

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2019.10.004

含闭环运动链的四自由度搬运机器人 动力学建模及验证研究*

张进¹, 俞超^{1*}, 郭娟²

(1. 北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100083;

2. 华北理工大学 机械工程学院, 河北 唐山 063009)

摘要:针对重负载机器人在高速运行时容易出现关节驱动电机饱和、关节转矩特性呈现强非线性、不同关节转矩间呈现强耦合、定位残余振动和轨迹跟踪不稳定现象更加显著等问题,对有效解决这些问题所依赖的机器人动力学进行了研究。以含闭环运动链的四自由度重负载搬运机器人为研究对象,采用 D-H 法进行了运动学分析;提出了一种斜对称矩阵法,避免了矢量叉积和闭环运动链几何约束的重复运算,简化了微分运动学方程的推导过程;采用基于机器人系统能量的拉格朗日法,推导出了动力学模型的解析式;利用 Matlab/Simulink 对动力学模型的正确性进行了 PID 位置控制仿真验证。研究表明:所得动力学模型能够正确反映搬运机器人的动力学特性,为实验验证模型的正确性提供了参照曲线;所得模型解析式也为基于模型的机器人控制器设计提供了数学基础。

关键词:动力学建模;仿真验证;斜对称矩阵法;PID 位置控制;闭环运动链;搬运机器人

中图分类号:TH113;TP242

文献标识码:A

文章编号:1001-4551(2019)10-1027-07

Dynamic modeling and verification of a 4-DOF handling robot with closed-loop kinematic chains

ZHANG Jin¹, YUN Chao¹, GUO Juan²

(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Beihang University, Beijing 100083, China;

2. School of Mechanical Engineering, North China University of Science and Technology, Tangshan 063009, China)

Abstract: Aiming at the problems of the heavy-duty robot at high speed, such as the saturation of the joint drive motors, the strong non-linearity of the joint torque characteristics, the strong coupling between different joint torques, the more significant phenomena of positioning residual vibration and trajectory tracking instability, the robot dynamics is necessary to effectively solve the above problems was studied. The D-H method was used to analyze the kinematics of a 4-DOF heavy-duty handling robot with closed-loop kinematic chains. The skew symmetric matrix method was presented to avoid the repeated operations of vector cross product and closed-loop kinematics chain geometric constraints, and thus the derivation of differential kinematics equations was simplified. The analytical formula of the dynamics model was derived by Lagrange method based on the energy of the robot system. The correctness of the dynamic model was verified by Matlab/Simulink simulation of PID position control. The results indicate that the dynamic model can correctly reflect the dynamic characteristics of the handling robot, and provide reference curves for the next experimental verification of the dynamics model correctness, and the analytical formula of the model also provides a mathematical basis for the model-based robot controller design.

Key words: dynamics modeling; simulation verification; skew symmetric matrix method; PID position control; closed-loop kinematic chain; handling robot

收稿日期:2019-02-26

基金项目:北京市科学技术委员会资助项目(HT0100081-2014)

作者简介:张进(1979-),男,河北广宗人,博士研究生,主要从事工业机器人方面的研究。E-mail:zhjin100@sina.com

通信联系人:俞超,男,博士,教授,博士生导师。E-mail:cyyun18@vip.sina.com

0 引 言

重负荷机器人在高速运行时会出现关节驱动电机容易饱和、关节转矩特性呈现强非线性、不同关节转矩间呈现强耦合、定位残余振动和轨迹跟踪不稳定现象更加显著等问题,而相关的机器人各项性能指标均与动力学存在着内在本质联系,因此这些问题的有效解决依赖于动力学规律的揭示和基于动力学模型的控制策略(又称为控制器)设计。

基于模型的控制策略设计及实现需要以获知机器人动力学模型为前提^[1],动力学模型和控制策略两者的解析式共同构成机器人控制系统的闭环方程,闭环方程的状态空间原点性态反映了机器人控制系统的响应特性(例如稳定性、快速性和准确性)。同时,状态空间原点性态与机器人动力学模型性质参数(例如,惯性矩阵的最小和最大特征值等)存在着约束关系,为利用这些约束关系进行控制策略参数设计,又需要基于动力学模型准确提取这些模型性质参数。

国内外学者对机器人动力学已经做了大量研究工作,常用建模方法有:空间矢量法^[2]、牛顿-欧拉法^[3]、凯恩法^[4]、虚功原理法^[5]和拉格朗日法^[6-9]等。其中,拉格朗日法具有概念容易理解和推导过程系统化的特点,但需要大量矩阵乘法运算。

针对动力学模型正确性验证问题,需要将实验验证结果与仿真验证结果进行比对,仿真结果是对所得动力学模型的描绘,实验结果则反映机器人真实的动力学特性,两者相符才能表明所得模型能够反映真实的机器人动力学特性。韩军等^[10]针对 2P3R 型机器人,采用拉格朗日法推导出了详细的动力学模型,并结合蒙特卡洛法和碰撞检测算法进行了仿真分析;李瑞峰等^[11]基于牛顿-欧拉法对一种新型混联机器人进行了动力学分析,并通过 Matlab 仿真和 ADAMS 虚拟样机验证了分析结果的正确性;高文杰等^[12]针对 6 自由度施釉机器人,采用牛顿-欧拉法建立了动力学模型,通过仿真分析了终端载荷与关节力矩间的关系;李永泉等^[13]基于旋量键合图,在 4-DOF 混联机器人并联部分加入了冗余驱动,采用输入力矩优化法对动力学全解模型进行了仿真和实验,结果表明了模型的正确性,实现了平稳运动控制,提高了运动精度;贾雪峰等^[14]针对 4-DOF 码垛机器人,采用虚拟样机技术进行了动力学分析,设计了 PD + G 重力补偿控制器,通过 ADAMS/View 和 Matlab 进行了联合控制仿真验证。

在模型正确性验证时,仿真验证所用的控制策略

算法与机器人实际所用的控制策略均会影响验证结果,为此仿真与实验验证所用控制策略需要保持一致,而上述研究在仿真验证时,采用了与机器人常用 PID 控制策略不同的控制算法。在以商用机器人为实验平台进行实验验证时,需要对机器人的控制策略做相应更改,但商用机器人控制系统对用户是不开放的,这为实验验证模型正确性的实施带来困难。

本文将以一种含闭环运动链的四自由度重负载搬运机器人作为对象,对动力学建模和仿真验证进行研究。

1 重负荷搬运机器人结构特征

重负荷搬运机器人本体结构如图 1 所示。

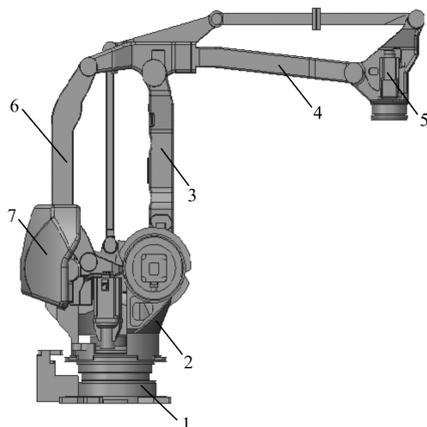


图 1 重负荷搬运机器人本体结构

1 - 底座;2 - 腰座;3 - 大臂;4 - 小臂;5 - 腕部;6 - 小臂中间连杆;7 - 小臂配重块

重负荷搬运机器人最大负载为 7 995 kg,最大臂展为 31 591 mm,本体质量为 250 010 kg。

重负载搬运机器人机构简图如图 2 所示。

图 2 中:重负载搬运机器人机构为含有 4 个闭环运动链的混联机构,具有主动关节和被动关节,主动关节有 4 个,分别为关节 J_1 、 J_2 、 J_5 和 J_{12} ,因此该机器人有 4 个自由度。

2 机器人正运动学

2.1 相邻连杆坐标变换矩阵

Denavit-Hartenberg 法(简称 D-H 法)是推导机器人运动学方程的通用有效方法^[15]。D-H 法可直接用于单开环运动链形式的机器人,但不能直接用于含闭环运动链的机器人。对于含有闭环运动链的机器人,首先需在闭环运动链中某个合适关节处将连接在一起的两个连杆假想断开,使机器人的闭环结构演变成树形结构,然后才可采用 D-H 法进行运动学方程的推

$$\mathbf{A}_{m_4}^b(\theta_1, \theta_2, \theta_5) = \mathbf{A}_1^b(\theta_1) \mathbf{A}_{4'}^1(\theta_2, \theta_5) \mathbf{A}_{m_4}^{4'}(\theta_{m_4}) \quad (10)$$

负载 m_L 的质心坐标系与末端执行器 B_{13} 的坐标系重合,其相对于基坐标系 b 的坐标变换矩阵为搬运机器人的运动学方程,如上文式(5)所示。

3 机器人微分运动学

在机器人微分运动学研究中,文献[15-16]是利用几何矢量方法进行分析的,需要大量矢量叉积。另外,对于闭环运动链,该方法需要重复利用闭环假想分断关节几何约束关系,如上文式(3,4)所示,使推导过程的运算量进一步增加。

若连杆坐标系姿态采用最小空间表达时,对姿态矩阵直接求取时间导数,可以获得解析雅可比矩阵。为获得坐标系的角速度,则需要进一步推导出解析雅可比矩阵与几何雅可比矩阵之间的变换矩阵,该过程的运算量也比较大。

下面采用斜对称矩阵法进行微分运动学分析。该方法依据质心坐标系旋转阵的时间导数 $\dot{\mathbf{R}}_{m_i}$ 与质心坐标系旋转阵转置 $\mathbf{R}_{m_i}^T(t)$ 的乘积等于斜对称矩阵 \mathbf{S}_{m_i} 这一数学关系,以及 $\mathbf{S}_{m_i}(t)$ 相应元素与质心坐标系角速度矢量 $[\omega_{m_x} \ \omega_{m_y} \ \omega_{m_z}]$ 各分量之间存在的对应关系,得到质心坐标系角速度的数学解析式,上述两个关系式分别为:

$$\mathbf{S}_{m_i}(t) = \dot{\mathbf{R}}_{m_i}(t) \mathbf{R}_{m_i}^T(t) \quad (11)$$

$$\mathbf{S}_{m_i}(t) = \mathbf{S}_{m_i}(\boldsymbol{\omega}_{m_i}) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{m_z} & \omega_{m_y} \\ \omega_{m_z} & 0 & -\omega_{m_x} \\ -\omega_{m_y} & \omega_{m_x} & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

该方法避免了矢量叉积和重复利用闭环运动链几何约束的运算,而求取旋转矩阵时间导数和旋转矩阵转置都比较容易,因此显著地减少了推导过程的运算量,特别适合含有闭环运动链的机器人微分运动学分析。例如,采用该方法,可直接得到第一个闭环运动链 L_1 中连杆 B_4 质心坐标系 m_4 的角速度表达式,即:

$$\mathbf{S}_{m_4}(t) = \dot{\mathbf{R}}_{m_4} \mathbf{R}_{m_4}^T(t) = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\theta}_1 & -\dot{\theta}_2 s_1 \\ \dot{\theta}_1 & 0 & -\dot{\theta}_2 s_1 \\ \dot{\theta}_2 c_1 & \dot{\theta}_2 s_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

通过对质心坐标系 m_4 原点的位置矢量,求取时间导数,得到线速度的表达式:

$$\dot{\mathbf{p}}_{m_4}(\mathbf{q}) = \mathbf{J}_{p_{m_4}}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (14)$$

经过上述分析可得搬运机器人的运动学方程和微分运动学方程,以及相关连杆质心坐标系的运动学方程和微分运动学方程。显然,由此可得出相关各连杆的动能和势能表达式,从而进一步获得拉格朗日公式的表达式。

4 机器人动力学模型

搬运机器人动力学方程的通式,即机器人的动力学模型为:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (15)$$

式中: \mathbf{q} —广义坐标, $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4] = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_5 \ \theta_{12}]^T$; $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ — 4×4 阶惯性矩阵; $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ — 4×4 阶离心力和科里奥利力矩阵; $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ —维数为4的重力矩矢量; $\boldsymbol{\tau}$ —关节广义力, $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_5 \ \tau_{12}]^T$ 。

式(15)中 $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ 的非零元素解析式分别为:

$$\begin{aligned} M_{11}(\mathbf{q}) = & m_{m_1} l_{m_1xy}^2 + s_{m_1}^2 I_{m_1xx} + c_{m_1}^2 I_{m_1yy} + I_{m_ezz} + \\ & I_{m_2xx} + m_{m_5} (c_5 l_{m_5} + \alpha_1)^2 + s_5^2 (I_{m_5xx} + I_{m_3xx}) + \\ & c_5^2 (I_{m_5yy} + I_{m_3yy}) + m_{m_2r} (\alpha_{m_2r} c_{2m_2r} + \alpha_2 c_2 + \alpha_1)^2 + \\ & m_{m_3} (\alpha_1 + \alpha_2 c_2 + c_5 l_{m_3})^2 + m_{m_4} (-\alpha_{m_4} c_{2m_4} + \\ & \alpha_5 c_5 + \alpha_1) + s_{2m_4}^2 I_{m_4xx} + c_{2m_4}^2 I_{m_4yy} + m_{m_e} (\alpha_{11} - \\ & \alpha_4 c_{24} + \alpha_5 c_5 + \alpha_1)^2 \end{aligned} \quad (16)$$

式中: m_{m_1} —腰座质量; m_{m_5} —大臂质量; m_{m_2r} —小臂驱动连杆和配重块的等效质量; m_{m_3} —小臂中间连杆质量; m_{m_4} —小臂质量; m_{m_e} —末端执行器和负载的等效质量; l_{m_1xy} —腰座质心距离, $l_{m_1xy} = \alpha_{m_1} c_{m_1} + \alpha_1$; l_{m_5} —大臂质心距离; l_{m_3} —小臂中间连杆质心距离; I_{m_1xx} —腰座绕 x 轴的转动惯量; I_{m_1yy} —腰座绕 y 轴的转动惯量; I_{m_ezz} —负载绕 z 轴的转动惯量; I_{m_2xx} —小臂驱动连杆和配重块绕 x 轴的转动惯量, $I_{m_2xx} = I_{m_2yy}$; I_{m_2yy} —小臂驱动连杆和配重块绕 y 轴的转动惯量; I_{m_3xx} —小臂中间连杆绕 x 轴的转动惯量; I_{m_3yy} —小臂中间连杆绕 y 轴的转动惯量; I_{m_4xx} —小臂绕 x 轴的转动惯量; I_{m_4yy} —小臂绕 y 轴的转动惯量。

$$M_{14}(\mathbf{q}) = -I_{m_ezz} \quad (17)$$

$$M_{22}(\mathbf{q}) = m_{m_2r} (\alpha_2^2 + \alpha_{m_2r}^2 + 2\alpha_2 \alpha_{m_2r} c_{m_2r}) + I_{m_2zz} + \alpha_2^2 m_{m_3} + \alpha_{m_4}^2 m_{m_4} + I_{m_4zz} + \alpha_4^2 m_{m_e} \quad (18)$$

$$M_{23}(\mathbf{q}) = a_2 l_{m_3} m_{m_3} c_{2-5} - \alpha_5 \alpha_{m_4} m_{m_4} c_{2-5} + m_{m_4} - \alpha_4 \alpha_5 m_{m_e} c_{2-5+4} \quad (19)$$

$$M_{32}(\mathbf{q}) = a_2 l_{m_3} m_{m_3} c_{2-5} - \alpha_{m_4} \alpha_5 m_{m_4} c_{2-5} + m_{m_4} - \alpha_4 \alpha_5 m_{m_e} c_{2-5+4} \quad (20)$$

$$M_{33}(\mathbf{q}) = (m_{m_5} l_{m_5}^2 + I_{m_5zz}) + (l_{m_3}^2 m_{m_3} + I_{m_3zz}) + \alpha_5^2 m_{m_4} + a_5^2 m_{m_e} \quad (21)$$

$$M_{41}(\mathbf{q}) = -I_{m_{zz}} \quad (22)$$

$$M_{44}(\mathbf{q}) = -I_{m_{zz}} \quad (23)$$

式(15)中, $\mathbf{C}(\mathbf{q})$ 的非零元素解析式分别为:

$$C_{11}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = -\dot{\theta}_2 m_{m_2'} (\alpha_{m_2'} c_{2m_2'} + \alpha_2 c_2 + \alpha_1) (\alpha_{m_2'} s_{2m_2'} + \alpha_2 s_2) - \dot{\theta}_2 m_{m_3} \alpha_2 s_2 (\alpha_1 + \alpha_2 c_2 + c_5 l_{m_3}) + \dot{\theta}_2 m_{m_4} \alpha_{m_4} s_{2m_4} (-\alpha_{m_4} c_{2m_4} + \alpha_5 c_5 + \alpha_1) + \dot{\theta}_2 s_{2m_4} c_{2m_4} I_{m_{4xx}} - \dot{\theta}_2 c_{2m_4} s_{2m_4} I_{m_{4yy}} + \dot{\theta}_2 m_{m_e} \alpha_4 s_{m_4} (\alpha_{11} - \alpha_4 c_{24} + \alpha_5 c_5 + \alpha_1) - \dot{\theta}_5 m_{m_5} l_{m_5} s_5 (c_5 l_{m_5} + \alpha_1) + \dot{\theta}_5 s_5 c_5 (I_{m_{5yy}} + I_{m_{3xx}}) - \dot{\theta}_5 c_5 s_5 (I_{m_{5yy}} + I_{m_{3yy}}) - \dot{\theta}_5 m_{m_3} l_{m_3} s_5 (\alpha_1 + \alpha_2 c_2 + c_5 l_{m_3}) - \dot{\theta}_5 m_{m_4} \alpha_5 s_5 (-\alpha_{m_4} c_{2m_4} + \alpha_5 c_5 + \alpha_1) - \dot{\theta}_5 m_{m_e} \alpha_5 s_5 (\alpha_{11} - \alpha_4 c_{24} + \alpha_5 c_5 + \alpha_1) \quad (24)$$

$$C_{12}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = -\dot{\theta}_1 m_{m_2'} (\alpha_{m_2'} c_{m_2'} \alpha_2 c_2 + \alpha_1) (\alpha_{m_2'} s_{2m_2'} + \alpha_2 s_2) - \dot{\theta}_1 m_{m_3} \alpha_2 s_2 (\alpha_1 + \alpha_2 c_2 + c_5 l_{m_3}) + \dot{\theta}_1 m_{m_4} \alpha_{m_4} s_{2m_4} (-\alpha_{m_4} c_{2m_4} + \alpha_5 c_5 + \alpha_1) + \dot{\theta}_1 s_{2m_4} c_{2m_4} I_{m_{4xx}} - \dot{\theta}_1 c_{2m_4} s_{2m_4} I_{m_{4yy}} + \dot{\theta}_1 m_{m_e} \alpha_4 s_{24} (\alpha_{11} - \alpha_4 c_{24} + \alpha_5 c_5 + \alpha_1) \quad (25)$$

$$C_{13}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = -\dot{\theta}_1 m_{m_5} l_{m_5} s_5 (c_5 l_{m_5} + a_1) + \dot{\theta}_1 s_5 c_5 (I_{m_{5xx}} + I_{m_{3xx}}) - \dot{\theta}_1 c_5 s_5 (I_{m_{5yy}} + I_{m_{3yy}}) - \dot{\theta}_1 m_{m_3} l_{m_3} s_5 (a_1 + a_2 c_2 + c_5 l_{m_3}) - \dot{\theta}_1 m_{m_4} a_5 s_5 (-\alpha_{m_4} c_{2m_4} + a_5 c_5 + a_1) - \dot{\theta}_1 m_{m_e} a_5 s_5 (a_{11} - \alpha_4 c_{24} + a_5 c_5 + a_1) \quad (26)$$

$$C_{21}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \dot{\theta}_1 m_{m_2'} (a_{m_2'} c_{2m_2'} + a_2 c_2 + a_1) (a_{m_2'} s_{2m_2'} + a_2 s_2) + \dot{\theta}_1 m_{m_3} a_2 s_2 (a_1 + a_2 c_2 + c_5 l_{m_3}) - \dot{\theta}_1 m_{m_4} a_{m_4} s_{2m_4} (-\alpha_{m_4} c_{2m_4} + a_5 c_5 + a_1) - \dot{\theta}_1 s_{2m_4} c_{2m_4} I_{m_{4xx}} + \dot{\theta}_1 c_{2m_4} s_{2m_4} I_{m_{4yy}} - \dot{\theta}_1 m_{m_e} a_4 s_{24} (a_{11} - \alpha_4 c_{24} + a_5 c_5 + a_1) \quad (27)$$

$$C_{23}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \dot{\theta}_5 a_2 l_{m_3} m_{m_3} s_{2-5} - \dot{\theta}_5 a_5 a_{m_4} m_{m_4} s_{2-5+m_4} - \dot{\theta}_5 a_4 a_5 m_{m_e} s_{2-5+4} \quad (28)$$

$$C_{31}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \dot{\theta}_1 m_{m_5} l_{m_5} s_5 (c_5 l_{m_5} + a_1) - \dot{\theta}_1 s_5 c_5 (I_{m_{5xx}} + I_{m_{3xx}}) + \dot{\theta}_1 c_5 s_5 (I_{m_{5yy}} + I_{m_{3yy}}) + \dot{\theta}_1 m_{m_3} l_{m_3} s_5 (a_1 + a_2 c_2 + c_5 l_{m_3}) + \dot{\theta}_1 m_{m_4} a_5 s_5 (-\alpha_{m_4} c_{2m_4} + a_5 c_5 + a_1) + \dot{\theta}_1 m_{m_e} a_5 s_5 (a_{11} - \alpha_4 c_{24} + a_5 c_5 + a_1) \quad (29)$$

$$C_{32}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = -\dot{\theta}_2 a_2 l_{m_3} m_{m_3} s_{2-5} + \dot{\theta}_2 a_5 a_{m_4} m_{m_4} s_{2-5+m_4} + \dot{\theta}_2 a_4 a_5 m_{m_e} s_{2-5+4} \quad (30)$$

式(15)中, $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ 的非零元素解析式分别为:

$$g_2(\mathbf{q}) = m_{m_2'} g (a_{m_2'} c_{2m_2'} + a_2 c_2) + m_{m_3} g a_2 c_2 - m_{m_4} g a_{m_4} c_{2m_4} - m_{m_e} g a_4 c_{24} \quad (31)$$

式中: g —重力加速度。

$$g_3(\mathbf{q}) = m_{m_5} g l_{m_5} c_5 + m_{m_3} g l_{m_3} c_5 + m_{m_4} g a_5 c_5 + m_{m_e} g a_5 c_5 + k a_5 a_{1'} (1 - d_{7(0)} (a_{5'}^2 + a_{1'}^2 - 2 a_5 a_{1'} \cos(\theta_5 + \varphi - \theta_{1'}))^{-\frac{1}{2}}) \sin(\theta_5 + \varphi - \theta_{1'}) \quad (32)$$

式中: k —大臂平衡装置弹簧刚度系数; $d_{7(0)}$ —大臂平

衡装置弹簧初始位置; φ —关节 J_{13} 机械结构位置角度; $\theta_{1'}$ —关节 J_6 机械结构位置角度。

下面笔者采用 Matlab/Simulink 对搬运机器人动力学模型的正确性进行仿真实验。

5 动力学模型正确性仿真实验

PID 控制策略是广泛应用的一种机器人控制方法,大量实践证明其在许多场合中能够实现机器人的位置控制目标。针对动力学模型正确性验证问题,为保证仿真控制算法与机器人控制器相一致,并避免更改机器人控制器所带来的困难,此处选用 PID 控制器算法仿真实验所得动力学模型的正确性。

下面给出对 PID 控制器进行增益调整时,所需的搬运机器人动力学模型性质参数,及仿真实验动力学模型正确性的过程及结果。

在位置控制的期望位置输入 \mathbf{q}_d 选定为常值角度,即:

$$\mathbf{q}_d = [\theta_{1d} \quad \theta_{2d} \quad \theta_{5d} \quad \theta_{12d}]^T = [60^\circ \quad 110^\circ \quad 80^\circ \quad 90^\circ]^T \quad (33)$$

将位置控制的初始位置 $\mathbf{q}(0)$ 选定为常值角度,即:

$$\mathbf{q}(0) = [\theta_1(0) \quad \theta_2(0) \quad \theta_5(0) \quad \theta_{12}(0)]^T = [0^\circ \quad 80^\circ \quad 55^\circ \quad 0^\circ]^T \quad (34)$$

文献[1]指出,PID 控制器的增益矩阵 \mathbf{K}_p , \mathbf{K}_v 和 \mathbf{K}_i 需要满足下述不等式条件,即:

$$\lambda_{\max} \{ \mathbf{K}_i \} \geq \lambda_{\min} \{ \mathbf{K}_i \} > 0 \quad (35)$$

$$\lambda_{\max} \{ \mathbf{K}_p \} \geq \lambda_{\min} \{ \mathbf{K}_p \} > k_g \quad (36)$$

$$\lambda_{\max} \{ \mathbf{K}_v \} \geq \lambda_{\min} \{ \mathbf{K}_v \} > \frac{\lambda_{\max} \{ \mathbf{K}_i \}}{\lambda_{\min} \{ \mathbf{K}_p \} - k_g} \cdot \frac{\lambda_{\max}^2 \{ \mathbf{M}(\mathbf{q}) \}}{\lambda_{\min} \{ \mathbf{M}(\mathbf{q}) \}} \quad (37)$$

基于所得动力学模型,以机器人主动关节角位置运动范围为约束条件,模型性质参数 $\lambda_{\min} \{ \mathbf{M}(\mathbf{q}) \}$, $\lambda_{\max} \{ \mathbf{M}(\mathbf{q}) \}$ 和 k_g 的提取结果为: $\lambda_{\min} \{ \mathbf{M}(\mathbf{q}) \} = 19 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; $\lambda_{\max} \{ \mathbf{M}(\mathbf{q}) \} = 36 \ 315 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; $k_g = 43 \ 850 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$ 。

根据上述 3 个性质参数和式(35 ~ 37),确定 PID 控制器的增益矩阵,初步选择 $\mathbf{K}_{p0} = \text{diag}\{5\} \text{ N} \cdot \text{m}/\text{s}$, $\mathbf{K}_{v0} = \text{diag}\{43 \ 900\} \text{ N} \cdot \text{m}$,由式(37) 计算可得 $\mathbf{K}_{i0} = \text{diag}\{4 \ 499 \ 626. \ 69\} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$ 。

基于所得动力学模型解析式,本文采用 Matlab/Simulink 编写仿真程序和 PID 控制器算法,进行位置控制仿真。对初步仿真所得关节位置曲线进行分析,发现在上述公式确定的增益基础上需进一步调整 PID 控制器的增益。为减小系统稳态输出的误差,可增大 \mathbf{K}_i 的值,选定 $\mathbf{K}_i = \text{diag}\{500\} \text{ N} \cdot \text{m}/\text{s}$,则 $\lambda_{\max} \{ \mathbf{K}_i \} = 500 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{s}$; 对上面初步确定的 \mathbf{K}_{p0} 乘以放大系数

$k_{K_p} = 25$, 计算得 $K_p = \text{diag}\{1\ 097\ 500\} \text{ N} \cdot \text{m}$, 则 $\lambda_{\min}\{K_p\} = 1\ 097\ 500 \text{ N} \cdot \text{m}$; 由式(37) 再次计算, 得 K_{v1} , 结果为 $\lambda_{\min}\{K_{v1}\} > 21\ 352.57 \text{ N/m} \cdot \text{s}$ 。依据该结果, 暂定 $K_{v1} = \text{diag}\{21\ 355\} \text{ N/m} \cdot \text{s}$, 再次运行仿真程序, 并对所得关节位置曲线进行分析, 发现还需增加增益 K_{v1} 的值。将 $K_{v1} = \text{diag}\{21\ 355\} \text{ N/m} \cdot \text{s}$ 乘以放大系数 $k_{K_v} = 10$, 最终算得 $K_v = \text{diag}\{213\ 550\} \text{ N/m} \cdot \text{s}$ 。根据所选定的增益 (即 K_i 、 K_p 和 K_v) 进行仿真。

搬运机器人主动关节位置曲线如图 3 所示。

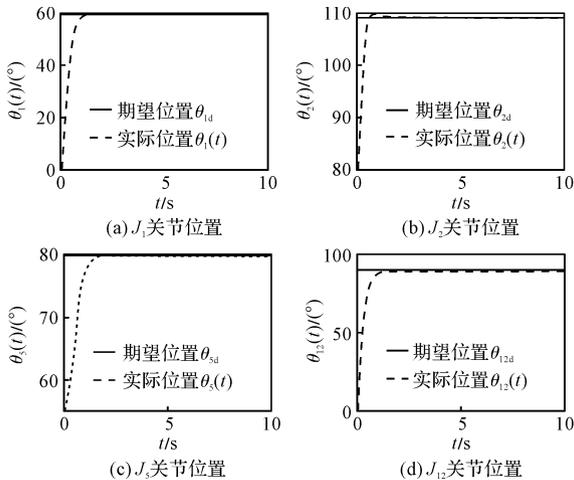


图 3 搬运机器人主动关节位置曲线

图 3 的位置曲线表明: 主动关节位置由初始位置快速趋向期望位置, 最后与期望位置重合, 说明在所得动力学模型基础上, 采用 PID 控制器算法能够实现位置控制目标。

搬运机器人主动关节转矩曲线如图 4 所示。

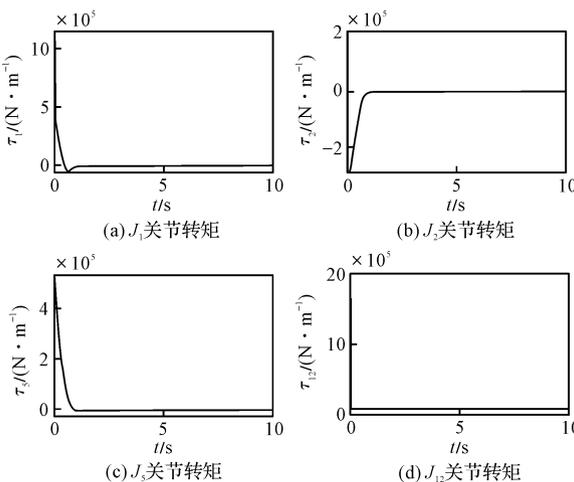


图 4 搬运机器人主动关节转矩曲线

图 4 中的主动关节转矩曲线表明: 关节转矩在初始时刻的输出值很大, 原因是式(33) 表达的期望位置输入为阶跃信号, 在初始时刻还包含着一个脉冲信号。

6 仿真验证结果分析

上述动力学模型正确性仿真验证涉及的 PID 控制器增益选择及调整, 是基于所提取的机器人动力学模型性质参数进行的, 式(36,37) 表达了 PID 增益与动力学模型性质参数间的约束关系, 利用该约束关系能有效指导 PID 增益的选择以实现位置控制目标。采用主动关节位置曲线, 而不是相应误差曲线来表明仿真结果, 是因为前者能更直观地观察关节位置的变化过程和趋势, 以判断关节位置输出是否符合在阶跃输入下的一般规律。

搬运机器人主动关节转矩曲线显示了动力学模型中, 主动关节转矩变化与主动关节位置曲线的对应关系, 曲线变化符合机器人关节空间动力学一般规律, 表明所得动力学模型是正确的。

7 结束语

本文对一种含闭环运动链的四自由度搬运机器人进行了动力学建模, 采用了斜对称矩阵法简化了微分运动学分析过程, 采用拉格朗日法得到了动力学模型解析式; 通过 Matlab/Simulink 对所得机器人动力学模型进行了 PID 位置控制仿真, 仿真结果表明: 所得动力学模型是正确的, 为后续模型实验验证提供了参照曲线, 也为基于模型的机器人控制提供了模型基础。

由于所得动力学模型是在机器人连杆被视作理想刚体这一假设条件下推导出的, 下一步工作需要通过实验验证模型的正确性, 分析机器人关节中存在的弹性变形、摩擦和间隙等因素对动力学特性的影响程度, 并将显著影响因素纳入到动力学模型中, 使所得动力学模型能够更真实地反映机器人的动力学特性。

参考文献 (References):

[1] KELLY R. Control of robot manipulators in joint space[M]. London: Springer, 2005.
 [2] FEATHERSTONE R. Robot dynamics algorithms[J]. University of Edinburgh, 1984(25):785-786.

(下转第 1038 页)

本文引用格式:

张 进, 袁 超, 郭 娟. 含闭环运动链的四自由度搬运机器人动力学建模及验证研究[J]. 机电工程, 2019, 36(10):1027-1032, 1038.

ZHANG Jin, YUN Chao, GUO Juan. Dynamic modeling and verification of a 4-DOF handling robot with closed-loop kinematic chains[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2019, 36(10):1027-1032, 1038.
 《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>