

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2019.10.002

计入轴线偏差的斜齿轮副齿面磨损分析*

肖鹏程

(福州大学 机械工程及自动化学院, 福建 福州 350112)

摘要:针对齿轮轴线偏差会加剧齿面磨损的问题,提出了一种综合了数值仿真和有限元的方法,对齿面磨损进行了仿真分析。以单对斜齿轮副为研究对象,基于 Archard 磨损公式,建立了计入轴线偏差的齿面磨损深度解析模型;在此基础上,分析了轮齿螺旋角修形、渐开线鼓形修形对齿面最大磨损深度的影响,并据此制定了减缓齿面磨损的轮齿综合修形策略。研究表明:同一工况下,斜齿轮垂直平面轴线偏差比水平轴线偏差对齿面磨损的影响更为显著;采用渐开线鼓形修形与螺旋角修形的综合修形方式可降低齿轮轴线偏差对齿面磨损的影响;该研究结果可为减缓齿面磨损过程制定出合适的修形策略。

关键词:斜齿轮;齿面磨损;轴线偏差;螺旋角修形;鼓形修形

中图分类号:TH132.4;TH117.1

文献标识码:A

文章编号:1001-4551(2019)10-1013-07

Analysis of tooth surface wear in a helical gear pair with axis misalignment

XIAO Peng-cheng

(School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350112, China)

Abstract: Aiming at the problem that axis misalignment aggravates tooth surface wear, a method to formulate tooth surface wear was proposed by combining finite element method and numerical simulation method. Taking a single helical gear pair as the research object, an analytical model of depth of surface wear with axis misalignment was established based on the Archard's wear formula. On this basis, the influence of the helical angle modification and crowned modification on the maximum depth of surface wear was analyzed, and the comprehensive tooth modification strategy for mitigating tooth surface wear was developed accordingly. The results show that the vertical plane axis misalignment of the helical gear is more significant than the horizontal axis misalignment on tooth surface wear with the same working condition. The comprehensive modification method of involute crowned modification and helical angle modification can reduce the influence of gear axis misalignment on tooth surface wear. The results of the above research are expected to make a suitable strategy to reduce the process of tooth surface wear.

Key words: helical gear; tooth surface wear; axis misalignment; helical angle modification; crowned modification

0 引 言

齿面磨损会逐步改变齿面微观形貌,使得齿轮系统产生剧烈振动和噪声,可能诱发齿轮失效^[1-2]。近年来,学术界和工业界均深入探究了齿轮磨损问题,但因磨损机理的复杂性,尚未形成一套公认的齿面磨损仿真分析方法。围绕这一问题,学术界相继提出了几种磨损预测模型。其中,Archard 磨损预测

模型的应用最为广泛^[3-5]。基于这一模型,FLODIN A 等^[6-7]结合 Winkler 模型,建立了直齿轮和斜齿轮的齿面磨损预测模型;BAJPAI P 和 KAHRAMAN A 等^[8-9]结合边界元法,提出了一种平行轴直/斜齿轮副的齿面磨损预测方法,研究了轮齿修形和制造误差对齿面磨损的影响,并进行了相关实验研究;PARK D 和 KAHRAMAN A 等^[10]采用这一磨损预测方法引用分析了准双曲面齿轮磨损,由于准双曲面

收稿日期:2019-01-23

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51375013)

作者简介:肖鹏程(1991-),男,福建漳州人,硕士研究生,主要从事齿轮修形与齿轮磨损方面的研究。E-mail:728913369@qq.com

齿轮齿廓更加复杂,在进行齿面上单点磨损深度的积分计算时,需用坐标变换方法计算齿面间的相对滑动距离;为减少计算时间,PARK D 等^[11]使用修正的半解析接触模型计算了轮齿之间的接触压力。

实际应用中的齿轮还不可避免地存在制造、安装误差,这是引起轴线偏差的主要误差源之一。而针对齿面磨损,特别是计入齿轮轴线偏差的负面效应后,为改善齿轮啮合质量,可通过齿面微观修形来改善载荷状态,提升啮合品质,延缓磨损速率。WU Y J 等^[12]基于有限元接触模型,提出了斜齿轮在静态分析下的轮齿修形,实验证明了修形可以降低齿轮传动的噪声;SIGG H^[13]和 MARUYAMA N^[14]分别通过齿廓修形与螺旋角修形和鼓形修形,降低了齿面载荷分布均匀和齿轮传动误差;文献[15-16]揭示了轴线偏差对齿轮啮合影响显著;HOTAIT M^[17]从载荷分布及弯曲应力的层面验证了齿面修形和轴线偏差之间的相互联系。

本文将以斜齿轮副为研究对象,建立理想工况的准静态齿面磨损预测模型、计入轮廓变化和轴线偏差的斜齿轮模型,并结合 Archard 磨损模型,进行齿面磨损数值仿真,研究轴线偏差的大小和方向对磨损的影响。

1 斜齿轮副准静态磨损模型

1.1 磨损计算

在传统接触式齿轮传动系统中,齿面磨损失效是不可避免的现象。本文将通过将整个齿面进行离散化处理,将齿轮传动过程中的接触齿面划分为若干接触点对,对单点的磨损量进行计算,从而得到整个齿面的磨损量分布。接触齿面上单点磨损量可用 Archard 磨损公式来计算,如下式所示:

$$h = \int_0^s kPds \quad (1)$$

式中: h —齿面磨损深度, μm ; P —齿面接触压力, Nm ; k —齿轮磨损率; s —接触点的相对滑动距离, m 。

在压力升级范围内,忽略齿廓的变化,利用有限元计算所得相同压力 P ,根据式(1)计算磨损深度,每次所得的值与阈值比较,重复以上磨损循环,直到所得磨损深度超过阈值,就计入齿廓变化,使得齿面压力改变。此时,根据接触齿面磨损量分布情况对传动齿轮的接触齿面进行重构,并对接触分析参数进行重新预设,可得出齿轮接触齿面重构后的接触压力 P ,在此之前叠加每次所得的磨损深度,让其和最大磨损深度进行比较,只有在允许的最大磨损深度范围内才可进行齿廓变化,直至磨损量达到某一预设的最大阈值。重复上

述齿面磨损量计算以及接触齿廓重构过程,直至接触齿面上某一点的磨损量达到许用磨损阈值,记录接触面上各离散点的累积磨损量,并给出接触齿面的磨损量分布。

1.2 磨损率 k

由于齿轮接触复杂,磨损率一般由实验或回归统计获取。据统计分析,齿轮磨损率的回归公式如下式所示^[18]:

$$k = \frac{3.981 \times 10^{29}}{E'} L^{1.219} G^{-7.377} S^{1.589} \quad (2)$$

式中: L —无量纲载荷(体现了磨损计算进程中的载荷对磨损速率的影响); G —无量纲润滑压力; 3.981×10^{29} —粘度系数(主要体现齿轮磨损过程中的润滑条件); S —无量纲复合粗糙度(主要体现齿轮接触面的粗糙度); E' —等效弹性模量(体现了齿轮材料对齿面接触磨损的影响)。

相关参数的计算如下式所示:

$$L = \frac{W'}{E'R'}, G = \alpha E', S = \frac{R_\alpha^c}{R', E'} = \frac{1 - v_1^2}{2E_1} + \frac{1 - v_2^2}{2E_2} \quad (3)$$

式中: W' —单位接触线长度载荷, N/m ; R' —齿轮副的等效半径, m ; α —压力粘度系数; R_α^c —复合粗糙度; E_1, E_2 —接触表面的材料弹性模量; v_1, v_2 —泊松比。

其中,相关参数为:

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \frac{\eta}{\eta_0} = e^{\sigma}, R_\alpha^c = \sqrt{R_{\alpha 1} + R_{\alpha 2}} \quad (4)$$

式中: R_1, R_2 —两表面接触点处的曲率, m ; $R_{\alpha 1}, R_{\alpha 2}$ —两表面的粗糙度, μm ; η —润滑油的动力粘度; η_0 —润滑油在环境压力下的动力粘度。

1.3 接触压力

本文通过 ANSYS 软件建立齿轮副啮合模型,进而得到啮合轮齿的接触压力。

齿轮副的接触有限元模型如图 1 所示。

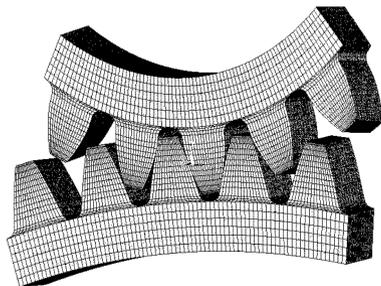


图 1 接触有限元模型

图 1 的有限元模型中,啮合轮齿接触齿面的离散点处的接触压力可由有限元模型中网格节点单元的平

均压力表征。当固定网格节点位于任一接触网格单元中时,则该节点的压力为接触网格单元的平均压力。而在某些旋转位置,如果网格节点不在任何接触网格单元内时,其压力即为 0。

1.4 滑动距离

通过两接触点之间的相对滑动速度对时间求积分,可获得两点之间的相对滑动距离。在一个磨损循环中,计算齿轮 p 接触齿面上的某点 ij 和齿轮 g 接触齿面上的对应接触点 uv 的相对滑动距离,计算公式如下所示:

$$(s_{ij}^q)_\zeta^p = \int_{t_i^p}^{t_o^p} v(t) dt = \int_{t_i^p}^{t_o^p} |v_{ij}(t) - v_{uv}(t)| dt \quad (5)$$

$$(s_{uv}^q)_\zeta^g = \int_{t_i^g}^{t_o^g} v(t) dt = \int_{t_i^g}^{t_o^g} |v_{ij}(t) - v_{uv}(t)| dt \quad (6)$$

式中: $v(t)$ —两点之间的相对滑动速度, m/s; $v_{ij}(t)$, $v_{uv}(t)$ —两节点沿齿廓线切线方向上的速度; t_i^p, t_o^p —两点进入接触区域的时刻, s; t_i^g, t_o^g —两点离开接触区域的时刻, s。

1.5 磨损深度计算

根据前面分析,已经获得齿面磨损的磨损率、平均压力和相对滑动位移,接触齿面离散网格节点 ij 在一个磨损循环过程中产生的磨损深度可用式(1)进行计算。若第 q 次齿廓更新后齿面上任一点最大磨损深度达到预设磨损量阈值,则需进行齿廓重构,并将其输入到接触模型中,重新获得新的压力分布。反复进行这样的循环,直到两接触齿面上任一点磨损深度达到最大允许磨损临界值。

接触面上离散点 ij 在第 ζ 次磨损循环中,磨损深度的计算如下式所示:

$$(\Delta h_{ij}^q)_\zeta^{p,g} = k(\bar{p}_{ij}^q)_\zeta^{p,g} (s_{ij}^q)_\zeta^{p,g} \quad (7)$$

式中: $(\bar{p}_{ij}^q)_\zeta^{p,g}$ —节点 ij 在一个磨损循环过程中的平均压力; $(s_{ij}^q)_\zeta^{p,g}$ —节点 ij 在一个磨损循环中的相对滑动距离。

连续应用公式(7) ζ^q 次,直至第 q 次齿廓重构后接触齿面上最大累积磨损深度达 ε^q ,则第 q 次齿廓重构后 ij 点累积的磨损深度的计算式为:

$$(h_{ij}^q)^{p,g} = \zeta^q (\Delta h_{ij}^q)_\zeta^{p,g} \quad (8)$$

其中,磨损循环数 ζ^q 的计算如下所示:

$$\zeta^q = \frac{\varepsilon^q}{\max\{(\Delta h_{ij}^q)_\zeta^p, (\Delta h_{ij}^q)_\zeta^g\}} \quad (9)$$

重复上述齿面磨损计算过程,直至接触面上任一点累积磨损量达到预设阈值 ε' 。此时,齿面接触点 ij 的累积磨损深度的计算如下式所示:

$$h_{ij}^{p,g} = \sum_{q=1}^Q (h_{ij}^q)^{p,g} \quad (10)$$

式中:Q—齿廓重构次数, $q = 0, 1, 2, \dots, Q$ 。

当齿廓磨损量达到最大齿面许用磨损量时,总的磨损循环次数的计算公式如下式所示:

$$\zeta' = \sum_{q=1}^Q \zeta^q \quad (11)$$

2 轴线平行度定义

轴线偏差 $f_{\Sigma\beta}$ 是由于齿轮支撑轴颈、轴承、支撑基体等变形引起的,会极大地改变齿面载荷分布状况,也会影响磨损。轴线偏差包括中心距偏差和轴线平行度偏差,其中中心距偏差对磨损的影响不大。本文没有考虑中心距偏差,主要研究轴线平行度偏差对斜齿轮齿面磨损的影响,因轴线平行度偏差与其向量方向相关,在磨损分析时应综合考虑齿轮的螺旋角方向和轴线偏差方向。

齿轮副轴线平行度偏差可分为两类:直平面偏差 f_β 和轴线平面偏差 f_δ 。其中,垂直平面上的偏差是在轴线公共平面相垂直的交错平面上测量的,轴线平面偏差在公共平面上测量。

根据以上定义,齿轮副轴线平行度偏差如图 2 所示。

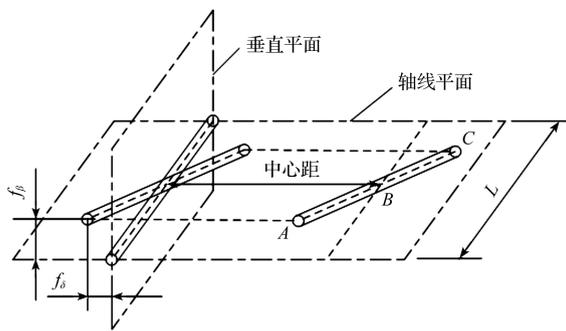


图 2 齿轮轴线偏差

由图 2 可知:大多数情况下,同时存在垂直平面上的偏差和轴线平面内的偏差。因此,本文将轴线偏差计入图 1 所示的有限元模型中进行接触分析,再进行齿面磨损仿真。

3 数值仿真

3.1 算例参数

斜齿轮副的基本参数如表 1 所示。

表 1 齿轮基本参数

基本参数	主齿轮 p	从齿轮 g
齿轮材料	45 钢	45 钢
齿轮旋向	右	左
密度 $\rho / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	7 800	7 800
粗糙度 $ / \mu\text{m}$	0.6	0.6
齿数 z	25	75
模数 m / mm	6.0	6.0
压力角 α_n / deg	20	20
螺旋角 β_n / deg	5	5
变位系数 $ / \text{mm}$	-0.030 4	0.030 4
齿宽 F / mm	44	43
输入扭矩 $T_p / (\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	3 360	
磨损率 $k / (\text{m}^2 \cdot \text{N}^{-1})$	1×10^{-18}	

本文以表 1 所示的斜齿轮副为例,分析轴线平行度偏差及修形对齿面磨损的影响规律。设置齿廓重构阈值为齿面最大磨损量达到 $2 \mu\text{m}$ 。

3.2 不考虑轴线偏差的齿面磨损

不考虑轴线偏差时,主/从动轮的磨损深度如图 3 所示。

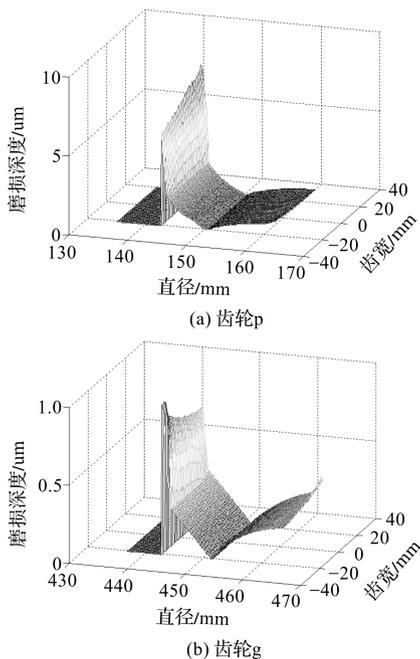


图 3 不考虑轴线偏差的齿面磨损

由图 3 可知:齿轮的齿面磨损沿齿宽方向分布不均匀,主、从动轮在齿根附近的磨损深度最大,而在节点处齿轮间没有相对滑动距离,此处的磨损深度有最小值,齿轮的最大磨损都位于接触区域的齿根处。由此可见,从齿根到节圆的过程中,磨损的程度处于减小的趋势,从节圆到齿顶,磨损量逐渐增大;小齿轮的磨损程度大于大齿轮,主要由于小齿轮的循环次数为大齿轮的 3 倍。

上述仿真结果与前人的磨损研究,以及工程应用中的齿轮磨损失效现象吻合,验证了静态磨损模型的正确性。

3.3 轴线平行度偏差的影响

轴线平行度偏差会增加齿轮副之间啮合错位,从而改变齿面间的载荷分布。为了研究垂直平面偏差和轴线平面偏差对磨损的综合作用,本研究选取 $f_\beta = 5 \mu\text{m}$, $f_s = 20 \mu\text{m}$,分析轴线平行度偏差对齿面磨损的影响。

齿面磨损分布如图 4 所示。

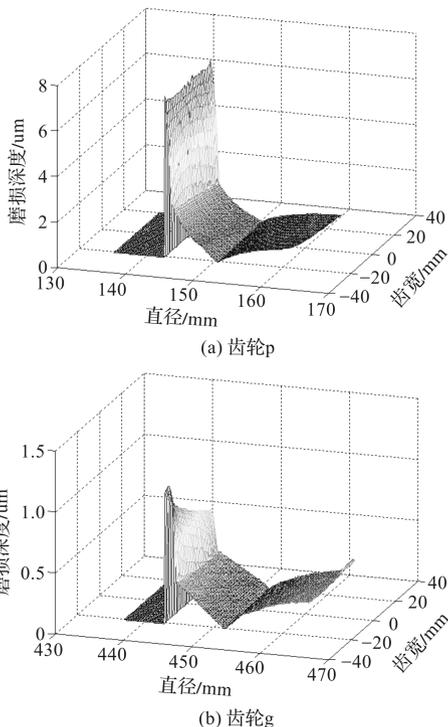


图 4 考虑轴线平行度偏差的齿面磨损

通过比较图(3,4)可知:引入轴线偏差后,齿轮 p 的沿齿宽方向上磨损分布更加均匀。此时,最大磨损深度为 $7.16 \mu\text{m}$,比不考虑轴线偏差的最大磨损量下降了 10.5%。虽然齿轮 g 的最大磨损量增加了 13.6%,但最大值相对最小值只有 $1.14 \mu\text{m}$ 。可见合适的轴线平行度偏差加剧了齿轮磨损的同时,减小了另一个齿轮的磨损量,整体的磨损程度变化不大。

由此可知:合适的轴线平行度偏差可以抵消一部分磨损分布沿齿宽方向的不均匀性,且使齿面磨损量略微下降。

轴线平行度偏差对齿面最大磨损的影响如图 5 所示。

由图 5 可知:一定范围内,随着垂直平面偏差和轴线平面偏差的增大,齿轮 p 的最大磨损减小,齿轮 g 的磨损增大。换言之,适当的轴线平行度偏差,可以改善

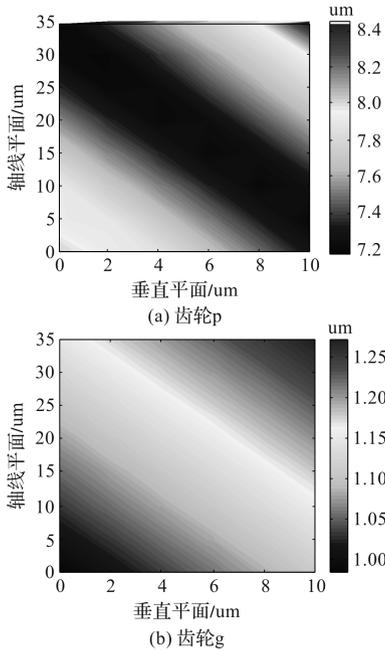


图 5 轴线平行度偏差对齿面最大磨损的影响

齿面载荷分布,进而减缓齿面磨损。但是,过度的轴线偏差会同时增大齿轮 p 和齿轮 g 的齿面量。在相同的磨损程度情况下,轴线平面偏差的改变量相对于垂直平面更大,垂直平面偏差的齿面磨损量,将比同样大小的轴线平面偏差下的齿面磨损量大 2 ~ 3 倍。

3.4 轴线平行度偏差情况下的综合修形

根据上述的分析,适当轴线平行度偏差能改善齿面磨损状况,过度的轴线平行度偏差会加剧齿面磨损。在工程实践中,不可避免地存在不同的制造、安装误差,针对轴线偏差会加剧磨损进程,采用轮齿微观修形改善齿面载荷分布,可减缓齿面磨损。

由于斜齿轮接触线是倾斜的,齿廓和齿向修形存在干涉,单一齿轮修形难以减少磨损状况,而复合修形既能改善轮齿接触线上的载荷分布,又可以使齿轮两端载荷分布均匀,改善齿轮啮合特性,提高承载能力,最大程度上减少磨损^[19-21]。

本文采用螺旋角修形 H 和渐开线鼓形修形 L 综合修形。根据齿轮在齿根和齿顶处的最大磨损量,选取合适的综合修形参数。为了确定合适的修形参数,先分析螺旋角修形。参照上文表 1 参数,分析不同螺旋角修形方案对齿面最大磨损深度的影响,分析结果如图 6 所示。

由图 6 可知:齿轮 p 和齿轮 g 的修形量存在一定的关系,参数 H_p 和 H_g 分别为齿轮 p 和齿轮 g 的螺旋角修形量。在 $H_p + H_g = T$ (常数) 时,齿轮 p 的最大磨损深度较小,此时,相对齿轮 p,齿轮 g 的磨损深度整体上受修形量的影响较小。故取 $T = [20, 25]$ 。为了便于后续

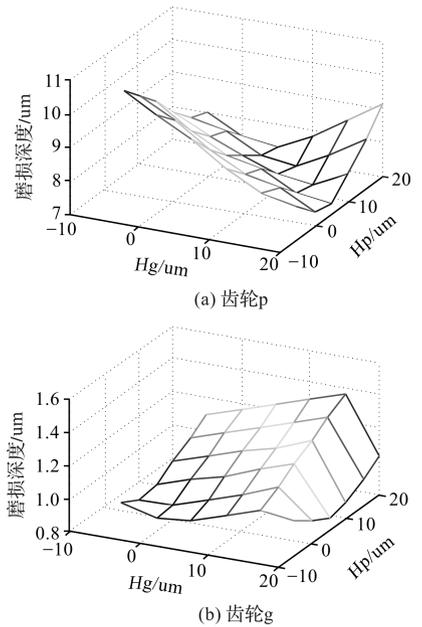


图 6 螺旋角修形下的齿面磨损

分析,选取 $H_p = 12 \mu\text{m}$ 和 $H_g = 12 \mu\text{m}$ 。在此基础上,进一步探究渐开线鼓形对齿面磨损的影响,从而获取合适的渐开线鼓形修形量。

为分析鼓形修形对齿面磨损的影响,本文计算采用鼓形修形量时的齿轮 p 和齿轮 g 的最大磨损量,其计算结果如图 7 所示。

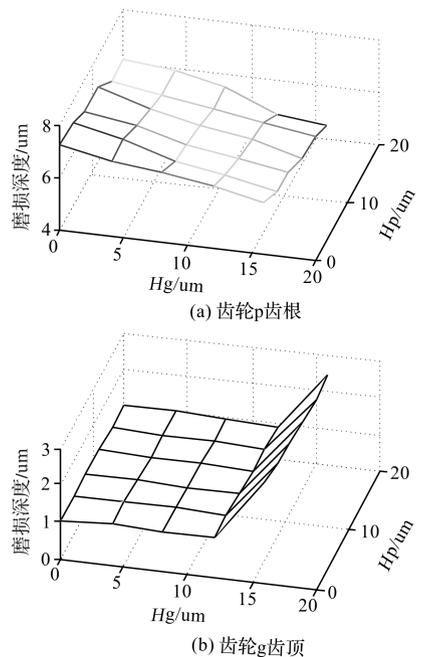


图 7 鼓形修形对齿面最大磨损的影响

由图 7 可知:随着 L_p 在 $0 \sim 20 \mu\text{m}$ 之间变化,齿轮 p 齿根处的磨损量变化显著,而齿顶处磨损量变化很小;当 L_p 超过 $20 \mu\text{m}$ 时,齿轮 p 的渐开线鼓形可以忽略不计,齿轮 p 的修形量为 $12 \mu\text{m}$ 。随着 L_g 在 $0 \sim 20 \mu\text{m}$ 之间变化,齿轮 p 齿根处的磨损量单调减小, L_g 在 $0 \sim$

12 μm 时, 齿轮 p 在齿顶处的磨损量变化很小, 但修形量超过 12 μm, 对应的磨损量急剧上升。

根据以上分析可知, 当最优的修形量是在 $H_p = 12 \mu\text{m}$ 和 $H_g = 12 \mu\text{m}$ 时, $L_p = 20 \mu\text{m}$ 和 $L_g = 12 \mu\text{m}$, 齿轮副的齿面磨损程度最小。从图(6,7) 中容易看出, 修形可以明显减小齿轮的最大磨损。当 $L_p = 20 \mu\text{m}$, $L_g = 12 \mu\text{m}$ 时, 最大磨损深度从 9.44 μm 降到了 4.77 μm。

为了验证这种综合修形的有效性, 说明轴线平行度偏差 $f_{\beta} = -5 \mu\text{m}$ 和 $f_{\delta} = -20 \mu\text{m}$ 时, 齿轮 p 和 g 的齿面磨损量, 综合形后的齿面磨损分布规律如图 8 所示。

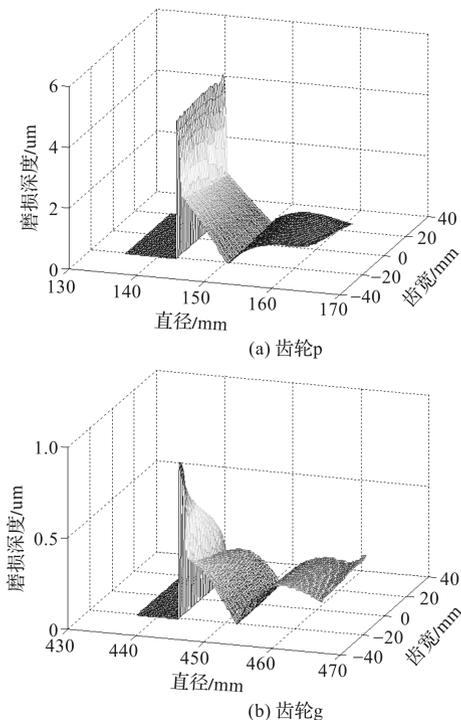


图 8 修形后的磨损

对比图(4,8) 可以发现: 综合修形使齿面磨损分布规律发生明显变化, 齿轮 p 沿齿宽方向的磨损分布更为均匀, 齿轮 p 在齿根处磨损深度明显减小, 最大磨损深度仅为修形前的 49.7%, 齿轮 g 在齿根区域的磨损几乎不变。由此可见: 在一定范围内, 虽然轴线偏差加剧了磨损, 但在一定程度上可通过综合修形减缓其对齿轮磨损的影响。

针对存在轴线偏差的斜齿轮副, 可根据上述的齿轮微观修形策略改善载荷分布, 进而减缓齿面磨损。以下分析不同轴线偏差和修形量对齿面磨损深度的影响。垂直平面偏差对磨损的影响比轴线平面上更为敏感, 且两种偏差对磨损来说有一定的相互转化关系。为简化之, 下面分析垂直平面偏差和修形量对齿面磨损

量的影响。

两种情况下的齿面磨损分布情况如图 9 所示。

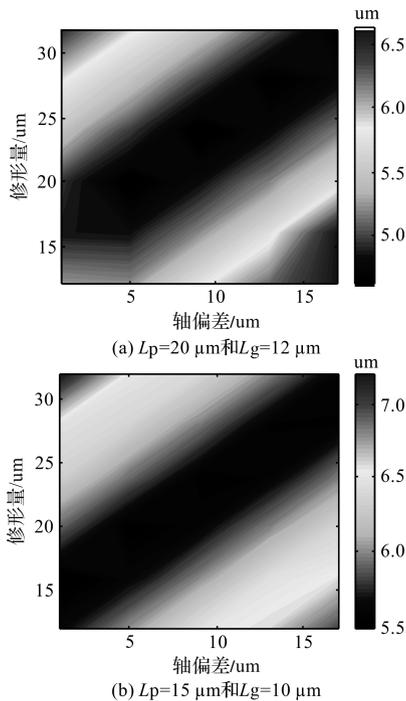


图 9 齿轮 p 的最大磨损深度

由图 9 可知: 一定范围内, 随着轴偏差的增大, 磨损深度也随之增大。为了改善这种情形, 通过合适的轮齿修形来减缓齿面磨损。针对确定的轴线偏差, 存在合适的修形量使齿面磨损量最小。例如, 图 9(a) 所示垂直平面偏差 $f_{\beta} = -5 \mu\text{m}$, 对应最佳鼓形修形 $L_p = 20 \mu\text{m}$ 和 $L_g = 12 \mu\text{m}$, 螺旋角修形量为 $H_p + H_g = 20 \mu\text{m}$, 磨损量最大值为 4.6 μm; 在图 9(b) 中, 垂直平面偏差 $f_{\beta} = -5 \mu\text{m}$, 采用同样的螺旋角修形, 使得最大磨损深度最小, 由于渐开线鼓形修形量不同, 最大磨损量是图 9(a) 的 1.2 倍。

由此可知, 一定范围内的轴线偏差, 合适的综合修形方案可以改善齿轮副齿面载荷分布状况, 进而有效减缓齿面磨损。

4 结束语

本文在定义了轴线平行度的基础上, 分析了其对齿面磨损的影响, 结果表明:

- (1) 轴线平行度偏差对齿面磨损有显著影响, 且垂直平面偏差比轴线平面偏差的影响更显著;
- (2) 由于斜齿轮存在轴向偏载, 故合适的轴线平行度偏差可以抵消沿齿宽方向的不均匀磨损, 并在此基础上略微减少整体的磨损量;
- (3) 通过综合修形, 可以改善轴线偏差引起的啮合错位, 使得齿面磨损沿齿宽方向分布均匀, 进而减缓

磨损进程。

以上研究为减缓齿面磨损失效,延长齿轮的使用寿命提供了理论依据。

参考文献 (References):

- [1] CHOY F K. Analysis of the effects of surface pitting and wear on the vibration of a gear transmission system[J]. **Tribology International**, 1996,29(1):77-83.
- [2] MACKALDENER M, FLODIN A, ANDERSSON S. Robust noise characteristics of gears due to their applications, manufacturing errors and wear[C]. JSME International Conference on Motion and Power Transmission, Fukuoka; JSME, 2001.
- [3] HSU S M, SHEN M C, RUFF A W. Wear prediction for metals [J]. **Tribology International**, 1997,30(5):377-383.
- [4] WILLIAMS J A. Wear modelling: analytical, computational and mapping: a continuum mechanics approach[J]. **Wear**, 1999(225):1-17.
- [5] ONISHCHENKO V. Tooth wear modeling and prognostication parameters of engagement of spur gear power transmissions [J]. **Mechanism and Machine Theory**, 2008, 43(12):1639-1664.
- [6] FLODIN A, ANDERSSON S. Simulation of mild wear in helical gears[J]. **Wear**, 2000,241(2):123-128.
- [7] FLODIN A, ANDERSSON S. A simplified model for wear prediction in helical gears [J]. **Wear**, 2001,249(3):285-292.
- [8] BAJPAI P, KAHRAMAN A, ANDERSON N E. A surface wear prediction methodology for parallel-axis gear pairs [J]. **Journal of Tribology**, 2004,126(3):597-605.
- [9] KAHRAMAN A, BAJPAI P, ANDERSON N E. Influence of tooth profile deviations on helical gear wear[J]. **Journal of Mechanical Design**, 2005,127(4):656-663.
- [10] PARK D, KAHRAMAN A. A surface wear model for hypoid gear pairs[J]. **Wear**, 2009, 267(9):1595-1604.
- [11] PARK D, KOLIVAND M, KAHRAMAN A. Prediction of surface wear of hypoid gears using a semi-analytical contact model [J]. **Mechanism and Machine Theory**, 2012,52(6):180-194.
- [12] WU Y J, WANG J J, HAN Q K. Static/dynamic contact FEA and experimental study for tooth profile modification of helical gears [J]. **Journal of Mechanical science and Technology**, 2012,26(5):1409-1417.
- [13] SIGG H. Maag gear wheel company limited, profile and longitudinal corrections on involute gears[M]. Zurich:The Company, 1965.
- [14] MARUYAMA N, INOUE K. Optimum modification of gear tooth surface to achieve silent, tough automobile transmissions[C]. Proceeding of the International Power Transmission and Gearing Conference, California; ASME,1989.
- [15] SIMON V V. Influence of tooth errors and shaft misalignments on loaded tooth contact in cylindrical worm gears [J]. **Mechanism and machine theory**, 2006, 41(6):707-724.
- [16] ZHU C, SONG C S, LIM T C, et al. Pitch cone design and influence of misalignments on tooth contact behaviors of crossed beveloid gears [J]. **Mechanism and Machine Theory**, 2013(59):48-64.
- [17] HOTAIT M, KAHRAMAN A. Experiments on root stresses of helical gears with lead crown and misalignments [J]. **Journal of Mechanical Design**, 2008,130(7):074502.
- [18] JANAKIRAMAN V, LI S, KAHRAMAN A. An investigation of the impact of contact parameters on the wear coefficient[J]. **Journal of Tribology**,2014,136(3):031602.
- [19] LIN H H, TOWNSEND D P, OSWALD F B. Profile modification to minimize spur gear dynamic loading[R]. Washington; NASA Technical Memorandum, 1988.
- [20] HSI L H, OSWALD F B, TOWNSEND D P. Dynamic loading of spur gears with linear or parabolic tooth profile modifications [J]. **Mechanism and Machine Theory**, 1994,29(8):1115-1129.
- [21] KARPAT F, EKWARO-OSIRE S. Influence of tip relief modification on the wear of spur gears with asymmetric teeth [J]. **Tribology Transactions**, 2008,51(5):581-588.

[编辑:方越婷]

本文引用格式:

肖鹏程. 计入轴线偏差的斜齿轮副齿面磨损分析[J]. 机电工程,2019,36(10):1013-1019.

XIAO Peng-cheng. Analysis of tooth surface wear in a helical gear pair with axis misalignment[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2019,36(10):1013-1019.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>