

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2020.11.017

基于圆弧拟合的轴承滚子凸度最优设计研究^{*}

贾 磊^{1,2}, 李云峰¹

(1. 河南科技大学 机电工程学院, 河南 洛阳 471039; 2. 商丘工学院 机械工程学院, 河南 商丘 476000)

摘要:针对滚动轴承中滚子轮廓的凸度修形设计和加工问题,对其易加工的最优的修形曲线进行了研究。对现行修形曲线进行了分析和归纳,在现行中间直线加两端圆弧的修正线型凸度轮廓的基础上,提出了一种基于曲线拟合的两段圆弧轮廓修形最优设计方法;对于线接触类型的轴承滚子,利用牛顿迭代法以两段圆弧曲线,拟合了理想 Lundberg 对数曲线,使滚子轮廓无限接近 Lundberg 对数曲线;给出了详细的计算流程图,并利用 MATLAB 编写了计算程序,对 3 个不同尺寸的滚子进行了拟合计算。研究结果表明:该算法可以得到较高拟合度的圆弧曲线,且对不同尺寸的滚子具有通用性;该方法的结果比直线加圆弧修正线型设计方法更接近对数曲线,两段圆弧设置也更容易加工和检测,设计、加工、检测的统一可有效提升轴承滚子的精度。

关键词:轴承滚子;凸度轮廓;Lundberg 对数曲线;曲线拟合;牛顿迭代法

中图分类号:TH133.3;TH122

文献标识码:A

文章编号:1001-4551(2020)11-1356-05

Optimal design of bearing roller crown based on arc fitting

JIA Lei^{1,2}, LI Yun-feng¹

(1. School of Mechatronics Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471039, China;

2. School of Mechatronics Engineering, Shangqiu Institute of Technology, Shangqiu 476000, China)

Abstract: Aiming at the problem of profile modification designing and machining of roller in rolling bearing, the optimal easy machined modification curve was studied. The current practice curves were introduced and summarized. An optimal design method of two-stage arc profile modification was put forward based on curve fitting, which was based on the convex profile of the current middle line plus two end arcs. For the line contact type bearing roller, the ideal Lundberg logarithmic curve was fitted with two arc curves by Newton iterative method, so that the roller contour was infinitely close to the Lundberg logarithmic curve. The detailed calculation flow chart was given. Using MATLAB to write calculation program, three different sizes of rollers were fitted and calculated. The results indicate that the algorithm can get the arc curve with high fitting degree, and it is universal for different sizes of rollers. The result of this method is closer to the logarithmic curve than the linear plus arc modified linear design method, and the setting of two arcs is easier to manufacture and test. The unity of design, manufacture and test effectively improves the accuracy of bearing rollers.

Key words: bearing roller; convexity profile; Lundberg logarithmic curve; curve fitting; Newton iteration method

0 引言

作为工业基础件,滚动轴承被广泛应用于各类机械产品中。在有些场合,轴承的寿命决定了机械主机的寿命;有些场合轴承成为消耗件,主机需要定

期更换新的轴承,轴承寿命的长短决定了每年的维护成本。

滚动轴承的寿命理论经历了长期的发展,其中经典 L-P 寿命理论^[1]被列入国际及国家标准,因其计算方法简单而被广泛应用。其定义为 90% 可靠度下,轴承工作表面出现疲劳剥落之前完成的工作转数。因

收稿日期:2020-03-10

基金项目:河南省重大科技专项资助项目(181200210300)

作者简介:贾磊(1983-),男,河南商丘人,硕士研究生,讲师,主要从事机械设计及分析方面的研究。E-mail:songyangj@163.com

此,轴承工作表面的疲劳剥落成为轴承领域关注的核心。

在线接触类型轴承中,如圆柱滚子轴承、圆锥滚子轴承、滚针轴承等,轴承工作表面的接触为滚子和滚道的有限长线性接触。根据赫兹接触理论^[2]发现,线接触的滚子边缘会出现应力集中现象,导致边缘剥落较快。随后 Lundberg^[3]提出了对数曲线轮廓,可以使线接触实体上的应力均匀分布,有效解决了边缘应力集中问题,可以使滚动轴承寿命提高数倍以上,被认为是理想的滚子轮廓形状。

然而,由于加工技术的限制,Lundberg 对数理论提出后的很长时间内,都无法加工出对数曲线轮廓的滚子^[4-6]。因此,在其基础上,后来又发展出多种修正线型轮廓滚子^[7-8],如轮廓是中间直线,两端圆弧的修正线。随着技术进步,目前对数轮廓的加工初步得到实现,但尚不成熟。直至今日,绝大部分的线接触滚动轴承仍使用的是修正线形轮廓滚子,仅相对少数使用对数曲线轮廓滚子。其中有很大一部分凸度的加工是采用砂轮多圆弧仿形磨削^[9-12]。同时,轴承滚子凸度的检测技术中,也采用曲线拟合方法对轮廓误差进行评定^[13-14]。由于对数曲线的加工和测量相对较难,实际生产中更多的采用的是圆弧曲线。

在设计上容易给出对数曲线方程,但目前制造和检测相对困难;同时,依靠多圆弧拟合方法进行加工和检测显然又会存在误差。

面对目前大部分轴承还没有使用对数曲线的实际现状,笔者借鉴曲线拟合方法,在设计源头对轴承进行圆弧轮廓的设计,使轴承设计、加工、检测达到统一,从而保证轴承滚子的精密度和良好的质量。

1 滚子轮廓修形方法

目前,对于线接触的滚动轴承滚子表面轮廓的介绍已有很多,主要包括:直线不修形、全凸型、相交修正线型、相切修正线型及理想的 Lundberg 对数曲线。

不同滚动轴承滚子表面轮廓如图 1 所示。

图 1(a)中,直线型会出现边缘应力集中的现象,因此是不可以应用的类型。

图 1(e)中,Lundberg 对数型是最理想的类型,但却存在难以加工的问题。

其他类型各有特点。目前常用的是图 1(d)所示的中间直线两端圆弧且圆弧和直线相切的修正线型。

虽然理想的对数型轮廓可以提高轴承寿命几倍到几十倍,但显然任何非对数的修形都无法达到该效果。

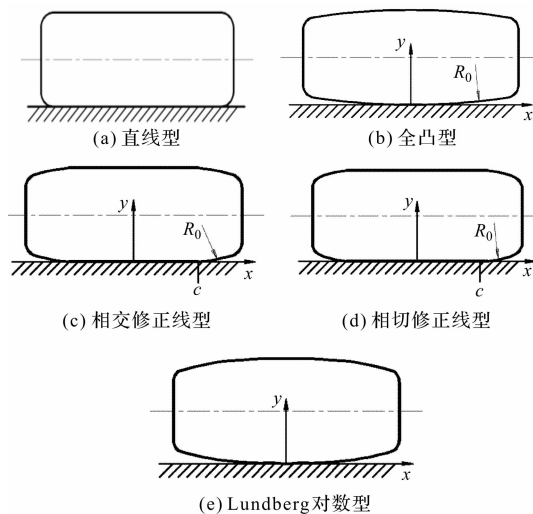


图 1 不同滚动轴承滚子表面轮廓

而修正线型只是一种折中的办法。

相对应的,滚动轴承滚子表面轮廓的修形方法如表 1 所示。

表 1 滚动轴承滚子表面轮廓的修形方法

修形类别	表达式
图 1(a) 直线型不修形	$y = 0$
图 1(b) 圆弧 R_0 全凸型	$y = R_0 - \sqrt{R_0^2 - x^2}$
图 1(c) 相交修正线型(直线与圆弧相交)	$y = \begin{cases} 0 \\ \sqrt{R_0^2 - c^2} - \sqrt{R_0^2 - x^2} \end{cases}$
图 1(d) 相切修正线型(直线与圆弧相切)	$y = \begin{cases} 0 \\ R_0 - \sqrt{R_0^2 - (x - c)^2} \end{cases}$
图 1(e) Lundberg 对数型	$y = 2 \frac{1 - \nu^2}{\pi E} \frac{Q}{L_{we}} \ln \frac{1}{1 - (2x/L_{we})^2}$

R_0 —圆弧半径,mm; c —直线与圆弧相切或相交的交点坐标,mm; Q —轴承中滚子最大受力,N; L_{we} —滚子有效接触长度,mm; E —接触体弹性模量,MPa; ν —材料泊松比; y —修形值,mm

2 滚子轮廓修形圆弧拟合理论

鉴于以上情况,考虑到与对数轮廓的相似性,本研究提出一种双圆弧曲线轮廓,两段弧曲线轮廓如图 2 所示。

图 2 中,滚子中部为 R_1 圆弧,两端边缘为 R_2 圆弧,形成两段圆弧结构。该轮廓和对数型轮廓有一定的相似度。加工上可以使用被修整为圆弧 R_1 和 R_2 的砂轮分两次精磨,容易实现。

基于圆弧拟合理论,笔者拟在无限接近对数轮廓的情况下,求出两段圆弧的最优参数,从而完成相

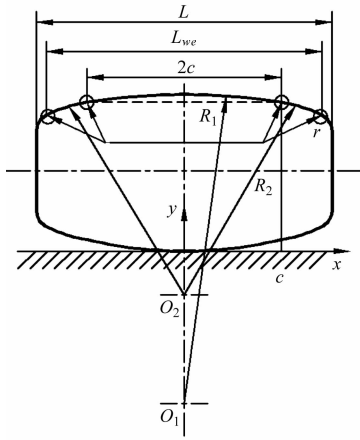


图 2 两段弧曲线轮廓

关的设计。相比较现行的修正线轮廓,该轮廓更接近最优的对数曲线轮廓,而又比对数轮廓更易于加工实现。

首先,对于已知参数轴承,可写出其对数曲线函数为:

$$Y = 2 \frac{1 - \nu^2}{\pi E} \frac{Q}{L_{we}} \ln \frac{1}{1 - \left(\frac{2x}{L_{we}}\right)^2} \quad (1)$$

图 2 的两段圆弧的坐标方程为:

$$Y_1 = \begin{cases} R_1 - \sqrt{R_1^2 - x^2} & 0 \leq |x| < c \\ R_1 - \sqrt{R_1^2 - c^2} + \sqrt{R_2^2 - c^2} - \sqrt{R_2^2 - x^2} & c \leq |x| < \frac{L_{we}}{2} \end{cases} \quad (2)$$

c 为两段圆弧的交点。如果定义 R_1 圆弧段占滚子有效半长的 m 倍,那么 c 为:

$$c = m \cdot \frac{L_{we}}{2} \quad (3)$$

用式(2)拟合式(1),建立优化目标函数为:

$$f = \text{Min} \sum_0^{L_{we}/2} (Y_1 - Y)^2 \quad (4)$$

由于 R_1 在 R_2 圆弧方程中是一个参数,要首先拟合 R_1 圆弧段。

首先设置 m 值,给出两段圆弧的交点 c ,然后在 $0 \leq x < c$ 范围内,建立目标函数为:

$$f_1 = \text{Min} \sum_0^c \left(R_1 - \sqrt{R_1^2 - x^2} - 2 \frac{1 - \nu^2}{\pi E} \frac{Q}{L_w} \ln \frac{1}{1 - \left(\frac{2x}{L_w}\right)^2} \right)^2 \quad (5)$$

式中: R_1 —未知数,对其进行无约束最小值优化。

优化方法有很多,这里使用牛顿迭代法进行运算。设置一定的收敛精度,并给予适当初值,经过简单迭代即可得到最优 R_1 的值。

计算出 R_1 后,进行 R_2 段圆弧的曲线拟合,建立目标函数:

$$f_2 = \text{Min} \sum_c^{L_{we}/2} \left(R_1 - \sqrt{R_1^2 - c^2} + \sqrt{R_2^2 - c^2} - \sqrt{R_2^2 - x^2} - 2 \frac{1 - \nu^2}{\pi E} \frac{Q}{L_{we}} \ln \frac{1}{1 - \left(\frac{2x}{L_w}\right)^2} \right)^2 \quad (6)$$

类似地,可使用牛顿迭代法进行 R_2 值求解。

通过以上步骤,可以得到在特定 m 值时,无限接近对数曲线的两段圆弧曲线。而实际上该特定 m 值是否设置得合理,还需要作进一步的迭代运算。

参照修正线型曲线的 R_0 圆弧段一般占比不超过 30%,所以可以认为 m 值在 0.5 ~ 0.9 之间。那么就可以设置 m 值的范围和步长,逐一进行迭代计算(每一个 m 值均对应一条无限接近对数曲线的圆弧曲线),最后在结果中筛选出最接近的一条曲线,即为整个拟合过程的最优解。

3 计算实例及分析

3.1 计算程序

笔者对以上步骤采用 MATLAB 编写计算程序,其中,牛顿迭代法的收敛精度设置 $eps = 1 \times 10^{-10}$ mm, R_1 和 R_2 的初值均设置为 1 000 mm。

为验算程序的通用性,本文分别列举 3 个不同长度滚子的案例。

其计算流程如图 3 所示。

3.2 计算案例 1

滚子有效长度为 $L_{we} = 47$ mm,其 Lundberg 对数方程为:

$$Y = -0.0033 \ln \left[1 - \left(\frac{2x}{47}\right)^2 \right] \quad (7)$$

迭代过程不足 1 s。

拟合后曲线如图 4 所示。

计算后得到的案例 1 最优结果如表 2 所示。

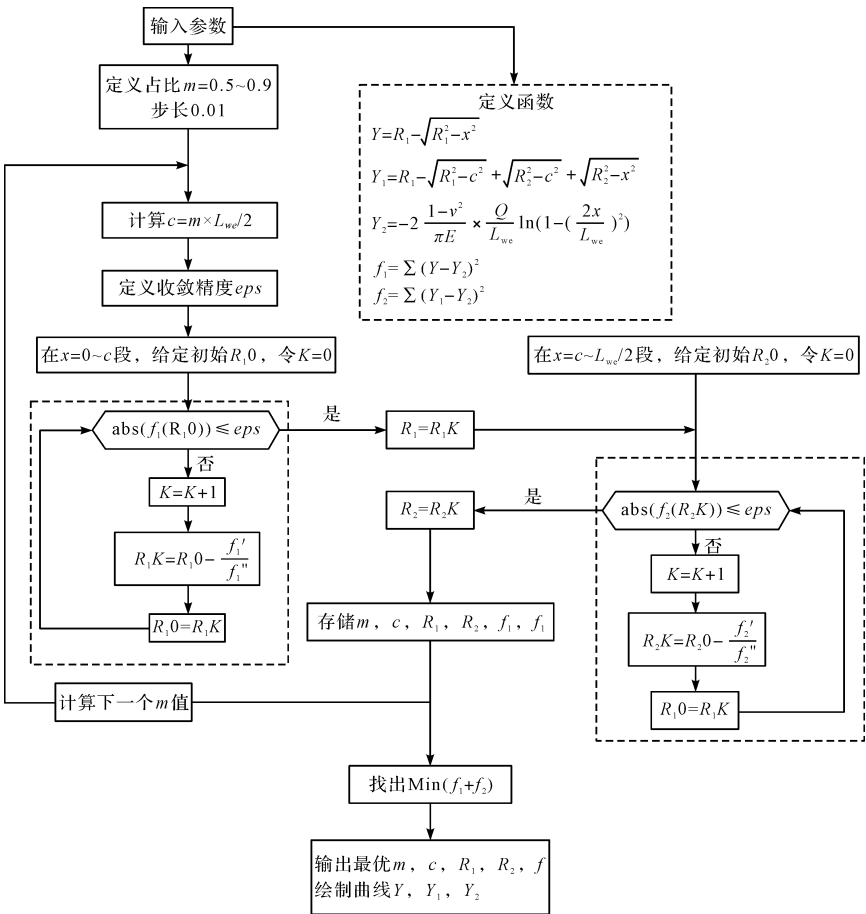


图 3 计算流程图

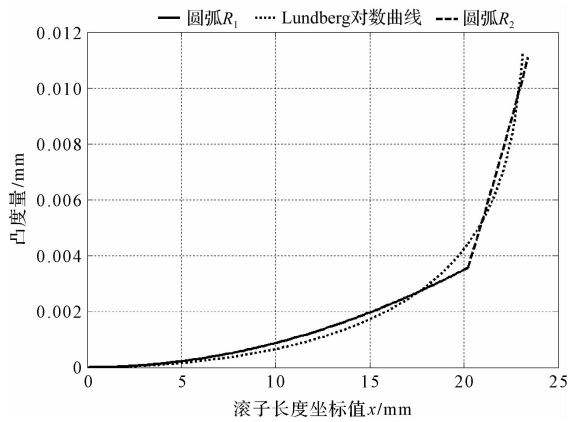


图 4 案例 1 的拟合曲线

表 2 案例 1 最优结果

参数	值
m	0.86
c/mm	20.21
R_1/mm	57 160
R_2/mm	9 276
f	2.963×10^{-5}

3.3 计算案例 2

滚子有效长度为 $L_{we}=39\text{ mm}$ ，其 Lundberg 对数方程为：

$$Y=-0.0026\ln\left[1-\left(2x/39\right)^2\right]\tag{8}$$

案例 2 的拟合曲线如图 5 所示。

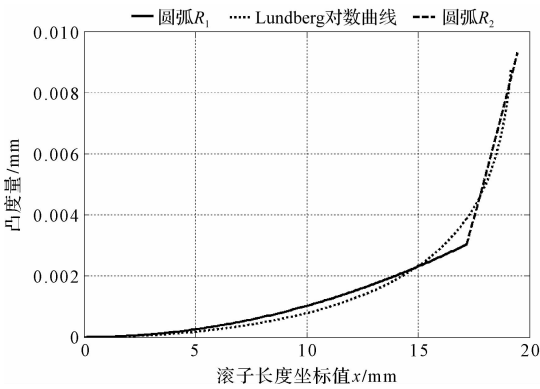


图 5 案例 2 的拟合曲线

案例 2 的最优结果如表 3 所示。

表 3 案例 2 最优结果

参数	值
m	0.88
c/mm	17.16
R_1/mm	4 8685
R_2/mm	6 684
f	1.656×10^{-5}

3.4 计算案例 3

滚子有效长度为 $L_{we}=30\text{ mm}$ ，其 Lundberg 对数方程为：

$$Y = -0.0024 \ln \left[1 - \left(\frac{2x}{30} \right)^2 \right] \quad (9)$$

案例 3 的拟合曲线如图 6 所示。

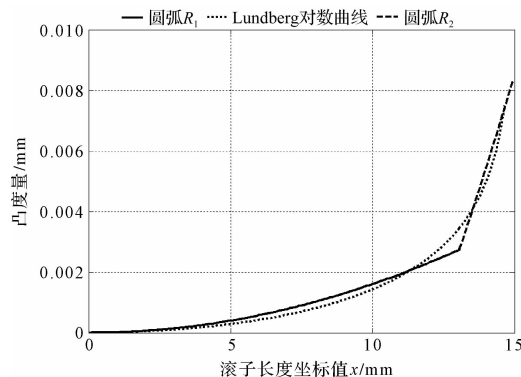


图 6 案例 3 的拟合曲线

案例 3 的最优结果如表 4 所示。

表 4 案例 3 最优结果

参数	值
m	0.87
c/mm	13.05
R_1/mm	31 090
R_2/mm	4 732
f	9.369×10^{-6}

3.5 结果分析

从以上 3 个案例可以看到：

(1) 不同滚子对应的拟合圆弧在滚子长度上所占的比例 m 值不同,但基本都在 0.85 左右,与对数曲线在滚子末端极速下降相似。在 m 值这一点上,与现行设计方法还是有所不同。在现行设计方法中,不论滚子尺寸大小, m 值均是定值;

(2) 另外,两条曲线的拟合度非常之高,差值 f 在 10^{-5} 或 10^{-6} 数量级以上。至于两端圆弧交点处的尖点,在加工上只需要采取圆滑过渡的方法即可。

在设计上,上述拟合方法使滚子轮廓非常接近对数曲线;

在加工过程中,也可以完全按照设计图样进行仿形磨削,砂轮可以按照 R_1 和 R_2 进行修整;

在检测上,也可以完全对比图样进行检测。

由此可见,该方法在真正意义上实现了轴承滚子在设计、加工、检测方面的统一。

4 结束语

本研究提出了一种新型两段圆弧型轴承滚子凸

度,以最优 Lundberg 对数曲线为目标,借助曲线拟合方法,依次对 R_1 、 R_2 、 m 值进行多次迭代计算,最终得到了最优的两段圆弧曲线半径值及最优的占比值;不同滚子的拟合结果不同,所有的结果非常接近对数曲线,因此,该计算方法具有正确性和通用性。

该方法所得到的结果比现行设计方法中直线加圆弧的修正线型设计更为合理,同时又比对数曲线更容易加工,在工程应用上实现了易加工、应用好的效果。

另外,在后续的研究中,对于其中的迭代程序,则还需要开发出适合技术人员易于使用的简单的交互界面。

参考文献 (References) :

- [1] 朱亮亮,林素敏,吉晓民. 滚动轴承寿命计算方法发展的研究与分析[J]. 哈尔滨轴承,2014(3):3-6.
- [2] HERTZ H. On the contact of elastic solids[J]. J. Reine Angew, 1882,92(3):156-171.
- [3] LUNDBERG G. Elastische berührung zweier halbraume[J]. Forsch Auf Dem Gebiete Des Ingenienwesens, 1939, 10(5):201-211.
- [4] KRZEMINSKI-FREDA H. Correction of the generators of the main working surfaces of roller bearings[J]. Arch. Bud. Maszyn,1990,37(1-2):115-132.
- [5] 高作斌,马 维,邓效忠. 滚子轴承凸度加工技术的研究进展[J]. 轴承,2011(10):61-63.
- [6] 贾松阳,马有福,时可可,等. 圆锥滚子无心贯穿式超精研中滚子滑动分析[J]. 轴承,2017(9):13-17.
- [7] 马家驹. 滚子凸度设计[J]. 轴承,1992(8):11-15,62.
- [8] 陈家庆,张 沛,徐林林. 滚动轴承滚子凸度设计的理论研究进展[J]. 北京石油化工学院学报,2001(1):32-38.
- [9] 董 晖,王雪珍. 滚子轴承套圈滚道凸度的磨削加工[J]. 轴承,2004(7):20-22.
- [10] 王文革,王江山. 圆锥滚子轴承内圈滚道凸度形状及加工方法[J]. 制造技术与机床,2009(8):105.
- [11] 周国印,董 晖. 滚子轴承内外圈滚道凸度加工工艺.[J]. 制造技术与机床,2004(4):90-91.
- [12] 刘仲辉. 滚子轴承外圈滚道凸度的磨削[J]. 轴承,1998(10):9-12,14.
- [13] 雷贤卿,张亚东,马文锁,等. 轴承滚子凸度轮廓的最小二乘拟合与误差评定[J]. 光学精密仪器,2018(8):2039-2047.
- [14] 雷贤卿,漫睿东,高作斌,等. 对数曲线轮廓度误差几何遍历搜索评定算法[J]. 机械设计与制造,2017(8):54-56.

[编辑:程 浩]

本文引用格式:

贾 磊,李云峰. 基于圆弧拟合的轴承滚子凸度最优设计研究[J]. 机电工程,2020,37(11):1356-1360.

JIA Lei, LI Yun-feng. Optimal design of bearing roller crown based on arc fitting[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2020,37(11):1356-1360.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>