DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2020.01.010

汽车悬架系统的时滞反馈控制 及其参数优化研究*

刘建均,孙艺瑕*,李 胜

(上海工程技术大学 机械与汽车工程学院 上海 201620)

摘要:针对汽车悬架系统的时滞反馈控制问题,提出了一种时滞反馈控制参数的优化策略。首先,建立了时滞加速度反馈控制下 1/4汽车悬架系统的力学和数学模型,利用理论推导得到了车身和车轮加速度幅值与路面激励频率之间的关系;其次根据特征值法 分析了系统的稳定性,得到了反馈增益系数和时滞两参数平面上的系统稳定性分区图,并通过数值模拟验证了稳定性分析结果的 正确性;最后,以最小的车身加速度幅值为优化目标,以反馈增益系数和时滞为优化参数,采用粒子群优化算法得到了不同路面激 励频率下反馈增益系数和时滞的最优值。研究结果表明:相较于被动汽车悬架系统,最优时滞反馈控制下汽车悬架系统的隔振效 果得到了明显的改善;在频率1 Hz~20 Hz 内,车身的加速度幅值至少可降低 19.60%。

关键词:汽车悬架系统;隔振;时滞反馈控制;参数优化;粒子群优化算法 中图分类号:TH113.1;U463.3 文献标识码:A

文章编号:1001-4551(2020)01-0054-05

Time delay feedback control and parameter optimization of automotive suspension system

LIU Jian-jun, SUN Yi-xia, LI Sheng

(School of Mechanical and Automotive Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

Abstract: Aiming at the problem of time delay feedback control of automobile suspension system, an optimization strategy of time-delayed feedback control parameters was proposed. Firstly, the mechanical and mathematical models of the 1/4 car suspension system under time-delayed acceleration feedback control were established. The relationship between the body and wheel acceleration amplitude and the road surface excitation frequency was obtained by theoretical derivation. Then the stability of the system was analyzed according to the eigenvalue method, and the system stability partition map on the two-parameter plane with the feedback gain coefficient and time delay was obtained. The correctness of the stability analysis results was verified by numerical simulation. Finally, with the minimum body acceleration amplitude as the optimization objective, the particle swarm optimization algorithm was used to obtain the optimal values of feedback gain coefficient and time delay under different road excitation frequencies. The results indicate that the vibration isolation effect of the vehicle suspension system with the optimal time-delayed feedback control is significantly improved compared with the passive vehicle suspension system. Within the frequency range of 1 Hz ~ 20 Hz, the acceleration amplitude of the body can be reduced by at least 19.60%.

Key words: automobile suspension system; vibration isolation; time-delayed feedback control; parameter optimization; particle swarm optimization

收稿日期:2019-05-27

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11602135)

作者简介:刘建均(1991 –),男,四川广安人,硕士研究生,主要从事汽车振动与噪声测控技术研究方面的研究。E-mail: 1240954846@qq.com 通信联系人:孙艺瑕,女,讲师,硕士生导师。E-mail: sunyixia@sues.edu.cn

0 引 言

汽车悬架系统的隔振效果是影响汽车乘坐舒适性和 安全性的关键因素。虽然传统的被动悬架系统具有结构 简单和成本小等优点,但一经加工成型,结构参数便不可 调整,从而无法更好地适应复杂多变的实际路况。

近年来,国内外学者对主动和半主动汽车悬架系 统展开了大量的研究^[14]。然而,由于信号的采集传输 和控制力的计算等因素,主动汽车悬架系统中不可避 免地存在时滞。时滞对汽车悬架系统控制的影响很 大,可能会导致隔振效果下降,甚至失稳^[5]。目前,对 含时滞的汽车主动悬架系统的研究,主要是利用时滞 补偿技术减少或抵消时滞带来的影响^[64]。随着研究 的深入,有研究发现,在汽车悬架的控制系统中适当地 引入时滞,不仅可以改善悬架系统的隔振效果,还可以 提高系统的稳定性^[9-12]。由此,时滞被当作汽车悬架 控制系统中可调的控制参数,为实现更好的悬架系统 性能,获取最优的控制参数就尤为关键。

鉴于此,本文将在被动汽车悬架系统中引入时滞 加速度反馈控制,以时滞和反馈增益系数为优化参数, 采用粒子群优化算法,得到两参数的最优值,来提高汽 车悬架系统的隔振性能。

1 汽车悬架系统的力学模型

时滞加速度反馈控制下,1/4 汽车悬架系统的力 学模型如图1所示。



根据图1的力学模型,由牛顿第二定律可得到系统的运动微分方程:

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1 (x_1 - x_2) + u = 0 \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 - c_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_3) -$$

 $k_1(x_1 - x_2) + k_2(x_2 - x_3) - u = 0$ (2)

式中:*m*₁— 悬架质量;*c*₁— 减振器阻尼;*k*₁— 弹簧的刚 度;*u*— 时滞反馈控制力;*m*₂— 非悬架质量;*c*₂— 轮胎 阻尼;*k*₂— 轮胎刚度;*x*₁— 车身的位移;*x*₂— 车轮的位 移;x₃一路面激励。

时滞反馈控制力 u 和路面激励 x₃^[13] 的表达式为:

$$u = g\ddot{x}_1(t - \tau) \tag{3}$$

$$x_3 = r\sin(\omega t) \tag{4}$$

式中:g— 反馈增益系数; τ — 时滞;r— 路面激励幅值; ω — 路面激励频率。

当g = 0时,时滞反馈控制下的1/4主动汽车悬架 系统退化为被动汽车悬架系统。

设式(1,2)的解为:

$$x_1 = a_1 \sin(\omega t) + b_1 \cos(\omega t) \tag{5}$$

$$x_2 = a_2 \sin(\omega t) + b_2 \cos(\omega t) \tag{6}$$

式中:*a*₁,*b*₁,*a*₂,*b*₂一待求系数。

将式(3 ~ 6)代入式(1,2),由等式左右两端 sin(ωt)和 cos(ωt)前面的系数相等,可以得到关于 a_1, b_1, a_2, b_2 的线性方程组:

$$[a_1, b_1, a_2, b_2]^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{D}^{-1}\boldsymbol{E}$$
(7)

 $D = (d_{y_2})_{4\times 4}, (y,z = 1,2,3,4), d_{11} = d_{22} = k_1 - m_1\omega^2 - g\omega^2\cos(\omega\tau), d_{12} = -d_{21} = -c_1\omega - g\omega^2\sin(\omega\tau), d_{13} = d_{24} = -k_1, d_{14} = -d_{23} = c_1\omega, d_{31} = d_{42} = -k_1 + g\omega^2\cos(\omega\tau), d_{32} = -d_{41} = c_1\omega + g\omega^2\sin(\omega\tau), d_{33} = d_{44} = k_1, d_{34} = -d_{43} = -c_1\omega - c_2\omega, E = [0,0,k_2r,c_2r\omega]^{\mathsf{T}}.$ $\mathrm{hd}_{\mathsf{C}}(\tau) = \mathrm{hd}_{\mathsf{C}}(\tau) = \mathrm{$

$$A = \omega^2 \sqrt{a_1^2 + b_1^2}$$
 (8)

$$B = \omega^2 \sqrt{a_2^2 + b_2^2}$$
 (9)

2 稳定性分析及数值验证

2.1 稳定性分析

考虑到时滞反馈控制的引入,会给汽车悬架系统的稳定性带来很大影响,因此,本文对悬架系统进行稳 定性分析。

设式(1,2)的特征根为 s,由 Laplace 变换可得:

$$\boldsymbol{G}(s)\boldsymbol{X}(s) = \boldsymbol{F}(s) \tag{10}$$

其中:

 $G(s) = \begin{bmatrix} m_1 s^2 + k_1 + c_1 s + g s^2 e^{-s\tau} & -k_1 - c_1 s \\ -k_1 - c_1 s - g s^2 e^{-s\tau} & m_2 s^2 + k_1 + k_2 + (c_1 + c_2) s \end{bmatrix},$ $X(s) = \begin{bmatrix} X_1(s), X_2(s) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, F(s) = \begin{bmatrix} 0, F(s) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}_{\circ}$

时滞反馈控制下,汽车悬架系统的特征方程为 | G(s) | = 0, 即:

$$P(s) + Q(s)e^{-s\tau} = 0$$
(11)

其中:

$$\begin{split} P(s) &= m_1 m_1 s^4 + (c_1 m_1 + c_1 m_2 + c_2 m_1) s^3 + (c_1 c_2 + k_1 m_1 + k_1 m_2 + k_2 m_1) s^2 + (c_1 k_2 + c_2 k_1) s + k_1 k_2, Q(s) \end{split} =$$

 $(-k_2 - c_2 s - m_2 s^2)g_{\circ}$

· 56 ·

当式(11)所有的特征根均具有负实部时,系统才稳定^[14]。故先考虑系统的临界稳定状态,即所有特征根的实部皆为0。设 $s = \omega_c i$,($\omega_c > 0$),代入式(11),分离实部和虚部可得:

$$k_{1}k_{2} - c_{1}c_{2}\omega_{c}^{2} - k_{1}m_{1}\omega_{c}^{2} - k_{2}m_{1}\omega_{c}^{2} - k_{1}m_{2}\omega_{c}^{2} + m_{1}m_{2}\omega_{c}^{4} + g\omega_{c}^{2}(m_{2}\omega_{c}^{2} - k_{2})\cos(\omega_{c}\tau) - c_{2}g\omega_{c}^{3}\sin(\omega_{c}\tau) = 0$$
(12)

 $-c_{2}k_{1} - c_{1}k_{2} + c_{1}m_{1}\omega_{c}^{2} + c_{2}m_{1}\omega_{c}^{2} + c_{1}m_{2}\omega_{c}^{2} + c_{2}g\omega_{c}^{2}$ $\cos(\omega_{c}\tau) + g\omega_{c}(m_{2}\omega_{c}^{2} - k_{2})\sin(\omega_{c}\tau) = 0 (13)$

由式(12,13) 可求得 $\sin(\omega_c \tau)$ 和 $\cos(\omega_c \tau)$ 的表 达式。根据 $\sin^2(\omega_c \tau) + \cos^2(\omega_c \tau) = 1$,可得关于 ω_c 的 多项式方程为:

$$l_{8}\omega_{c}^{8} + l_{6}\omega_{c}^{6} + l_{4}\omega_{c}^{4} + l_{2}\omega_{c}^{2} + l_{0} = 0 \qquad (14)$$

其中:

$$\begin{split} l_6 &= 2c_1c_2m_1^2 + c_2^2(-g^2 + m_1^2) + c_1^2(m_1 + m_2)^2 - l_4 = \\ &- g^2k_2^2 - 2c_2^2k_1m_1 + k_1^2m_1^2 + 2k_1k_2m_1^2 + k_2^2m_1^2 + 2k_1^2m_1m_2 + \\ &4k_1k_2 + m_1m_2 + k_1^2m_2^2 \circ \end{split}$$

由式(14)可知,当反馈增益系数 g 取某一定值 时,系数 $l_i(i = 0,2,4,6,8)$ 决定了方程根的取值情 况,本文定义式(14)的正实根个数为 N_o 当 N = 0时, 系统不发生稳定性切换,即 τ 取任意正实数时系统的 稳定性不变。当 $N \neq 0$ 时,系统有 N 个根 { $\omega_{c1}, \omega_{c2}, \cdots$, ω_{cN} },且对于每个根 $\omega_{cm}(m = 1,2\cdots,N)$ 都存在无穷多 个 τ 值 { $\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_x$ } 与之对应。当 τ 从 $\tau_n - \varepsilon$ 增加到 $\tau_n + \varepsilon (0 < \varepsilon < < 1, n = 1, 2, \cdots, \infty)$,方程特征根实部 变化情况可由以下方程确定^[15]:



图 3 车身的加速度时程响应

在 τ 穿过临界 τ_n 的过程中,如果RT = +1,特征方 程不稳定特征根的数量增加2个;如果RT = -1,特征 方程不稳定特征根的数量减少2个。依次将反馈增益 系数 g 取不同值,重复上述分析过程,可得到反馈增益 系数和时滞的两参数平面上系统的稳定性分区图,如 图 2 所示(本文中,取系统的物理参数^[16]如下: m_1 = 600 kg, m_2 = 60 kg, k_1 = 18 000 N/m, k_2 = 200 000 N/m, c_1 = 2 500 Ns/m, c_2 = 1 000 Ns/m)。



从图2可以看出:当反馈增益系数和时滞的取值 位于灰色区域时,系统稳定;当反馈增益系数和时滞的 取值位于空白区域时,系统失稳。

2.2 数值验证

为了验证稳定性分析的正确性,本文选取 4 个点 (如图2所示)。其中,点 P_2 和 P_3 对应稳定的系统响应, 点 P_1 和 P_4 对应不稳定的系统响应。

分别将 4 个点的坐标代入式(1,2),同时取 $r = 0.01 \text{ m}, \Omega = 5.5 \text{ Hz}(\Omega = \omega/2\pi),$ 利用龙格库塔法进行数值仿真,可得到 4 个点对应的车身加速度时程响应,如图 3 所示。

100 120 140

100 120 140

由图 3 可见:车身的加速度响应幅值收敛到某一 定值,此时系统稳定;车身的加速度响应幅值发散,此 时系统失稳。这与图 2 中 $P_1 - P_4$ 点对应的稳定性一 致,从而证明图 2 稳定性分区图的正确性。

3 单频率处的控制参数优化及验证

3.1 控制参数优化

本文采用粒子群优化算法,对反馈增益系数和时 滞进行优化求解。以车身的加速度幅值作为适应度函 数,优化过程中相关参数的设置如下:粒子数为500, 空间维数为2,最大迭代次数为1000,学习因子为0.9, 惯性权重为0.8,速度限制为[-1,1],位置限制为 [-500,500]和[0,1.4]。

在频段 1 Hz ~ 20 Hz 之间取离散频率点,本文对 每个频率处车身的加速度幅值进行优化,并获得该点 处最优反馈增益系数和时滞取值(g_{op} 和 τ_{op})。为了得 到车身和车轮的加速度幅值的变化情况(增加或减 少),定义 Φ_A 和 Φ_B 分别表示车身和车轮的加速度幅 值变化的百分比,其表达式如下:

$$\Phi_{X} = \frac{X \mid_{(g_{op}, \tau_{op})} - X \mid_{g=0}}{X \mid_{g=0}} \times 100\%$$
(16)

其中: $X = A, B_{\circ}$

优化结果如表1所示。

表1 优化组	结果
--------	----

Ω/Hz	g_{op}/kg	${ au_{\scriptscriptstyle op}}/{ m s}$	$\Phi_{\rm A}/(\%)$	$\varPhi_{\scriptscriptstyle B}/(\%)$
1.5	- 500	0. 376	- 50. 16	+ 1.59
	500	0.043		
5.5	- 500	0. 626	20.01	. 11 50
	500	0. 172	- 38.01	+ 11. 56
9.5	- 500	0. 373 .0. 478 .0. 583 .0. 688	- 19. 60	+ 47. 31
	500	0. 004 \0. 109 \0. 214 \0. 319		
13.5	- 500	0. 415 \0. 489 \0. 563 \0. 637		10 50
	500	0.008 0.082 0.156 0.230	- 35. 57	+ 12.50
17.5	- 500	0. 033 0. 375 0. 432 0. 489	10.06	6.15
	500	0. 004 \0. 061 \0. 118 \0. 175	- 40. 96	+ 6. 17

从表1可以看出:某些路面激励频率处存在多个 最优时滞量,这给实际工程中时滞的取值提供一定的 灵活性。

被动和最优时滞反馈控制下,车身和车轮的加速 度幅值—频率关系曲线如图4所示。

由表1和图4可知:与被动控制下车身的加速度 幅值相比,最优时滞反馈控制下车身的加速度幅值得 到一定程度的减小,表明汽车悬架系统的隔振效果得 到改善。当 Ω =1.5 Hz 和 Ω =9.5 Hz 时,车身加速度 幅值分别降低了54.05%和19.60%,而车轮加速度幅



值分别增加了 1.59% 和 47.31%,表明在时滞反馈控制下,汽车悬架系统的隔振效果得到了明显改善,且车身和车轮之间存在能量传递。

3.2 优化结果的验证

从表 1 中选取频率 Ω = 5.5 Hz 和 Ω = 9.5 Hz,并 对两频率处时滞反馈控制参数的最优结果进行验证。

通过数值仿真,分别得到两个频率处车身和车轮 的加速度时程响应如图(5,6)所示。



从图(5,6)可以看出:当*Ω*=5.5 Hz 和*Ω*=9.5 Hz 时,车身和车轮的加速度时程响应的幅值与表 2 中的 优化结果是一致的,表明本文对控制参数的优化结果



是可靠的。

4 结束语

本文采用了粒子群优化算法,研究了1/4 汽车悬架系统中时滞反馈控制的参数优化问题。优化结果表明,在最优控制参数下汽车悬架系统的隔振效果得到 了有效地改善,在频率1 Hz~20 Hz 范围内车身的加速度幅值至少可降低19.60%;在某些频率下,存在多 组反馈控制参数的最优值,这给实际工程中控制参数 的灵活取值提供了理论参考。

在下一阶段,本研究将通过汽车悬架系统的实验 研究,进一步验证最优时滞反馈控制下的汽车悬架系 统的隔振效果。

参考文献(References):

- [1] 姜小丽. 基于显式弹塑性车辆悬架系统结构优化设计[J]. 现代制造工程,2017(9):59-67.
- [2] 王 伟,宋 礼,屈 翔,等.基于望目特性的空气悬架导向机构结构参数优化[J].现代制造工程,2017(10):68-72.
- [3] 陈冬云,杨礼康,蔡明龙,等.限定舒适性的馈能主动悬架 系统可回馈能量分析[J].机电工程,2014,31(3):289-294.

- [4] 聂佳梅,张孝良,孙晓强,等. 新型混联式 ISD 悬架建模与 参数优化[J]. 汽车技术,2015(2):44-47.
- [5] YAN G H, WANG S H, GUAN Z W, et al. PID control strategy of vehicle active suspension based on considering time delay and stability [J]. Advanced Materials Research, 2013(708):901-906.
- [6] HAN S Y, ZHANG C H, TANG G Y. Approximation optimal vibration for networked nonlinear vehicle active suspension with actuator time delay [J]. Asian Journal of Control, 2017,19(3):983-995.
- [7] LEI J. Optimal vibration control of nonlinear systems with multiple time delays: an application to vehicle suspension
 [J]. Integrated Ferroelectrics, 2016,170(1):10-32.
- [8] BOUOUDEN S, CHADLI M, ZHANG L, et al. Constrained model predictive control for time-varying delay systems: application to an active car suspension [J]. International Journal of Control Automation & Systems, 2016, 14 (1):51-58.
- [9] FEI W, ZHOU J, REN C. Research on chaotic dynamics properties for nonlinear suspension system with time delays
 [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2016, 33 (5):891-897.
- [10] 付文强, 庞 辉, 刘 凯. 含时滞天棚阻尼半主动悬架建 模及稳定性分析[J]. 机械科学与技术, 2017, 36(2): 213-218.
- [11] 陈长征,王 刚,于慎波.考虑时变输入时滞及频段约束的车辆主动悬架预瞄控制[J].机械工程学报,2016,52 (16):124-131.
- [12] 王 飞,周继磊,任传波.时滞反馈下非线性悬架系统的 减振特性研究[J].广西大学学报,2016,41(2):379-387.
- [13] WANG S, HUA L, YANG C, et al. Nonlinear vibrations of a piecewise-linear quarter-car truck model by incremental harmonic balance method [J]. Nonlinear Dynamics, 2018,92(4):1719-1732.
- [14] 徐薇莉,田作华.自动控制理论与设计(新版)[M].上 海:上海交通大学出版社,2007.
- [15] OLGAC N, SIPAHI R. An exact method for the stability analysis of time-delayed linear time-invariant (LTI) systems
 [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(5):793-797.
- [16] SUN W, PAN H, ZHANG Y, et al. Multi-objective control for uncertain nonlinear active suspension systems [J].
 Mechatronics, 2014,24(4):318-327.

[编辑:程 浩]

本文引用格式:

刘建均,孙艺瑕,李 胜. 汽车悬架系统的时滞反馈控制及其参数优化研究[J]. 机电工程,2020,37(1):54-58. LIU Jian-jun, SUN Yi-xia, LI Sheng. Time delay feedback control and parameter optimization of automotive suspension system[J]. Journal of Mechanical & E-lectrical Engineering, 2020,37(1):54-58. 《机电工程》杂志:http://www.meem.com.cn