

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2020.11.015

装配故障对齿轮啮合刚度的影响研究 *

张琛良, 赵 鑫

(贵州大学 机械工程学院, 贵州 贵阳 550025)

摘要:针对齿轮副由于安装或运行不当导致传动系统发生变形、齿轮副发生错位会造成齿轮副运行不稳定的问题,应用势能法对直齿轮副的径向错位、轴向错位、角度错位 3 种装配故障进行了齿轮副啮合刚度影响分析。对势能法计算啮合刚度算法进行了改进,使其能够计算装配故障下的啮合刚度,并将所得结果与有限元模型进行对比,验证了势能法求解装配故障啮合刚度模型的准确性。研究结果表明:3 种装配故障均会导致齿轮副时变啮合刚度降低;轴向错位会根据错位距离的变大使啮合刚度幅值降低;径向错位会使啮合刚度曲线相位向前偏移以及曲线幅值减小,角度错位对啮合刚度变化影响最为严重;即使微小角度偏差也会使啮合刚度大幅度降低,但这种降低趋势会随着偏移角度的变大而减小。

关键词:装配故障;啮合刚度;势能法;直齿轮

中图分类号:TH132.41

文献标识码:A

文章编号:1001-4551(2020)11-1345-06

Influence of assembly failure on the meshing stiffness of gears

ZHANG Chen-liang, ZHAO Xin

(School of Mechanical Engineering, Guizhou University, Guiyang 550025, China)

Abstract: Aiming at the problems that the transmission system was deformed due to improper installation or operation of the gear pair, and the misalignment of the gear pair would cause the unstable operation of the gear pair, the potential energy method was used to analyze the three assembly faults of the radial displacement, axial displacement and angular displacement of the straight gear pair. An analysis of the influence of gear pair meshing stiffness was carried out. The meshing stiffness calculation algorithm of potential energy method was improved to make it possible to calculate the meshing stiffness under assembly failure, and the results were compared with the finite element model to verify the accuracy of the potential energy method to solve the meshing stiffness model of assembly failure. The results of the study indicate that all three assembly failures can lead to a reduction in the time-varying meshing stiffness of the gear pair. Axial displacement can reduce the amplitude of meshing stiffness, while the radial displacement can make the phase of the meshing stiffness curve shift forward and the curve amplitude decrease, the angular misalignment has the most serious effect on the change of the meshing stiffness. Even a small angular deviation can greatly reduce the meshing stiffness, but this decreasing trend can decrease as the offset angle becomes larger.

Key words: assembly failure; meshing stiffness; potential method; spur gear

0 引言

由于安装原因或运行不当,传动系统容易发生变形,导致齿轮副发生错位。而这一错位会造成齿轮的齿面受力不均匀,局部区域产生应力集中,造成额外的动载荷,使齿轮产生齿面点蚀、齿根裂纹,严重时会导致齿轮失效。

针对几种齿轮的装配故障,许多学者进行了相关的研究。KUMAR^[1]研究了轴向、径向与角度错位对齿轮啮合面积的影响;GUO^[2]研究了齿隙与中心距变化对齿背侧啮合刚度函数中相位滞后的影晌;SAXENA^[3]基于计算机仿真求解直齿圆柱齿轮副总有效啮合刚度的方法,研究了齿轮副的偏转和摩擦对时变啮合刚度的影响;YE^[4]考虑了齿轮尖角接触与轴不对中

收稿日期:2020-03-03

基金项目:贵州大学引进人才项目(贵大人基合字(2015)51)

作者简介:张琛良(1995-),男,山西晋城人,硕士研究生,主要从事振动与噪声方面的研究。E-mail:420424806@qq.com

的条件,分析了齿轮副接触应力变化状态;LI^[5]对轴偏差齿轮啮合进行了模拟实验,实验结果表明,当齿轮出现轴偏差时,主频率为啮合频率的 2~3 倍频,其调制频率为输入轴转频与输出轴转频,且相对于无故障时冲击明显增大,调制频率增大;吴红玉^[6]分析了角度错位引起的应力分布,分析结果表明,当发生角度错位时,齿轮接触面积与偏差角成正比,齿根一侧应力增大量与偏转角度增大量成正比,而齿根另一侧的应力减小;林家春^[7]研究了偏置距对齿面传动误差的影响,得出齿轮向上偏差对传动误差影响较小的结论;许凤华^[8]研究了偏载对齿轮齿条啮合的影响,结果表明,偏载增加了齿轮的应力集中,增加了齿轮损坏的风险;CHAARI^[9]提出了采用势能法来求解齿轮啮合刚度的计算方法,并对此进行了研究,结果表明,势能法能够很准确地计算故障齿轮的啮合刚度。

笔者在总结前人研究成果的基础上,对采用势能法求解啮合刚度的方法进行改进,使其能够计算错位故障时的啮合刚度,并用该方法对径向、轴向、角度错位进行分析,最后与仿真结果进行对比,为齿轮的错位故障诊断提供理论依据。

1 几种装配故障

在齿轮的安装或运行过程中,会出现的装配故障大致可以分为 3 种:

(1) 轴向错位。轴向错会使接触线长变短,全部受力集中在接触区,导致接触部分受力变大,更容易发生点蚀、裂纹等故障;

(2) 径向错位。齿轮在设计制造时,会将齿隙考虑进去,以满足润滑、偏转、制造误差和热膨胀的需要;但径向错位会使齿轮齿侧的间隙变大,齿侧间隙过大时,可能会出现脱齿现象,增大冲击载荷,使齿轮运行变得不平稳,特别是在齿轮箱的启动或反向运转时出现巨大冲击,缩短齿轮箱的运行寿命;

(3) 角度错位。角度错位会改变齿轮接触的线长与受力,角度错位的主要原因是由于轴的不平行引起的,这会使两平行齿面出现夹角,导致沿齿面传递的载荷分布不均匀,在齿面一侧出现应力集中,而另一侧分离,长时间的不对中容易导致轮齿突然断裂。

2 势能法求解齿轮啮合刚度原理

笔者应用势能法求解齿轮时变啮合刚度,势能法计算精度较高。势能法求解齿轮啮合刚度包括 4 个部分:赫兹能 U_h 、弯曲势能 U_b 、径向压缩变形能 U_s 、剪切变形能 U_a 。

齿轮受力图如图 1 所示。

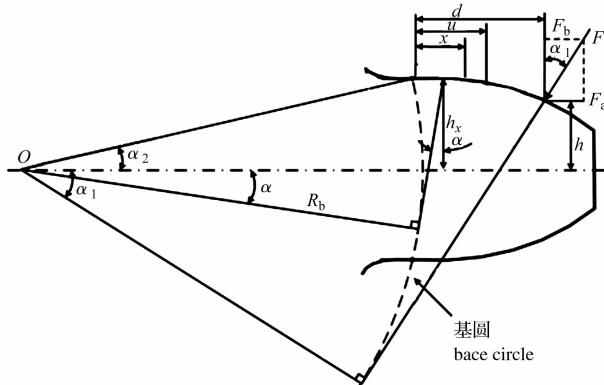


图 1 齿轮受力示意图

势能法求解原理如下式所示:

$$\begin{aligned} U_h &= \frac{F^2}{2k_h} \\ U_b &= \frac{F^2}{2k_b} = \int_0^d \frac{[F_b(d-x) - F_a h]^2}{2EI_x} dx \\ U_s &= \frac{F^2}{2k_s} = \int_0^d \frac{1.2F_b^2}{2GA_x} dx \\ U_a &= \frac{F^2}{2k_a} = \int_0^d \frac{F_a^2}{2EA_x} dx \end{aligned} \quad (1)$$

式中: F —齿轮动态啮合力,方向沿啮合线方向; d —啮合点距基圆的距离; F_a, F_b — F 在 x, y 向分量; E —弹性模量; I_x —面积惯性矩; A_x —轮齿截面积; α_1 —任一时刻压力角; L —齿轮接触线长; z_1, z_2 —主、从动齿轮齿数。

式(1)中的各个参数如下式所示:

$$\begin{cases} \alpha_1 = -\frac{\pi}{2z_1} - \operatorname{inv}\alpha_o + \tan\left[\arccos\frac{z_2 \cos\alpha_0}{z_2 + 2}\right] \\ h = R_b[(\alpha_2 - \alpha_1)\cos\alpha_1 - \sin(-\alpha_1)] \\ h_x = R_b[(\alpha_2 - \alpha)\cos\alpha - \sin(-\alpha)] \\ d = R_b[(\alpha_2 - \alpha_1)\sin\alpha_1 + \cos\alpha_1 - \cos\alpha_2] \\ dx = R_b[(\alpha_2 - \alpha)\cos\alpha]d\alpha \\ A_x = 2h_x L \\ I_x = 1/12(2h_x)^3 L \\ x = R_b[(\alpha_2 - \alpha)\sin\alpha + \cos\alpha - \cos\alpha_2] \end{cases} \quad (2)$$

将式(1,2)进行整理后可得:

$$\begin{aligned} \frac{1}{k_b} &= \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{3(\alpha_2 - \alpha)\cos\alpha}{2E\{L[\sin\alpha + (\alpha_2 - \alpha)\cos\alpha]^3\}} \times \\ &\quad \{1 + \cos\alpha_1[(\alpha_2 - \alpha)\sin\alpha - \cos\alpha]\}^2 d\alpha \\ \frac{1}{k_s} &= \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{1.2(1+\nu)(\alpha_2 - \alpha)\cos\alpha\cos^2\alpha_1}{EL[\sin\alpha + (\alpha_2 - \alpha)\cos\alpha]} d\alpha \quad (3) \\ \frac{1}{k_a} &= \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{(\alpha_2 - \alpha)\cos\alpha\sin^2\alpha_1}{2EL[\sin\alpha + (\alpha_2 - \alpha)\cos\alpha]} d\alpha \end{aligned}$$

根据图 4 中各参数, 可求得 O_1B 的长度为:

$$O_1B = \sqrt{a_c^2 - 2r_{a2}\cos\left(\frac{3}{2}\pi - \arccos\frac{r_{a2}}{r_{b2}} - \alpha'_{c}\right)} + r_{a2}^2 \quad (8)$$

式中: r_a —齿顶圆半径; r_b —基圆半径, 角标 1,2 分别代表主动齿轮与从动齿轮。

根据 O_1B 的长度, 可求得 α_1 的下限为:

$$\alpha_1 = \frac{\sqrt{O_1B^2 - r_{b1}^2}}{r_{b1}} - \alpha_2 \quad (9)$$

α_1 的上限不变, 则 α_1 的取值范围为:

$$\alpha_1 \in \left(\frac{\sqrt{O_1B^2 - r_{b1}^2}}{r_{b1}} - \alpha_2, \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2}}{r_{b1}} - \alpha_2 \right)$$

将式(8,9)代入式(3,4)中, 可得到齿轮发生径向错位时的啮合刚度变化情况, 如图 5 所示。

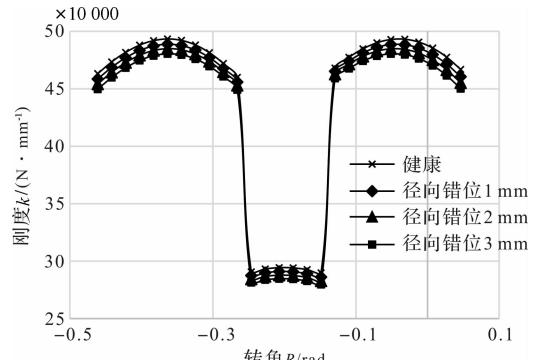


图 5 径向错位时的啮合刚度

当齿轮发生径向错位时, 齿轮中心距发生变化, 导致重合度减小; 由于渐开线齿轮的啮合关系, 重合度的减小不会影响齿轮的正常啮合, 只是使单齿啮合时间缩短。

因此, 当齿轮发生径向错位时, 喷合刚度的变化形式表现为: 刚度曲线相位的偏移以及幅值的减小。

3.3 角度错位

当齿轮发生角度错位时, 齿轮接触面积如图 6 所示。

由图 6 可以看出:

(1) 两齿轮轴不再平行, 呈一定的错位角; (2) 两齿轮一侧接触, 另一侧处于分离状态, 齿轮接触面积由矩形变为 3 次曲线; (3) 其受力也不再均匀, 受力呈抛物线型。

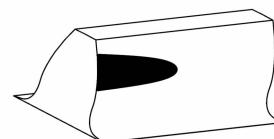
齿轮受到扭矩时, 一部分能量会以扭转变能的形式被储存在齿轮中, 被储存在齿轮中的扭转变能可表示为:

$$U_\tau = \frac{F^2}{2k_\tau} = \int_0^d \frac{T^2}{2GI_{px}} dx \quad (10)$$

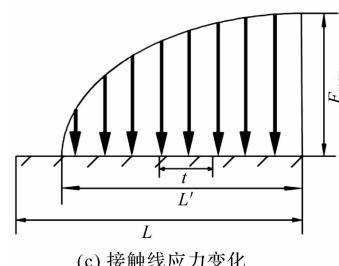
式中: T —齿轮由于角度偏差所受扭矩, $T = F_t t$; t —载



(a) 角度错位时接触面积变化



(b) 接触线上的形状



(c) 接触线应力变化

图 6 角度错位时齿轮接触面积

荷作用点与齿轮中线的距离; k_τ —扭转刚度; I_{px} —距齿根距离为 x 的截面的极惯性矩; F_t —轴向力, $F_t = F \cos \alpha \cos \theta$ 。

由于力曲线为抛物线, 受力中心在其 $\frac{3}{8}L'$ 处, 则有:

$$t = \frac{L}{2} - \frac{3L'}{8} \quad (11)$$

齿轮的接触线长由其偏转角 θ 决定, 偏转角越大则接触线长越小。接触线长 L' 可由下式计算^[10] 得到:

$$L' = \sqrt{\frac{4FL}{3f_{RW}C_z}} \quad (12)$$

式中: C_z —弹性常数; f_{RW} —方向误差。

扭转刚度为:

$$\frac{1}{k_f} = \frac{12t^2(1+\nu)\cos^2\alpha_1\cos^2\theta\cos\alpha(\alpha_2-\alpha)}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} EL[(\alpha_2-\alpha)\cos\alpha+\sin\alpha]\{4R_b^2[\sin\alpha+(\alpha_2-\alpha)\cos\alpha]^2+L^2\}^2 d\alpha} \quad (13)$$

原齿轮时变喷合刚度变为:

$$k =$$

$$\frac{1}{k_h} + \frac{1}{k_{b1}} + \frac{1}{k_{s1}} + \frac{1}{k_{a1}} + \frac{1}{k_{f1}} + \frac{1}{k_{b2}} + \frac{1}{k_{s2}} + \frac{1}{k_{a2}} + \frac{1}{k_{f2}} + \frac{1}{k_{\tau1}} + \frac{1}{k_{\tau2}} \quad (14)$$

齿轮发生角度错位时的时变喷合刚度如图 7 所示。

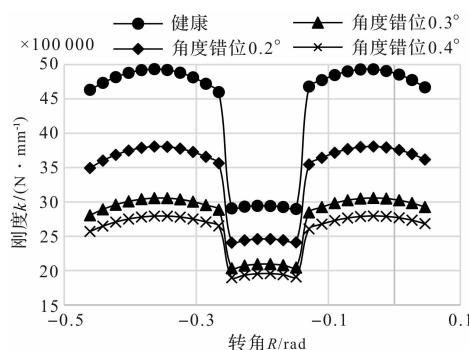


图7 角度错位时的啮合刚度

由图7可知:

(1) 当发生角度错位时,即使微小的角度偏差也会导致齿轮啮合线发生很大的变化,接触面积由最初的矩形变为抛物线形;(2) 角度偏差会导致齿轮一侧遭受很大的压力,而齿轮另一侧发生分离,造成严重的受力不平衡;(3) 随着角度偏差的出现,啮合刚度急剧减小;且当角度增大时,啮合刚度的减小过程变得缓慢。

对比以上3种错位形式可知:

(1) 角度错位对啮合刚度影响最大,即使是非常微小的角度错位也会引起啮合刚度巨大的降低;(2) 对啮合刚度影响大的其次是径向错位;(3) 对啮合刚度影响最小的是轴向错位。

4 仿真分析

笔者建立齿轮有限元模型,主动齿轮顺时针旋转,齿轮正处于单齿啮合状态。

在边界条件与载荷施加完毕后,主动齿轮旋转角度与刚度计算公式如下:

$$K_m = \frac{T}{d\theta} \quad (15)$$

$$K(t) = \frac{K_m}{r_b^2} \quad (16)$$

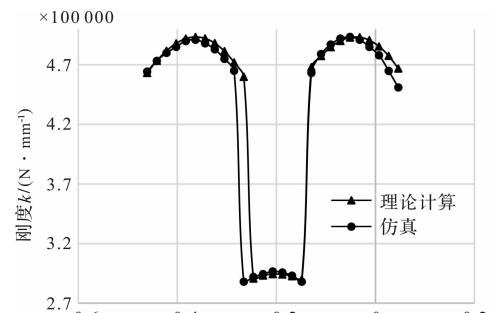
式中: T —主动轮扭矩; $d\theta$ —主动轮旋转角度; K_m —扭转刚度; r_b —基圆半径; $K(t)$ —直线刚度。

笔者将主动齿轮啮合角在区间(-0.459, 0.064)内等分成27份,并根据啮合角计算齿轮转过角度 θ_n ,将模型旋转 θ_n 继续测值,得到啮合刚度曲线;并对轴向错位2 mm、径向错位2 mm、角度错位0.2°,以同样的方法通过仿真得到的模型如图8所示。

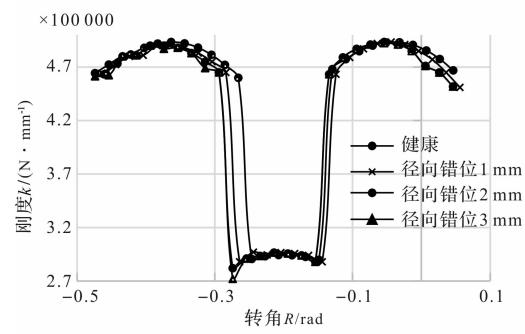
图8(a)中,将得到健康的啮合刚度曲线与笔者提出的方法进行对比可知,曲线下方面积误差在0.568%以内。由此可见,该方法是有效的;

图8(b)中,通过径向错位故障与无错位啮合刚度的对比可知,仿真分析与理论计算得到的趋势相同;

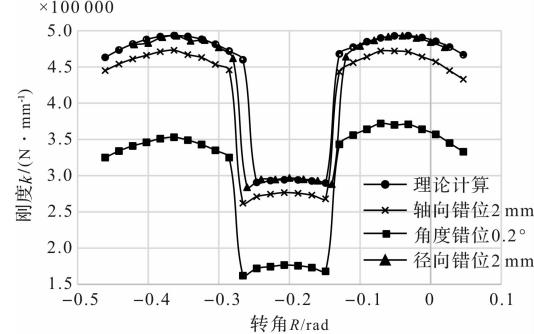
图8(c)展示了几种错位故障与无错位啮合刚度



(a) 理论与仿真结果对比



(b) 径向错位刚度对比



(c) 3种错误故障综合对比

图8 仿真模型对比

对比,从图中也可以明显看出几种错位对啮合刚度的影响大小。

5 结束语

由于齿轮副的安装或运行不当,导致传动系统发生变形、齿轮副发生错位,造成齿轮副运行不稳定的问题,笔者对齿轮副的径向错位、轴向错位、角度错位3种装配故障进行了分析,对3种装配故障情况下啮合刚度的变化情况进行了计算,并得出以下结论:

(1)3种错位均会导致齿轮啮合面积的减小,其中,角度错位对啮合面积的减小量最多,径向错位其次;

(2)对比3种啮合刚度曲线可知,3种错位均会使啮合刚度有不同程度的降低,其中,角度错位最为明显,其次是径向错位,影响最小的是轴向错位;

(3)将理论计算模型与有限元模型进行对比,验证了理论模型的准确性。

该结果为后续故障状态下,进行齿轮箱动力学模

型的计算提供了基础。

参考文献(References) :

- [1] KUMAR P, HIRANI H, AGRAWAL A K. Effect of gear misalignment on contact area: Theoretical and experimental studies[J]. **Measurement**, 2019, 13(2): 359-368.
- [2] GUO Y, PARKER R G. Analytical determination of back-side contact gear mesh stiffness [J]. **Mechanism & Machine Theory**, 2014, 7(8): 263-271.
- [3] SAXENA A, PAREY A, CHOUKSEY M. Effect of shaft misalignment and friction force on time varying mesh stiffness of spur gear pair [J]. **Engineering Failure Analysis**, 2015, 4(9): 79-91.
- [4] YE S Y, TSAI S J. A computerized method for loaded tooth contact analysis of high-contact-ratio spur gears with or without flank modification considering tip corner contact and shaft misalignment [J]. **Mechanism & Machine Theory**, 2016, 9(7): 190-214.
- [5] LI Y, DING K, HE G, et al. Vibration mechanisms of spur gear pair in healthy and fault states [J]. **Mechanical Systems and Signal Processing**, 2016, 8(1): 183-201.
- [6] 吴玉红, 张昊, 俞迎丹, 等. 考虑轴线偏差的多平轴齿轮动态啮合力分析[J]. 机械设计与制造, 2018, 323(1): 7-10.
- [7] 林家春, 季新艳, 石照耀, 等. 偏置距和加工误差对面齿轮传动误差的影响研究[J]. 机电工程, 2019(9): 907-912.
- [8] 许凤华, 向正新, 施雷, 等. 基于偏载作用下的齿轮齿条啮合仿真研究[J]. 石油机械, 2019, 47(5): 50-55.
- [9] CHAARI F, FAKHFAKH T, HADDAR M. Analytical modelling of spur gear tooth crack and influence on garmesh stiffness [J]. **European Journal of Mechanics-A/Solids**, 2009, 28(3): 461-468.
- [10] AMEEN H. A. Effect of shaft misalignment on the stresses distribution of spur gears [J]. **Engineering and Technology Journal**, 2010, 28(7): 1321-1339.

[编辑: 冯黎雅]

本文引用格式:

张琛良, 赵鑫. 装配故障对齿轮啮合刚度的影响研究[J]. 机电工程, 2020, 37(11): 1345-1350.

ZHANG Chen-liang, ZHAO Xin. Influence of assembly failure on the meshing stiffness of gears [J]. **Journal of Mechanical & Electrical Engineering**, 2020, 37(11): 1345-1350.
《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>

(上接第 1292 页)

回收过程中货叉下降速度与负载、变量液压马达、发电机之间关系的分析,推导出了货叉下降速度与变量马达排量和负载重量之间的关系,提出了电动叉车货叉下降的控制策略。

根据仿真结果可以得到如下结论:

(1) 提出的势能回收方案能够有效回收负载下降能量;

(2) 提出的控制策略能有效控制货叉下降速度,且势能回收效率达到 54%。

参考文献(References) :

- [1] WANG L L, ZHAO D X, WANG Y, et al. Energy management strategy development of a forklift with electric lifting device (vol 128, pg 435, 2017) [J]. **ENERGY**, 2017, 133: 1163-1165.
- [2] MINAV T A, LAURILA, et al. Electric energy recovery system efficiency in a hydraulic forklift [C]. IEEE-EUROCON 2009. St-Petersburg: [s. n.], 2009.
- [3] 龚俊, 何清华, 张大庆, 等. 混合动力叉车节能效果评价及能量回收系统试验[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2014(1): 29-34.
- [4] RAO VADLAMUDI S D V, KUMTEPELI V, OZCIRA S, et al. Hybrid energy storage power allocation and motor control for electric forklifts [C]. 2016 Asian Conference on Energy, Power and Transportation Electrification (ACEPT), Singapore: IEEE, 2016.
- [5] YU Z H, ZINGER D, BOSE A. An innovative optimal power allocation strategy for fuel cell, battery and supercapacitor hybrid electric vehicle [J]. **J POWER SOU**, 2011, 196(4): 2351-2359.
- [6] 张克军. 混合动力叉车门架动力学性能与势能回收关系研究[D]. 合肥: 合肥工业大学机械工程学院, 2014.
- [7] 童水光, 贾亚萍, 余跃, 等. 动点间歇性冲击变形计算方法的研究[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2017(1): 124-130.
- [8] 汪贵平. 纯电动汽车驱动与制动能量回收控制策略研究[D]. 西安: 长安大学车辆工程学院, 2009.
- [9] 耿跃峰, 夏政伟. 四自由度搬运机械手液压系统设计[J]. 液压与气动, 2012(2): 42-44.
- [10] 张克军, 陈剑. 电动叉车势能回收系统控制策略研究[J]. 中国机械工程, 2015(6): 844-851.
- [11] 李状云. 液压元件与系统[M]. 北京: 机械工业出版社, 2011.
- [12] 戴文进, 张景明. 电机设计[M]. 北京: 清华大学出版社, 2010.

[编辑: 冯黎雅]