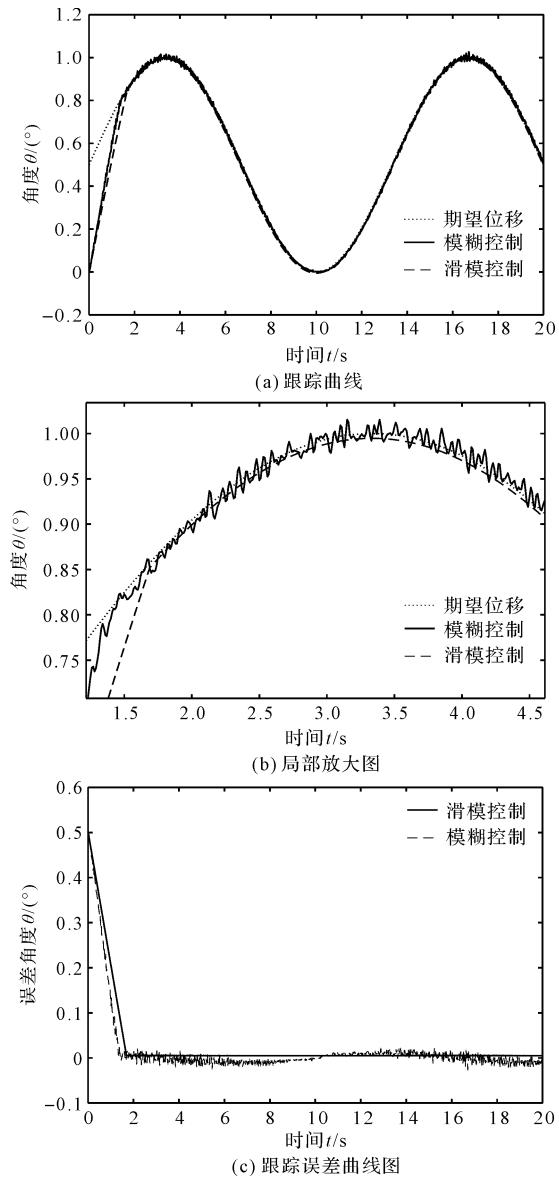


图 4 存在时变负载干扰状态下的仿真对比图

经由图 4 与图 3 的对比分析可知:

加入干扰信号之后, 滑模变结构控制和模糊自适应 PID 控制下的系统跟踪性能都有所下降, 但滑模变结构控制下的跟踪误差远小于模糊自适应 PID 控制下的误差, 且系统的稳定性更佳。

由此可见, 在时变负载干扰情况下, 滑模变结构控制器抗干扰能力更强, 鲁棒性更好。

#### 4.3 加入油源油压波动干扰的对比仿真

为了进一步考验滑模变结构控制器的鲁棒性, 笔者在加入时变负载干扰的基础上, 再添加油源油压的波动干扰, 来观测两种控制器的跟踪反应特性。

设置油源油压的波动范围为  $6.5 \text{ MPa} \sim 7.5 \text{ MPa}$ ,

仿真后得到存在叠加干扰状态下的跟踪曲线对比图如图5所示。

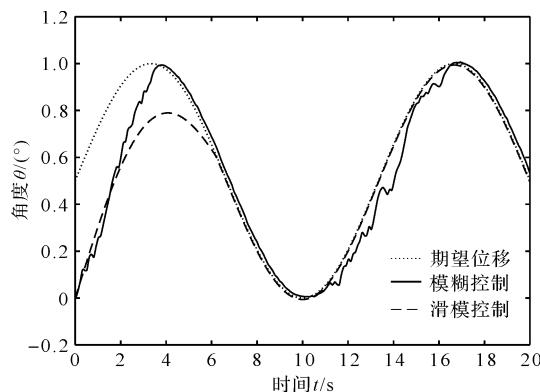


图5 存在叠加干扰状态下的跟踪曲线对比图

从图5可以明显看出:

叠加干扰对两种控制系统跟踪特性的影响都很大;但随着控制器的不断调节,滑模控制器能够使系统按照目标信号曲线进行运动,而模糊自适应控制虽然也能使系统按照目标曲线进行运动,但其稳定性较差,系统波动明显,跟踪误差较大。

由此可以看出,滑模控制器驱动的控制系统具有更好的抗干扰能力,鲁棒性更强。

## 5 结束语

液压伺服旋转关节在控制中存在非线性特性以及不确定干扰,笔者通过将非线性模型线性化处理,应用滑模变结构控制理论设计控制器,通过对控制器增益参数的设计与调节,得到了最佳设计参数;同时,设计了模糊自适应PID的控制器作为比较算法,对在不同环境条件下的二种控制器跟踪特性、运行稳定性进行

了对比分析。

分析结果表明,基于反馈线性化滑模变结构控制的系统能够有效提高系统的启动速率,并降低跟踪误差精度,系统的抗扰性更好,鲁棒性得到了明显提高。

## 参考文献 (References):

- [1] 曾良才,胡琪,蒋林,等.新型旋转液压伺服关节[J].华中科技大学学报:自然科学版,2013,41(11):81-85.
- [2] 张振,李海军,曲晓燕,等.电液位置伺服系统鲁棒反馈线性化控制[J].机床与液压,2016,44(23):148-152.
- [3] 杨军宏,尹自强,李圣怡.阀控非对称缸的非线性建模及其反馈线性化[J].机械工程学报,2006,42(5):207-211.
- [4] 杨俊,谭建平.阀控非对称缸系统鲁棒反馈线性化控制[J].华中科技大学学报:自然科学版,2014,42(2):106-110.
- [5] GDOURA E K, FEKI M, DERBEL N. Sliding mode control of a hydraulic servo system position using adaptive sliding surface and adaptive gain [J]. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 2015, 23(3):248-259.
- [6] 王海燕.基于观测器的非线性高阶滑模电液位置鲁棒控制研究[J].中国工程机械学报,2019,17(2):44-50.
- [7] 王鑫刚,芮光超,丁兴业,等.基于干扰观测器的电液伺服系统反馈线性化滑模控制[J].液压与气动,2018(6):8-13.
- [8] 郑凯锋,杨桂玲,房加志,等.阀控非对称缸系统的反馈线性化滑模控制[J].机床与液压,2017,45(5):151-154.
- [9] BONCHIS A, COREK P I, RYE D C, et al. Variable structure methods in hydraulic servo systems control[J]. *Automatica*, 2001, 37(4):589-595.
- [10] 李昭.叶片式液压摆动油缸动态特性的研究[D].武汉:武汉科技大学机械工程学院,2019.

[编辑:李辉]

## 本文引用格式:

杨育程,梁全.旋转伺服关节的反馈线性化滑模控制研究[J].机电工程,2020,37(11):1361-1365.

YANG Yu-cheng, LIANG Quan. Feedback linearized sliding mode control of rotating servo joints[J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2020, 37(11):1361-1365.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>