

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2020.10.012

基于变步长分阶自适应匹配追踪算法 的振动数据重构方法研究*

王朋飞, 盛步云*

(武汉理工大学 机电工程学院, 湖北 武汉 430070)

摘要: 在处理多维海量振动数据时, 存在极大的存储和传输压力问题, 针对这一问题, 对压缩感知理论进行了研究, 在选择最优测量矩阵的基础上, 提出了一种变步长分阶自适应匹配追踪 (VSSStAMP) 算法。该算法将匹配追踪、变步长迭代及自适应思想相结合, 通过双重阈值和可变步长控制信号的重构精度, 弥补了传统的重构算法需提前得到信号的稀疏度, 以及稀疏度自适应匹配追踪算法 (SAMP) 重构结果与步长关联较大的不足, 从而实现了步长自适应的振动信号重构。研究表明: 相对于传统的重构算法和 SAMP 算法, VSSStAMP 算法在均方误差和运行时间等方面均有所改善, 有效地提高了振动信号重构的精度和效率。

关键词: 变步长分阶自适应匹配追踪; 机械振动; 振动信号采样; 测量矩阵; 重构算法

中图分类号: TH113.1; TP301.6

文献标识码: A

文章编号: 1001-4551(2020)10-1198-06

Vibration data reconstruction method based on variable step size stepwise adaptive matching pursuit

WANG Peng-fei, SHENG Bu-yun

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

Abstract: Aiming at the problem of huge storage and transmission pressure in processing multi-dimensional massive vibration data, the theory of compressed sensing was studied, and based on the optimal measurement matrix, a variable step size stepwise adaptive matching pursuit (VSSStAMP) was proposed. It was combined with matching pursuit, variable step size iteration, and sparsity adaptive, and signal reconstruction accuracy was controlled by double thresholds and variable step size. The shortage was covered that the traditional reconstruction algorithms need to obtain the signal sparsity in advance, and the sparsity adaptive algorithm (SAMP) reconstruction result was greatly affected by the step size, to realize the reconstruction of the vibration signal adaptively. The results indicate that compared with the traditional reconstruction algorithm and SAMP algorithm, the VSSStAMP algorithm improves in terms of mean square error and running time, and effectively improves the accuracy and efficiency of vibration signal reconstruction.

Key words: variable step size stepwise adaptive matching pursuit (VSSStAMP); mechanical vibration; vibration signal sampling; measurement matrix; reconstruction algorithm

0 引 言

机械振动是工程中普遍存在的现象, 往往会影响设备工作精度, 加剧机器磨损, 导致设备发生故障或破坏^[1]。

传统的机械振动信号采样与重建方法是在奈奎斯

特采样框架下进行的, 利用目标信号中最高频率两倍以上的采样率均匀地对目标信号进行采样。随着机械振动信号的频带范围越来越广, 若依照上述采样定律采集振动信号, 将导致过多的冗余采样, 不利于信号的传输和存储。

收稿日期: 2020-01-06

基金项目: 湖北省自然科学基金资助项目 (2015CFA115)

作者简介: 王朋飞 (1995-), 男, 河南漯河人, 硕士研究生, 主要从事工业物联网方面的研究。E-mail: 1033314493@qq.com

通信联系人: 盛步云, 男, 博士, 教授。E-mail: shengby@whut.edu.cn

近年来,由 Donoho 等提出的压缩感知 (compressed sensing, CS) 理论作为新的数据处理及重建方法,为振动信号处理技术提供了新的思路^[2]。该理论指出,具备稀疏性的信号能够利用低维的采样数据无失真地重建出来,其中,信号重构算法的性能决定了重构信号的精度和速度。目前,最常用的信号重构算法是贪婪迭代算法,主要包括匹配追踪 (matching pursuit, MP)、正交匹配追踪 (orthogonal matching pursuit, OMP)、压缩采样匹配追踪 (compressive sampling matching pursuit, CoSaMP) 等算法^[3]。该类算法需要提前得到信号的稀疏度,不便于工程实现。为此,稀疏度自适应匹配追踪算法^[4] (sparsity adaptive matching pursuit, SAMP) 被提了出来,并有效地解决了实际信号稀疏度未知的问题。但是 SAMP 算法使用固定的步长,如果初始步长选择不合适,会使支撑集引入错误的原子,严重地影响重构信号的精度和速度。

为解决上述问题,笔者提出一种变步长分阶自适应匹配追踪 (VSSStAMP) 算法,通过阈值来控制步长,使重构结果不过分依赖固定步长的选取,避免人为选取步长产生的误差;将匹配追踪、变步长迭代及自适应思想相结合,以弥补传统压缩重构算法及 SAMP 算法的不足。

1 压缩感知理论

压缩感知理论的数学表达式为:

$$y = \Phi x = \Phi \Psi \theta \tag{1}$$

式中: y —压缩后的低维信号, $y \in R^M$; x —传统尼奎斯特采样得到的原始数字信号, $x \in R^N$; Φ —测量矩阵,其大小为 $M \times N$; Ψ —稀疏矩阵,大小为 $N \times N$; θ — K 阶稀疏系数。

其中: x 通常情况下是不稀疏的,但往往会在某个稀疏字典 Ψ 中表现出稀疏特性,也就是 $x = \Psi \theta$ 。

矩阵 Φ 表示一个降维的投影操作,把 R^N 映射到 R^M 中,一般来说, $K < M \ll N$ 。

式(1)中,方程的个数远小于未知数的个数,测量矩阵 Φ 非满秩,因此,方程有无限个解,很难重构出原始信号。但是如果信号 x 或 x 在稀疏基 Ψ 下是 K 阶稀疏的,且 Φ 满足约束等距特性 (RIP),那么可以实现利用 K 个系数从 M 个观测值中重构出原始信号。

基于压缩感知理论的机械振动数据重构流程图如图 1 所示。

由图 1 可知,在压缩感知理论体系中,有两个关键的问题需要研究:

- (1) 如何设计测量矩阵 Φ ,使得它在采样过程中保存信号 x 的有效信息;
- (2) 如何基于测量信号 y 重建

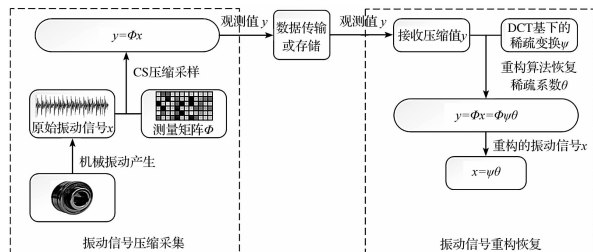


图 1 基于压缩感知理论的机械振动数据重构流程

出原始信号 x ^[5]。

2 测量矩阵

2.1 常用测量矩阵的类别和性能

在压缩感知理论中,测量矩阵的选取对测量值获取、重建复杂度以及信号的恢复程度起到重要作用。在信号重建算法相同的情况下,测量矩阵的性能优劣与信号重构效果好坏呈正相关。

经典的测量矩阵大多数为随机测量矩阵,如高斯随机测量矩阵、部分哈达玛测量矩阵、伯努利测量矩阵等,均满足约束等距特性 (RIP) 和非相关特性,其结构简单,广泛应用于工程项目中。但该类测量矩阵内部元素具有随机性,需要占有较多的内存及 CPU 计算能力,对硬件设备的要求较高。

鉴于随机测量矩阵的不足之处,部分研究人员提出了确定性测量矩阵,包括利用行向量循环移动生成的托普利兹测量矩阵;通过代数曲线构造代数观测矩阵;通过多项式方法来构造的多项式测量矩阵等^[6-8]。当构造确定性测量矩阵时,只要待测系统的结构和性能已知,其内部元素也随之确定,系统消耗资源较少。

2.2 常用测量矩阵性能差异

下面通过仿真实验来检测常用测量矩阵性能差异,包括托普利兹矩阵、部分哈达玛矩阵、循环矩阵、伯努利矩阵、高斯矩阵和稀疏随机矩阵 6 种随机及确定性测量矩阵。

本次实验的自变量为不同区间范围的稀疏度 K 或测量数 M 。对于同一组原始信号 $x \in R^N$,基于不同的测量矩阵 Φ ,在区间范围内等间隔测试,得到观测信号 $y \in R^M$ 。通过观测信号 y 重构信号 x ,每个观测值个数均迭代运行 1 000 次,如果残差小于 10^{-6} 信号恢复成功,将信号恢复概率依次累加,得到不同测量矩阵重构成功率与测量数 M 和稀疏度 K 的关系,如图 2 所示。

从图 2 可以看出,在不同测量矩阵重构成功率和测量数 M 或稀疏度 K 的关系曲线中,部分哈达玛矩阵均表现出稳定均衡的重构性能,优于其他测量矩阵,则在以下的重构算法性能验证中,测量矩阵优选部分哈达玛矩阵。

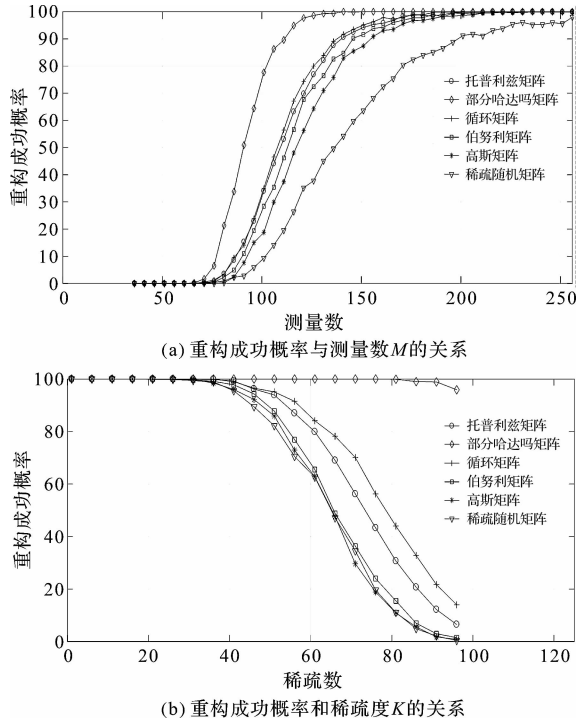


图 2 不同测量矩阵重构成功率与测量数 M 和稀疏度 K 的关系

3 VSSStAMP 算法

在压缩感知框架下,已知 $y = \Phi x$,其核心问题是基于 y 如何重建出原始的稀疏信号 x 。

针对稀疏度未知的机械振动信号压缩重建情况,笔者提出了一种新的自适应贪婪算法,即变步长分阶自适应匹配追踪算法,其流程如图 3 所示。

该算法通过阈值来控制步长,前期通过大步长快速接近阈值,后期通过小步长逐渐逼近阈值,使其不过分依赖固定步长的选取,从而实现步长自适应的重构振动信号,提高了数据的重构效率,较好地避免人为选取步长产生的误差。

该算法将匹配追踪、变步长迭代及自适应思想相结合,解决了传统压缩重构算法需提前估计稀疏度及 SAMP 算法固定步长无法使信号在不同阶段都达到真正的稀疏水平的问题,最终提高重构信号的精度和效率,且易于工程实现。

VSSStAMP 算法的流程与步骤如下:

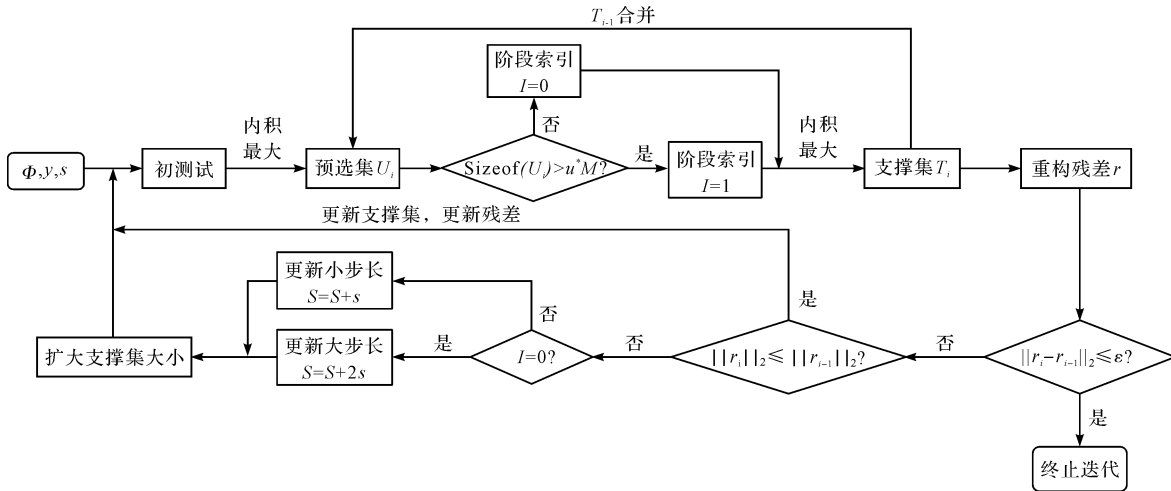


图 3 基于变步长分阶自适应匹配追踪算法流程图

(1) 输入:

测量矩阵 $\Phi_{M \times N}$, 观测向量 $y_{M \times 1}$, 初始步长大小 s ;

(2) 输出:

K 阶稀疏重构信号 $\hat{x}_{N \times 1}$;

下面流程中: r_i —第 i 次迭代的残差; \emptyset —空集; \hat{T}_i —第 i 次迭代的列序号索引集合; I —当前迭代所处的阶段; \cup —并集, Φ^T — Φ 的转置矩阵; Φ^\dagger —矩阵 Φ 的伪逆,且 $\Phi^\dagger = (\Phi^T \Phi)^{-1}$; ε —迭代终止阈值,即重构精度要求值。

该算法的迭代终止条件是,临近两次迭代的广义最小二乘解的差的范数小于迭代终止阈值 ε 。

(3) 初始化:

测量残差 $r_0 = y$; 初始支撑集 $\hat{T}_0 = \emptyset$; 阶段索引 $I = 0$; 初始步长大小 $S = s$; 迭代次数索引 $i = 0$;

具体的算法流程如下:

(1) 进入循环,令迭代次数 $i = i + 1$, $v = \Phi^T r_{i-1}$, 选择向量 v 中 S 个最大值对应的序列号构成集合 T_{add} ;

(2) 预选集 $U_i = \hat{T}_{i-1} \cup T_{add}$, 如果 $size(U_i) > u * M$, 则令步长阶段指数索引 $I = 1$;

(3) 令 $z_i = \Phi_{U_i}^T y$, 选择向量 z_i 中 S 个最大值对应的序列号构成候选集合 Ω' ;

(4) 由压缩感知公式得到候选恢复信号 $x_\Omega = \Phi_{\Omega'}^\dagger y$, 重构残差 $r_\Omega = y - \Phi_{\Omega'} x_\Omega$;

(5) 如果 $I = 0$ 以及 $\|r_i\|_2 > \|r_{i-1}\|_2$, 则更新

$S = S + 2 * s, \hat{T}_i = \hat{T}_{i-1}, r_i = r_{i-1}$, 进入选择步长的第二阶段, 即可变步长阶段; 如果 $I = 1$ 以及 $\|r_i\|_2 > \|r_{i-1}\|_2$, 则更新 $S = S + s, \hat{T}_i = \hat{T}_{i-1}, r_i = r_{i-1}$, 进入选择步长的第一阶段, 即固定步长阶段; 如果不满足上述条件, 对支撑集进行更新 $\hat{T}_i = \Omega'$, 并更新残差 $r_i = r_\Omega$;

(6) 若重构信号的残差 $\|r_i - r_{i-1}\|_2 \leq \varepsilon$, 则停止迭代进入步骤 7, 否则执行步骤 1;

(7) 重建信号 $\hat{x} = \Phi'_{\hat{T}_i} y$ 。

该算法一共有两个阶段: 其一为变步长阶段, 另一种为固定步长阶段。当 $I = 0$ 时, 程序处于步长可变的阶段; 当 $I = 1$ 时, 则信号恢复将切换到步长固定的阶段。

在架构上, VSSStAMP 算法与 SAMP 算法类似, 增加了变步长的步骤, 具体实现在第 2 步, 判断预选集 U_i 包含的原子个数是否大于 $u * M$, 若满足条件, 则使用小步长 s , 否则, 使用大步长 $2 * s$ 。由公式可以看出, u 值的选取对终止条件的影响较大。

下面介绍如何选择 u 。

Candes 指出^[9], 如果要恢复信号, 则采样数应为信号稀疏度的 4 倍。在该算法中, U_i 是当前迭代的列序号集合和先前迭代的支持集的索引的并集, M 是测量矩阵的行数。根据上述规则, u 应小于 $1/4$ 。例如, 在严格稀疏信号中, 当初始步长为 K 且 $\text{size}(U_i) = K$ 时, 应选择 $u < 1/4$ 才能成功恢复原始信号。信号重构的第一阶段是通过变步长来快速增加预选集 U_i 的原子个数。当条件 $\text{size}(U_i) > u * M$ 满足时, 该过程将切换到固定步长的阶段。该算法将重复迭代, 直到达到终止条件 $\|r_i - r_{i-1}\|_2 \leq \varepsilon$ 。

同时, VSSStAMP 算法采用了反向跟踪的思想。因此, 即使在先前的迭代中引入了错误的支持原子, 后续的迭代也可以将错误的原子删除, 缩短了步长选取不当的迭代时间, 进而实现更好的重构效果。

4 仿真信号分析及实例验证

为了验证 VSSStAMP 算法的正确性和有效性, 笔者对带有阻尼的受迫振动系统进行重构仿真验证。

施加初始冲击后, 系统将在阻尼的作用下作持续的衰减运动。三阶阻尼振动方程式为:

$$x(t) = \sum_{i=1}^3 A_i e^{(-2\pi f_i \xi_i t)} \cdot \cos(2\pi f_i \sqrt{(1 - \xi_i^2)} t) + e(t) \quad (2)$$

式中: $x(t)$ — 仿真模拟信号; $e(t)$ — 随机高斯白噪声, 其 SNR 为 10 dB; A_i — 各组成谐波信号的幅值, $A_1, A_2,$

A_3 分别是 0.6, 1.2, 1.8; f_i — 载荷频率, f_1, f_2, f_3 大小为 98 Hz, 105 Hz, 118 Hz; ξ_i — 阻尼系数, ξ_1, ξ_2, ξ_3 分别为 0.010, 0.008, 0.006。

令仿真模拟振动信号的长度 N 大小为 1 024, 测量信号数目 M 大小为 256, 测量矩阵选取部分哈达玛测量矩阵 $\Phi_{M \times N}$, 信号采样频率 F_s 大小为 3 000 Hz。为了方便比较原始信号 x 与重构信号 \hat{x} 的关系, 简化计算, 分别归一化原始信号 x 与重构信号 \hat{x} 。

原始仿真信号的时域和频域波形如图 4 所示。

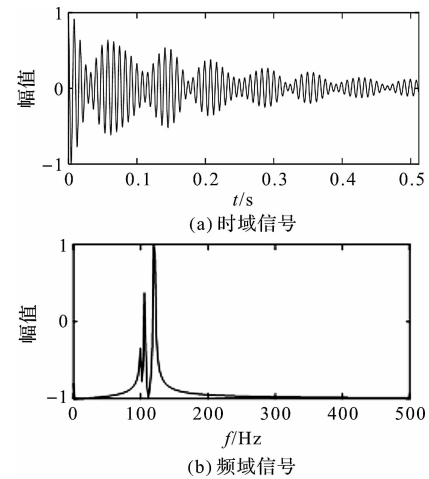


图 4 原始仿真信号的时域和频域波形

得到仿真信号后, 笔者对提出的重构算法与 OMP、CoSaMP 和 SAMP 算法的重构效果、重构精度和运算时间 3 方面进行比较。

已知测量矩阵为部分哈达玛测量矩阵, 对于不同的重构算法, 信号重构时域、频域效果如图 5 所示。

由图 5 可知: OMP、CoSaMP、VSSStAMP 重构算法的去噪效果良好, SAMP 算法未将去噪效果考虑进去且 VSSStAMP 算法的重构效果明显优于其他算法, 因此, 在时域波形的恢复效果上, VSSStAMP 算法具有较大优势。

由图 5 还可知: 由于载荷频率 f_1 和 f_2 差别较少, OMP、VSSStAMP 重构算法未能正确识别载荷频率 f_1 , 丢失关键频率特征; SAMP 重构算法恢复完整的载荷频率信息, 但不足之处是未将噪声排除, 干扰频率较多, 对后续分析产生影响; 而 VSSStAMP 重构算法得到了完整频率信息, 且基本无干扰频率。因此, 在频域波形的恢复效果上, VSSStAMP 算法优于其他算法。

不同算法信号重构的修复误差及运行时间如表 1 所示。

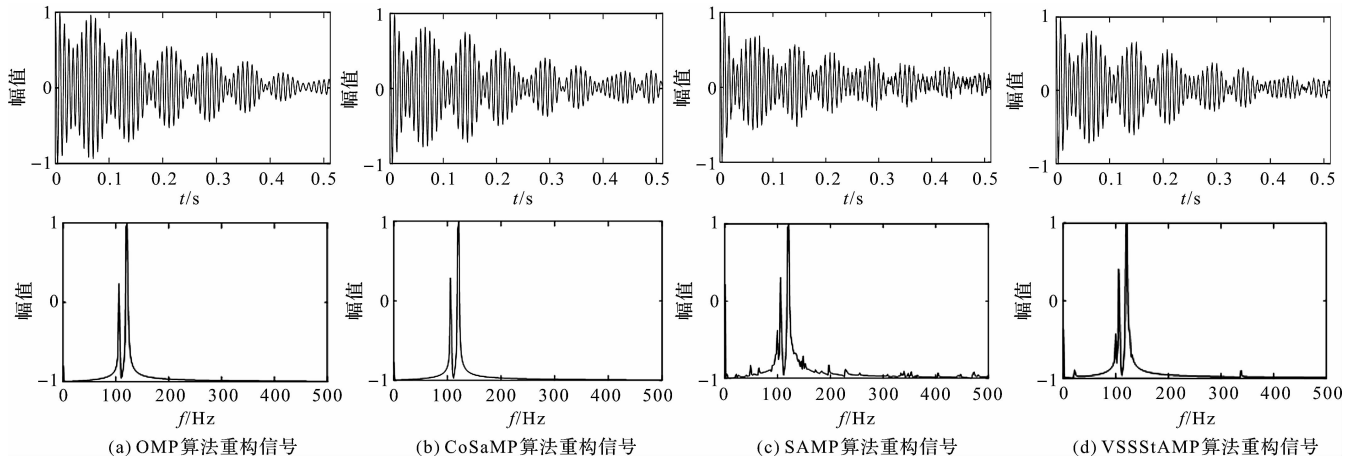


图 5 不同算法信号重构效果对比图

表 1 不同算法信号重构的修复误差及运行时间

算法	OMP	CoSaMP	SAMP	VSSStAMP
均方误差	0.007 9	0.007 6	0.008 5	0.004 5
时间/s	0.143 1	0.056 2	0.665 6	0.036 1

由表 1 可知: VSSStAMP 算法在重构精度和运算时间上均优于传统的 OMP、CoSaMP 和 SAMP 重构算法。

综上, VSSStAMP 算法可以解决稀疏度未知信号的重构问题, 且在重构效果、重构精度和运算时间上均优于传统的重构算法。

为了更好地验证 VSSStAMP 算法的性能, 笔者采用 XJTU-SY 轴承数据中心提供的滚动轴承加速实验数据^[10]进行压缩重构处理。其实验平台主要由支撑轴承、交流发动机、液压加载系统、测试轴承和转轴等构成。主轴转速为 2 100 r/min, 采集水平方向的振动信号, 采样频率设置为 25.6 kHz。

正常状态下, 采用 VSSStAMP 算法重构的轴承振动信号如图 6 所示。

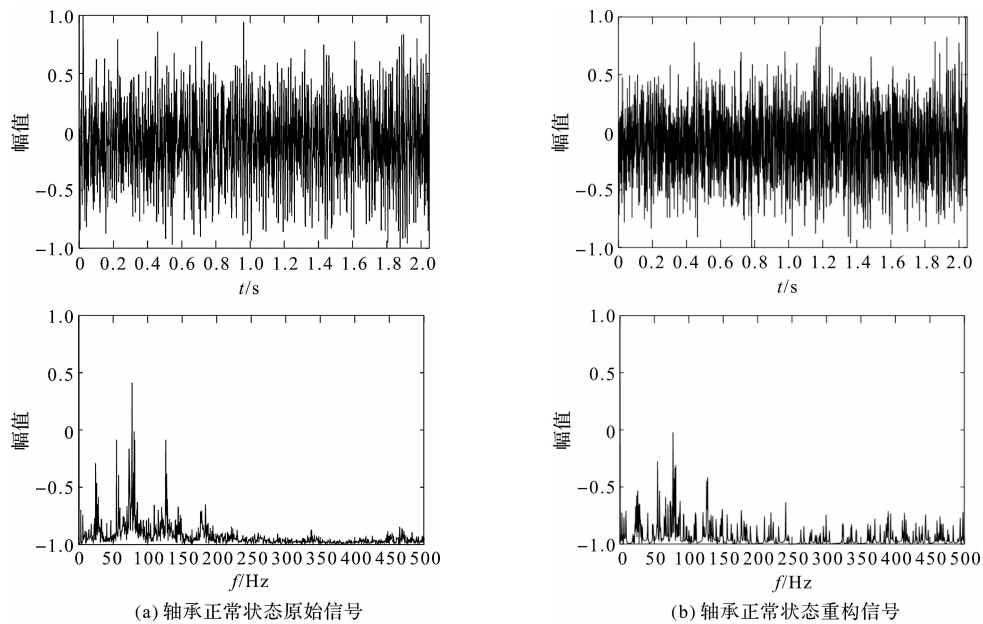


图 6 正常状态下 VSSStAMP 算法重构轴承信号

图 6 中: 实验平台采集的正常状态下的轴承振动数据的时域及频谱图中, 振动信号的长度 N 大小为 4 096, 测量信号数目 M 大小为 1 024, 测量矩阵选取部分哈达玛测量矩阵 $\Phi_{M \times N}$; 通过改进的 VSSStAMP 算法对该组数据进行压缩重构。

由图 6 可以看出, 重构信号的时域及频域恢复效果具有良好的鲁棒性, 可提取出振动信号的有效成分。

同理, 可得到 4 种工况下重构信号后, 计算 VSSStAMP 算法的重构精度和运算时间, 如表 2 所示。

表 2 VSSStAMP 算法的重构精度和运算时间

工况	均方误差	时间/s
正常状态	0.105 7	15.82
外圈故障	0.092 4	14.16
保持架断裂	0.063 1	15.92
内圈磨损	0.073 9	15.83

由表 2 可知,对于任意工况,基于 VSSStAMP 算法均能够以较高的重构精度以及合适的重构时间,来实现振动数据的压缩与重构。

5 结束语

以压缩感知理论为基础,笔者首先对测量矩阵进行了筛选,选择了性能最优的测量矩阵用以得到最佳观测向量,提高了信号重构成功概率;其次结合匹配追踪、变步长迭代及自适应思想,针对传统压缩重构算法需提前估计稀疏度,及 SAMP 算法固定步长无法使信号在不同阶段都达到真正的稀疏水平的问题,在未知振动信号稀疏度的前提下,提出了基于变步长分级自适应匹配追踪振动数据重构算法。

仿真分析和实验结果均表明:在时域、频域波形恢复效果、重构精度和运算时间方面,VSSStAMP 算法均优于传统的 OMP、CoSaMP 和 SAMP 重构算法,因此,它是一种综合性能优异的振动数据重构方法。

参考文献(References):

[1] 谢馨,王华庆,宋浏阳,等.基于改进的稀疏度自适应振

动数据修复方法[J].振动与冲击,2019,38(16):261-266.

- [2] 郭俊峰,党姜婷.基于最优型确定性测量矩阵的振动信号数据压缩采集方法[J].振动与冲击,2019,38(7):203-211.
- [3] 简献忠,王凡,郭强.改进的基于压缩感知的单幅图非均匀校正[J].机电工程,2017,34(12):1491-1495.
- [4] 张涛,钟舜聪,朱志彬,等.基于压缩传感理论的重构算法研究[J].机电工程,2014,31(6):805-808,818.
- [5] 杜佳兵.轴承故障振动信号的稀疏表征与重构方法研究[D].北京:北京化工大学机电工程学院,2017.
- [6] 周洁洁,阙凌燕,王良毅,等.采用改进最优模糊 C 均值聚类和改进和声搜索算法的配电网动态重构[J].机电工程,2015,32(4):531-536,543.
- [7] 张珊珊,赵建华.基于压缩感知的重建算法仿真分析[J].国外电子测量技术,2019,38(10):44-48.
- [8] CUI L, WU N, MA C, et al. Quantitative fault analysis of roller bearings based on a novel matching pursuit method with a new step-impulse dictionary[J]. **Mechanical Systems and Signal Processing**, 2016(68-69):34-43.
- [9] BOTTCHEA A. Orthogonal symmetric toeplitz matrices[J]. **Complex Analysis & Operator Theory**, 2008,2(2):285-298.
- [10] 雷亚国,韩天宇,王彪等.XJTU-SY 滚动轴承加速寿命试验数据集解读[J].机械工程学报,2019,55(16):1-6.

[编辑:冯黎雅]

本文引用格式:

王朋飞,盛步云.基于变步长分阶自适应匹配追踪算法的振动数据重构方法研究[J].机电工程,2020,37(10):1198-1203.

WANG Peng-fei, SHENG Bu-yun. Vibration data reconstruction method based on variable step size stepwise adaptive matching pursuit[J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2020,37(10):1198-1203.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>