

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2019.09.001

# 飞轮轴向永磁轴承的径向干扰力分析与控制研究\*

张瑞煜, 祝长生\*

(浙江大学 电气工程学院, 浙江 杭州 310027)

**摘要:**针对飞轮轴向永磁轴承带来的径向干扰力问题,推导了径向干扰力的解析表达式,对干扰力的幅值和方向特性以及它的线性化结果进行了研究。对飞轮运行过程中径向干扰力带来的影响和电磁轴承位移刚度系数变化之间的关系进行了归纳,提出了基于修正参数零力控制算法的电磁轴承控制方法,来抑制飞轮转子系统的干扰力;利用 Simulink 仿真平台,对包含飞轮转子系统、轴向永磁轴承和电磁轴承零力控制算法的模型进行了测试。研究结果表明:在径向电磁轴承控制算法中采用修正前馈系数的零力控制算法,可以将飞轮转子系统外传力控制在原先的3%,较好地满足了系统干扰力的控制要求。

**关键词:**轴向永磁轴承;径向干扰力;等效磁荷法;位移刚度;零力控制算法

中图分类号:TH133.302;TP29

文献标志码:A

文章编号:1001-4551(2019)09-0879-07

## Analysis and control of radial disturbing force of the axial permanent magnetic bearing in flywheel

ZHANG Rui-yu, ZHU Chang-sheng

(College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of the radial disturbing force from axial permanent magnetic bearings, the analytical expression was deduced, the amplitude and direction characteristics of the disturbing force were studied and the linearized result was obtained. The relationship between the influence of radial disturbing force and the change of displacement stiffness was concluded. An arithmetic called variable-parameter zero-force control (VPZFC) in active magnetic bearings (AMBs) was investigated to suppress the disturbing force. A simulating model including flywheel system, axial permanent magnetic bearings and the VPZFC was evaluated on the Simulink platform. The results indicate that the disturbing force could be suppressed to 3% of the original with the action of VPZFC in AMBs, which meets the control requirement well.

**Key words:** axial permanent magnetic bearing; radial disturbing force; equivalent magnetic charge method; displacement stiffness; zero-force control

## 0 引言

飞轮储能系统通过电磁轴承降低摩擦损耗、提高储能效率。传统的飞轮转子—电磁轴承系统在径向4个自由度上,采用主动电磁轴承进行主动控制,而轴向平动自由度采用永磁轴承进行被动控制,轴向永磁轴承对径向的耦合干扰影响被忽略<sup>[1]</sup>。由于飞轮转子在运行过程中不可避免地存在径向振动,轴向安装的永磁轴

承除了产生轴向的支承力外,也会产生对转子的径向干扰力。干扰力的大小和方向除了受到轴向永磁轴承的自身参数影响外,还会随着转子位置的变化而变化。

针对轴向轴承对径向的耦合影响,已经有学者进行了相关的研究。西安交通大学张钢、虞烈等<sup>[2]</sup>分析了推力轴承的力学特性,研究了轴向推力盘倾斜对磁轴承动态特性带来的影响;YANG S M 等人<sup>[3]</sup>对一个锥形推力轴承进行了分析,得出了关于轴向和径

收稿日期:2019-02-26

基金项目:国家重点研发计划资助项目(2018YF0905500);国家自然科学基金资助项目(116320154)

作者简介:张瑞煜(1993-),男,浙江绍兴人,硕士研究生,主要从事飞轮及高速电机电磁轴承方面的研究。E-mail: 3120102388@zju.edu.cn

通信联系人:祝长生,男,教授,博士生导师。E-mail: zjzry1216@163.com

向力的计算公式,并以降低径向偶合力为目标,对推力轴承进行了进一步的优化设计。

在研究轴向永磁轴承产生的径向干扰力,并分析其影响的基础上,还需要对径向安装的主动电磁轴承控制方法做出改进,以应对来自于轴向永磁轴承的干扰,进行针对性的补偿消除。主流的电磁轴承补偿算法可以分为零位移补偿<sup>[4]</sup>和零力补偿<sup>[5-6]</sup>,分别以转子的振动位移和系统的整体外传力为控制对象。毛川等<sup>[7]</sup>采用坐标搜寻法针对转子不平衡质量导致的干扰力进行了补偿,有效抑制了转子振动;CHEN Qi 等<sup>[8]</sup>设计了一个自适应陷波器,并通过实验验证了算法对转子不平衡力的抑制效果。

本文以轴向永磁轴承和径向主动电磁轴承支承的飞轮转子为研究对象,首先采用解析方法给出永磁体间的作用力表达式和线性化结果,并与有限元计算结果进行对比验证;然后建立飞轮转子的动力学模型,通过和传统模型的对比,提出轴向永磁轴承的径向干扰力对系统的影响可以等效成为飞轮径向电磁轴承位移刚度的变化;最后,修正径向电磁轴承零力控制方法的前馈系数。

## 1 永磁轴承的径向干扰力分析

### 1.1 飞轮系统结构

飞轮转子-轴承系统的转子竖直放置,径向 4 个自由度的偏移由径向电磁轴承进行主动控制,安装在上下两端的轴向永磁轴承实现了转子的稳定悬浮。由于永磁体的被动特性,在转子发生不可避免的径向偏移时,上下两端的轴向永磁轴承会产生径向的偶合干扰力,且会随着转子位置的变化而变化。

飞轮转子-轴承系统模型如图 1 所示。

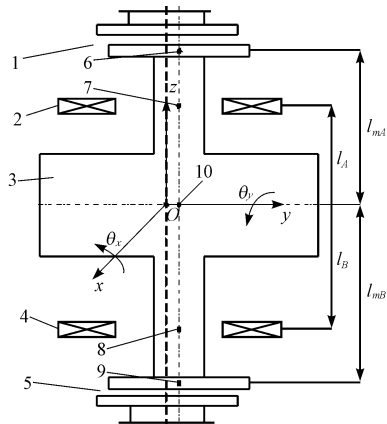


图 1 飞轮转子-轴承系统模型

1—轴向永磁轴承 A;2—径向电磁轴承 A;3—飞轮转子;4—径向电磁轴承 B;5—轴向永磁轴承 B;6—永磁环 A 质心  $G_3$ ;7—电磁轴承 A 质心  $G_1$ ;8—电磁轴承 B 质心  $G_2$ ;9—永磁环 B 质心  $G_4$ ;10—飞轮转子质心  $G$

以飞轮转子质心  $G$  所在的径向平面与定子几何中心线的交点  $O$  为坐标原点,建立直角坐标系  $O-xyz$  (图 1 所示)。转子的空间位置由转子质心  $G$  的坐标表示,记为  $G(x, y, \theta_x, \theta_y)$ 。其中: $x, y$ —转子质心在  $x$  和  $y$  方向的偏移距离; $\theta_x, \theta_y$ —转子轴线绕着  $x$  轴和  $y$  轴旋转偏移的角度; $z$ —转子轴向的偏移,忽略不计; $l_A, l_B$ —电磁轴承到转子质心的距离; $l_{mA}, l_{mB}$ —永磁环到转子质心的距离。

### 1.2 永磁作用力计算

等效磁荷模型建立在磁荷观点基础上,即认为在垂直磁化方向的永磁体表面上分别存在着正、负磁荷,永磁体间的作用力可以等效为各表面磁荷间作用力的总和<sup>[9]</sup>。

以永磁轴承 B 为研究对象,永磁环相对位置及坐标系示意图如图 2 所示。

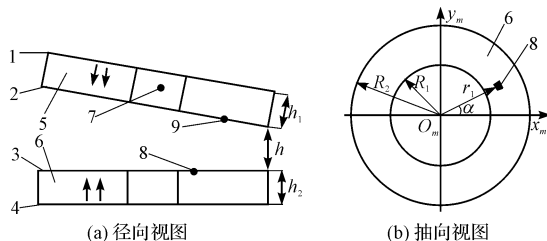


图 2 永磁环相对位置及坐标系示意图

1—永磁环端面 1;2—永磁环端面 2;3—永磁环端面 3;4—永磁环端面 4;5—永磁环  $P_1$ ;6—永磁环  $P_2$ ;7—永磁环  $P_1$  质心  $G_4$ ;8—端面 3 上面积元  $N$ ;9—端面 2 上面积元  $M$

图 2 中:

$h_1, h_2$  分别是两个永磁环的厚度,  $h$  是永磁环间距,永磁环的磁化方向为轴向,如图 2(a) 箭头所示。永磁环内径为  $R_1$ ,外径为  $R_2$ 。以永磁环  $P_2$  所在平面的中心  $O_m$  为原点,在水平面建立直角坐标系,  $x_m$  和  $y_m$  轴分别平行于转子质心坐标系的  $x$  和  $y$  轴。面积元  $N$  与原点的距离为  $r_1$ ,与坐标轴夹角为  $\alpha$ 。

飞轮转子运行过程中,永磁环  $P_1$  随转子运动发生径向平动和绕水平轴转动,轴向偏移忽略不计。永磁环  $P_1$  的空间位置可用其质心  $G_4$  的坐标表示为  $G_4(x_m, y_m, \theta_{xm}, \theta_{ym})$ 。其中,  $x_m, y_m, \theta_{xm}$  和  $\theta_{ym}$  分别代表永磁环径向平移和绕轴转动的距离和角度。

对于端面 3 上的任一面积元  $N$ ,有面积为:

$$dA_N = r_1 dr_1 d\alpha \quad (1)$$

根据等效磁荷法,面积元  $N$  上的磁荷量为:

$$q_N = \sigma_1 r_1 dr_1 d\alpha \quad (2)$$

式中: $\sigma_1$ —端面 3 上的磁荷面密度。

同理,端面2上的面积元 $M$ 的磁荷量为:

$$q_M = \sigma_2 r_2 dr_2 d\beta \quad (3)$$

式中: $\sigma_2$ —端面2上的磁荷面密度; $r_2$ —面积元 $M$ 距离端面2圆心的距离; $\beta$ —面积元 $M$ 与圆心连线偏离 $x$ 轴的角度。

对于稀土永磁材料,磁体磁荷面密度在数值上等于永磁体剩磁 $B_r$ <sup>[10]</sup>,即: $\sigma_1 = \sigma_2 = B_r$ 。

若规定磁荷间的相互作用力斥力为正,吸力为负,则面积元 $M$ 和 $N$ 之间的作用力表达式可以写为:

$$|\vec{r}_{32}| = \sqrt{(x_m + r_1 \cos(\alpha) \cos(\theta_{ym}) - r_2 \cos(\beta))^2 + (y_m + r_1 \sin(\alpha) \cos(\theta_{xm}) - r_2 \sin(\beta))^2 + z_{32}^2} \quad (6)$$

式中: $z_{32}$ —向量 $\vec{r}_{32}$ 的轴向投影长度。

$z_{32}$ 为:

$$z_{32} = h - r_1 \cos\alpha \sin\theta_{ym} + r_1 \sin\alpha \sin\theta_{xm} \quad (7)$$

在转子存在径向偏移时,轴向永磁轴承的两个永磁环作用力在 $x, y, z$ 方向上均存在分量。因此,面积元间的作用可在空间直角坐标系中,向坐标轴方向投影,得到各坐标轴方向的分力,即:

(1) $x$ 方向:

$$dF_{x32} = \frac{\sigma_1 \sigma_2 r_1 r_2 dr_1 dr_2 d\alpha d\beta}{4\pi\mu_0 |\vec{r}_{32}|^3} \times (x_m + r_1 \cos(\alpha) \cos(\theta_{ym}) - r_2 \cos(\beta)) \quad (8)$$

(2) $y$ 方向:

$$dF_{y32} = \frac{\sigma_1 \sigma_2 r_1 r_2 dr_1 dr_2 d\alpha d\beta}{4\pi\mu_0 |\vec{r}_{32}|^3} \times (y_m + r_1 \sin(\alpha) \cos(\theta_{xm}) - r_2 \sin(\beta)) \quad (9)$$

(3) $z$ 方向:

$$dF_{z32} = \frac{\sigma_1 \sigma_2 r_1 r_2 dr_1 dr_2 d\alpha d\beta}{4\pi\mu_0 |\vec{r}_{32}|^3} \times (h - r_1 \cos\alpha \sin\theta_{ym} + r_1 \sin\alpha \sin\theta_{xm}) \quad (10)$$

在获得面积元间作用力的基础上,将式(8~10)在端面2和端面3表面进行积分,得到端面2和端面3之间的作用力表达式如下:

(1) $x$ 方向:

$$F_{x32} = \nabla \cdot \frac{\sigma_1 \sigma_2 r_1 r_2 (x_m + r_1 \cos\alpha \cos\theta_{ym} - r_2 \cos\beta)}{4\pi\mu_0 |\vec{r}_{32}|^3} \quad (11)$$

(2) $y$ 方向:

$$F_{y32} = \nabla \cdot \frac{\sigma_1 \sigma_2 r_1 r_2 (y_m + r_1 \sin\alpha \cos\theta_{xm} - r_2 \sin\beta)}{4\pi\mu_0 |\vec{r}_{32}|^3} \quad (12)$$

(3) $z$ 方向:

$$F_{z32} = \nabla \cdot \frac{\sigma_1 \sigma_2 r_1 r_2 (h - r_1 \cos\alpha \sin\theta_{ym} + r_1 \sin\alpha \sin\theta_{xm})}{4\pi\mu_0 |\vec{r}_{32}|^3} \quad (13)$$

$$d\vec{F}_{MN} = \frac{q_M q_N}{4\pi\mu_0 |\vec{r}_{32}|^3} \vec{r}_{32} = \frac{\sigma_1 \sigma_2 r_1 r_2 dr_1 dr_2 d\alpha d\beta}{4\pi\mu_0 |\vec{r}_{32}|^3} \cdot \vec{r}_{32} \quad (4)$$

式中: $\mu_0$ —真空磁导率; $\vec{r}_{32}$ —端面3指向端面2的任一向量。

根据立体几何的相关知识,向量 $\vec{r}_{32}$ 坐标为:

$$\vec{r}_{32} = [x_m + r_1 \cos(\alpha) \cos(\theta_{ym}) - r_2 \cos(\beta), y_m + r_1 \sin(\alpha) \cos(\theta_{xm}) - r_2 \sin(\beta), z_{32}] \quad (5)$$

向量长度为:

$$\text{式中: } \nabla \cdot \text{—四重积分: } \int_0^{2\pi} \int_0^{R_2} \int_0^{R_1} \int_0^{\beta_0} dr_1 dr_2 d\alpha d\beta.$$

观察式(11~13),得到的表达式计算结果为正,即端面2和端面3之间的作用力为斥力,符合实际情况。

同理,可以得到端面1和端面3、端面1和端面4、端面2和端面4之间的作用力表达式,其作用力分别为吸力、斥力和吸力。将4个表达式相加,可得到最终的总合力表达式,化简如下:

(1) $x$ 方向:

$$F_x = \nabla \cdot \frac{\sigma_1 \sigma_2 r_1 r_2}{4\pi\mu_0} (x_m + r_1 \cos\alpha \cos\theta_{ym} - r_2 \cos\beta) \times \left( \frac{1}{|\vec{r}_{32}|^3} + \frac{1}{|\vec{r}_{41}|^3} - \frac{2}{|\vec{r}_{31}|^3} \right) \quad (14)$$

(2) $y$ 方向:

$$F_y = \nabla \cdot \frac{\sigma_1 \sigma_2 r_1 r_2}{4\pi\mu_0} (y_m + r_1 \sin\alpha \cos\theta_{xm} - r_2 \sin\beta) \times \left( \frac{1}{|\vec{r}_{32}|^3} + \frac{1}{|\vec{r}_{41}|^3} - \frac{2}{|\vec{r}_{31}|^3} \right) \quad (15)$$

(3) $z$ 方向:

$$F_z = \nabla \cdot \frac{\sigma_1 \sigma_2}{4\pi\mu_0} r_1 r_2 \left( \frac{z_{32}}{|\vec{r}_{32}|^3} + \frac{z_{41}}{|\vec{r}_{41}|^3} - \frac{2z_{31}}{|\vec{r}_{31}|^3} \right) \quad (16)$$

式中: $\vec{r}_{31}$ —端面3指向端面1的任意向量; $\vec{r}_{41}$ —端面4指向端面1的任意向量; $z_{31}$ —向量 $\vec{r}_{31}$ 的轴向投影长度; $z_{41}$ —向量 $\vec{r}_{41}$ 的轴向投影长度。

$\vec{r}_{31}, \vec{r}_{41}, z_{31}, z_{41}$ 分别为:

$$\vec{r}_{31} = [x_m + r_1 \cos(\alpha) \cos(\theta_{ym}) - r_2 \cos(\beta), y_m + r_1 \sin(\alpha) \cos(\theta_{xm}) - r_2 \sin(\beta), z_{31}] \quad (17)$$

$$\vec{r}_{41} = [x_m + r_1 \cos(\alpha) \cos(\theta_{ym}) - r_2 \cos(\beta), y_m + r_1 \sin(\alpha) \cos(\theta_{xm}) - r_2 \sin(\beta), z_{41}] \quad (18)$$

### 1.3 永磁体作用力矩计算

轴向永磁轴承除了产生在 $x, y, z$ 方向上的作用

力外,还会产生绕着  $x$  轴和  $y$  轴的力矩。

(1) 绕  $x$  轴:

$$dT_{x32} = dF_{x32} \cdot l_{mB} + dF_{z32} \cdot r_1 \sin\alpha \quad (19)$$

(2) 绕  $y$  轴:

$$dT_{y32} = -dF_{x32} \cdot l_{mB} - dF_{z32} \cdot r_1 \cos\alpha \quad (20)$$

在端面 2 和端面 3 上积分,可得到永磁力对转子的作用力矩表达式为:

(1) 绕  $x$  轴:

$$T_{x32} = \nabla \cdot \frac{\sigma_1 \sigma_2}{4\pi\mu_0} \left( \frac{r_1 r_2 z_{32} r_1 \sin\alpha}{|\vec{r}_{32}|^3} + \frac{r_1 r_2 (y_m + r_1 \sin\alpha \cos\theta_{xm} - r_2 \sin\beta) l_{mB}}{|\vec{r}_{32}|^3} \right) \quad (21)$$

(2) 绕  $y$  轴:

$$T_{y32} = -\nabla \cdot \frac{\sigma_1 \sigma_2}{4\pi\mu_0} \left( \frac{r_1 r_2 z_{32} r_1 \cos\alpha}{|\vec{r}_{32}|^3} + \frac{r_1 r_2 (x_m + r_1 \cos\alpha \cos\theta_{ym} - r_2 \cos\beta) l_{mB}}{|\vec{r}_{32}|^3} \right) \quad (22)$$

同理,可以得到端面 1 和端面 3、端面 1 和端面 4、端面 2 和端面 4 之间的永磁力对转子的作用力矩表达式。将 4 个式子相加,可以得到最终的合力矩表达式。

绕  $x$  轴:

$$T_x = T_{x31} + T_{x32} + T_{x41} + T_{x42} \quad (23)$$

绕  $y$  轴:

$$T_y = T_{y31} + T_{y32} + T_{y41} + T_{y42} \quad (24)$$

式中:  $T_{x32}, T_{x41}, T_{x42}, T_{y32}, T_{y41}, T_{y42}$ —相应端面间产生的绕着  $x$  轴和  $y$  轴的力矩。

限于篇幅,文中未一一给出其表达式。

### 1.4 表达式线性化

本文中永磁体参数如表 1 所示。

表 1 永磁体参数

参数	符号	数值	单位
永磁体剩磁	$B_r$	0.8	T
永磁体厚度	$h_1, h_2$	0.02	m
永磁体间距	$h$	0.02	m
永磁环外径	$R_2$	0.15	m
永磁环内径	$R_1$	0.05	m
永磁体-质心距离	$l_{mA}$	0.400	m
	$l_{mB}$	0.380	m

将式(14, 15, 23, 24)的四重积分简化为严格的显性表达式是不现实的。本研究借助工具软件 Mathematical, 在转子平衡位置附近做泰勒展开, 忽略二阶及以上项(表达式过于复杂, 文中未给出), 再借助工具软件 Matlab, 利用蒙特卡洛模拟法求解四重积分。在经过 10 亿次随机量模拟后, 得到精度

5% 的计算结果为:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ T_x \\ T_y \end{bmatrix} = 10^3 \times \begin{bmatrix} 15.665 & 0 & 0 & 0.5870 \\ 0 & & & \\ 0 & & & \\ -5.7784 & 15.665 & & \\ 5.7784 & & & \\ 0 & -0.5870 & & \\ -0.4722 & & & \\ 0 & 0 & & \\ 0 & & & \\ -0.4722 & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \\ \theta_{xm} \\ \theta_{ym} \end{bmatrix} \quad (25)$$

## 2 有限元验证

为验证磁荷法得到的轴向永磁轴承径向力线性化结果, 本研究在 Maxwell 仿真软件中, 建立飞轮转子轴向轴承的有限元模型。

轴向永磁轴承的有限元 3D 模型如图 3 所示。

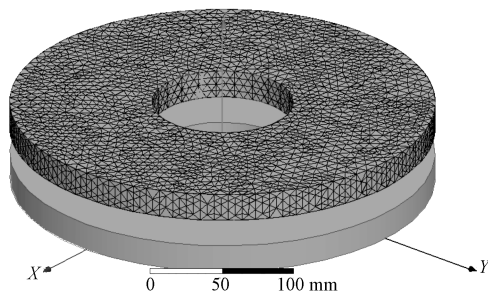


图 3 轴向永磁轴承的有限元 3D 模型

图 3 中:

3D 模型为静态磁场分析, 四面体剖分, 最大剖分长度为 8 mm; 上下圆环均为自定义永磁体材料(参数如表 1 所示); 待求解参数为上端永磁体在处于不同  $x$  方向偏移距离时受到的  $x$  方向力和力矩, 求解精度 1%。

有限元结果和线性化结果对比如图 4 所示。

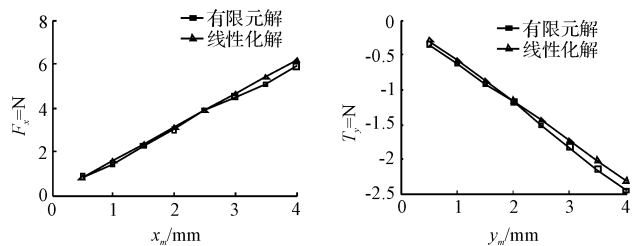


图 4 有限元结果和线性化结果对比图

从图 4 中可以看出:

解析解和有限元解基本吻合, 最大误差为 8.9%, 可以满足实际控制需要。可见, 根据磁荷法得到的解

析表达式具有足够的精度,可以用于进一步的研究。

### 3 改进模型

#### 3.1 坐标转换关系

图1中的飞轮转子系统模型中,其上下电磁轴承电磁力作用点的坐标可以分别表示为  $G_1(x_a, y_a)$  和  $G_2(x_b, y_b)$ ,合写成坐标矢量形式为  $q_b = [x_a \ y_a \ x_b \ y_b]^T$ 。同理,上下永磁环质心  $G_3$  和  $G_4$  的空间坐标矢量分别为  $q_{mA} = [x_{mA} \ y_{mA} \ \theta_{xmA} \ \theta_{yMA}]^T$  和  $q_{mB} = [x_{mB} \ y_{mB} \ \theta_{xmB} \ \theta_{ymB}]^T$ 。根据转子的空间几何关系,可得到电磁轴承、永磁环坐标矢量和转子质心  $G$  的坐标矢量  $q = [x, y, \theta_x, \theta_y]^T$  之间的关系为:

$$\begin{cases} q_b = T_b q \\ q_{mA} = T_{mA} q \\ q_{mB} = T_{mB} q \end{cases} \quad (26)$$

式中:  $T_b$ —电磁轴承坐标和转子质心坐标的转换矩阵;  $T_{mA}$ —永磁轴承 A 坐标和转子质心坐标的转换矩

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} F_{xA} \\ F_{yA} \\ T_{xA} \\ T_{yA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9\ 831 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9\ 831 & 0 & 0 \\ 0 & -3\ 224.8 & -347.9 & 0 \\ 3\ 224.8 & 0 & 0 & -347.9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{mA} \\ y_{mA} \\ \theta_{xmA} \\ \theta_{yMA} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} F_{xB} \\ F_{yB} \\ T_{xB} \\ T_{yB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15\ 563 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 15\ 563 & 0 & 0 \\ 0 & 5\ 749 & -465.9 & 0 \\ -5\ 749 & 0 & 0 & -465.9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{mB} \\ y_{mB} \\ \theta_{xmB} \\ \theta_{ymB} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (27)$$

式中:下标 A—永磁轴承 A;下标 B—永磁轴承 B。

写成矩阵形式为:

$$\begin{cases} F_{rA} = K_A q_{mA} \\ F_{rB} = K_B q_{mB} \end{cases} \quad (28)$$

式中:  $F_{rA}$ ,  $F_{rB}$ —永磁轴承 A、B 的干扰力矩阵;  $K_A$ ,  $K_B$ —永磁轴承 A、B 的力-位移系数矩阵。

永磁轴承 A、B 共同作用下的干扰力矩阵为:

$$F_r = F_{rA} + F_{rB} \quad (29)$$

将式(27-29)代入式(30)中,有:

$$F_r = K_r q \quad (30)$$

式中:  $K_r$ —轴向永磁轴承干扰力和转子质心坐标之间的力-位移系数矩阵,取值为  $K_r = K_A T_{mA} + K_B T_{mB}$ 。

#### 3.3 转子动力学方程

传统的飞轮转子—电磁轴承系统的动力学方程如下(等式左侧表示转子的运动位置,右侧表示转子受到的外力,包括电磁轴承控制力和质量不平

阵;  $T_{mB}$ —永磁轴承 B 坐标和转子质心坐标的转换矩阵。

转换矩阵的取值分别为:

$$T_{mA} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_{mA} \\ 0 & 1 & -l_{mA} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_{mB} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_A \\ 0 & 1 & -l_A & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -l_B \\ 0 & 1 & l_B & 0 \end{bmatrix}$$

#### 3.2 力-位移系数矩阵

式(25)得到的是转子下端轴向永磁轴承的径向力和力矩的解析结果。根据相同的过程,可以得到转子上端轴向永磁轴承的径向力和力矩结果。

为便于表述,将两者的结果分别重写如下:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = f_{xA} + f_{xB} + f_{ux} \\ m\ddot{y} = f_{yA} + f_{yB} + f_{uy} \\ J\ddot{\theta}_x + J_r\omega\dot{\theta}_y = -f_{yA}l_{bA} + f_{yB}l_{bB} + e_z f_{uy} \\ J\ddot{\theta}_y - J_r\omega\dot{\theta}_x = f_{xA}l_{bA} - f_{xB}l_{bB} + e_z f_{ux} \end{cases} \quad (31)$$

衡力):

式中:  $m$ —转子质量;  $J$ —转子极转动惯量;  $J_r$ —转子赤道转动惯量;  $\omega$ —转子角速度;  $e_z$ —不平衡力臂;  $t$ —时间;  $l_A$ ,  $l_B$ —电磁轴承 A、B 电磁力作用点到转子质心的距离;  $f_{xA}$ ,  $f_{yA}$ ,  $f_{xB}$ ,  $f_{yB}$ —电磁轴承控制力;  $f_{ux}$ ,  $f_{uy}$ ,  $f_{ux}$ ,  $f_{uy}$ —转子质量不平衡力。

用矩阵形式表示如下:

$$M\ddot{q} + G\dot{q} = L_b F_b + L_u F_u \quad (32)$$

式中:  $M$ —飞轮转子广义质量矩阵;  $G$ —飞轮转子陀螺矩阵;  $L_b$ —电磁控制力系数矩阵;  $L_u$ —质量不平衡力系数矩阵;  $F_b$ —电磁控制力矢量;  $F_u$ —质量不平衡力矢量。

考虑到轴向永磁轴承产生的径向力对转子的影

响,将其视为作用在转子质心的等效外力。将式(30)加入式(32)右侧,可得到改进后的飞轮转子—轴承系统的数学模型,即:

$$M\ddot{q} + G\dot{q} = L_b F_b + L_u F_u + F_r \quad (33)$$

电磁轴承作用力采用线性化模型<sup>[11]</sup>,有:

$$F_b = K_s q_b + K_i i \quad (34)$$

式中: $K_s$ —电磁轴承的位移刚度矩阵; $K_i$ —电磁轴承的电流刚度矩阵; $i$ —电磁轴承线圈的电流矢量。

将式(30,34)代入式(33),可得到:

$$M\ddot{q} + G\dot{q} = L_b (K_s T_b q + K_i i) + L_u F_u + K_r q \quad (35)$$

上式可以转化为:

$$M\ddot{q} + G\dot{q} = (L_b K_s T_b + K_r) q + L_b K_i i + L_u F_u \quad (36)$$

对比式(35)和式(36)可以发现:

飞轮轴向永磁轴承径向力对系统的影响,可以等效为径向电磁轴承位移刚度系数的变化,且刚度系数变化的程度由径向力系数矩阵  $K_r$  决定。

考虑轴向永磁轴承影响的等效位移刚度系数矩阵表达式如下:

$$K'_s = K_s + L_b^{-1} K_r T_b^{-1} \quad (37)$$

### 4 修正参数的电磁轴承零力控制

由于转子质量不平衡的存在,转子转动时会受到质量不平衡力的影响,产生同频振动。通过 PID 控制器的反馈控制<sup>[12]</sup>,径向电磁轴承会施加控制力,实现转子的稳定悬浮,但是由于反作用力的同时存在,电磁轴承会向基座传递同频的振动力,记为  $F_{out}$ 。飞轮转子的零力控制以电磁轴承系统的外传力为控制对象,即尽可能减小系统向基座传递的力。

飞轮转子-轴承控制系统原理如图 5 所示。

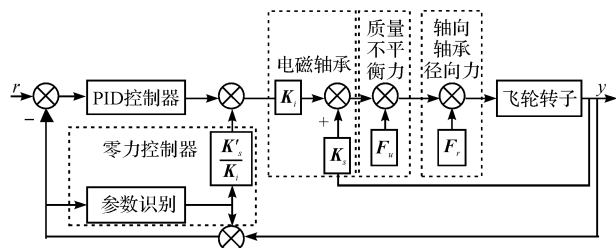


图 5 飞轮转子-轴承系统控制原理框图

图 5 中,飞轮转子受到质量不平衡力和轴向轴承径向力的干扰作用,在电磁轴承控制力作用下保持稳定,基础控制器是 PID 控制器。零力控制器先通过一个参数识别环节,获得转子振动位移中的同频量幅值,再通过向振动位移的反馈和向控制电流的前馈,实现对电磁轴承电流刚度力和位移刚度力的补偿<sup>[13-14]</sup>。补偿完成后电磁轴承不再对转子振动位移中的同频分

量做出动作,转子实现自对中旋转,从而系统不对外传递力,实现了零力控制<sup>[15]</sup>。

在零力控制器向控制电流做前馈时,需要乘以相应的前馈系数,即位移刚度系数和电流刚度系数的比  $K_s/K_i$ 。传统的零力控制中,前馈系数中的位移刚度系数  $K_s$  直接采用电磁轴承力推导过程中得到的位移刚度<sup>[16]</sup>,会带来控制误差。

由式(37)可知:考虑到轴向永磁轴承径向力的影响,系统中电磁轴承的等效位移刚度  $K'_s$  相比  $K_s$  已经发生了变化,需要采用新的前馈系数  $K'_s/K_i$  才能保证较好的控制精度。

### 5 仿真及结果分析

在 Simulink 平台上,本文按照图 5 所示的控制系统,搭建仿真模型并进行了测试。

零力控制器作用下的基座外传力变化如图 6 所示。

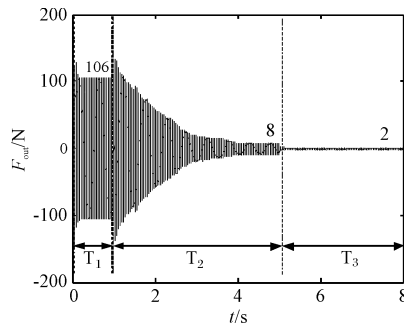


图 6 零力控制器作用下的基座外传力变化

图 6 中:

$T_1$  时间段,飞轮转子在 PID 控制器的单独作用下,稳定悬浮时的外传力为 106 N,此时的系统外传力处于不控状态; $T_2$  时段,开始启动零力控制器,系统外传力逐渐收敛减小,最终收敛到 8 N,减小了 92.5%; $T_3$  时段开始时,将零力控制器中的补偿刚度矩阵  $K_s$  切换为改进后的补偿刚度矩阵  $K'_s$ ,系统外传力进一步减小到 2 N,减小了 98.1%。

通过  $T_2$  和  $T_3$  时段收敛结果的对比可以证明,改进了补偿矩阵的零力控制器对于系统外传力具有更好的控制效果。

### 6 结束语

为了解决飞轮轴向永磁轴承带来的径向干扰力问题,本文推导了飞轮转子系统轴向永磁轴承的径向干扰力表达式,并分析了其对径向电磁轴承控制的影响,得到结论如下:

(1) 飞轮系统轴向永磁轴承产生的径向干扰力的影响,可以等效为径向电磁轴承位移刚度的变化,变化幅度取决于轴向永磁轴承的参数特性;

(2) 在设计零力控制器的前馈补偿系数时,考虑轴向永磁轴承的径向干扰力影响,并作出相应的修正,可以有效提高径向电磁轴承对飞轮系统外传力的控制效果。

#### 参考文献 (References):

- [1] 陈亮亮,祝长生,王忠博. 模态分离 - 状态反馈解耦控制[J]. 中国电机工程学报,2017,37(18):5461-5472.
- [2] 张 钢,虞 烈,谢友柏. 推力磁轴承的力学特性及其对径向磁轴承的影响[J]. 机械工程学报,2000,36(12):5-8.
- [3] YANG S, TSAI Y. Design of a thrust actuator for magnetic bearings with low radial attraction force [J]. **IEEE transactions on magnetics**, 2012, 48(11):3587-3590.
- [4] SCHUHMANN T, HOFMANN W, WERNER R. Improving operational performance of active magnetic bearings using kalman filter and state feedback control[J]. **IEEE transactions on industrial electronics**, 2012, 59(2):821-829.
- [5] 刘 彬,房建成,刘 刚,等. 磁悬浮飞轮不平衡振动控制方法与试验研究[J]. 机械工程学报,2010,46(12):188-194.
- [6] JIANG K, ZHU C, CHEN L. Unbalance compensation by recursive seeking unbalance mass position in active magnetic bearing-rotor system[J]. **IEEE transactions on industrial electronics**, 2015, 62(9):5655-5664.
- [7] CHUAN M, CHANGSHENG Z. Unbalance compensation for active magnetic bearing rotor system using a variable step size real-time iterative seeking algorithm[J]. **IEEE transactions on industrial electronics**, 2018, 65(5):4177-4186.
- [8] CHEN Q, LIU G, HAN B. Suppression of imbalance vibration in amb-rotor systems using adaptive frequency estimator [J]. **IEEE transactions on industrial electronics**, 2015, 62(12):7696-7705.
- [9] 厉建刚. 永磁体间的磁力和磁力矩研究[D]. 吉林:吉林大学机械科学与工程学院,2015.
- [10] 赵凯华,陈曦谋. 电磁学[M]. 2版. 北京:人民教育出版社,1987.
- [11] SCHWEITZER G, MASLEN E H. Magnetic bearings: theory, design, and application to rotating machinery [M]. 1st ed. New York: Springer, 2009.
- [12] 董淑成,房建成,俞文伯. 基于 PID 控制的主动磁轴承-飞轮转子系统运动稳定性研究[J]. 宇航学报,2015,26(3):296-300.
- [13] 王忠博,祝长生,陈亮亮. 基于不平衡系数辨识的电磁轴承-刚性飞轮转子系统不平衡补偿控制[J]. 中国电机工程学报,2018,38(12):3699-3708.
- [14] 温丽超,张振宇,迟广志,等. 航空用精密轴承定位包装的装置设计[J]. 包装与食品机械,2017(1):40-43.
- [15] 杨旭博,冀 宏,朱 奕,等. 五柱塞往复泵曲轴轴承的多体动力学分析[J]. 液压气动与密封,2019,39(1):14-19.
- [16] 房建成,孙津济,樊亚洪. 磁悬浮惯性动量轮技术[M]. 1版. 北京:国防工业出版社,2012.

[编辑:程 浩]

#### 本文引用格式:

张瑞煜,祝长生. 飞轮轴向永磁轴承的径向干扰力分析与控制研究[J]. 机电工程,2019,36(9):879-885.

ZHANG Rui-yu, ZHU Chang-sheng. Analysis and control of radial disturbing force of the axial permanent magnetic bearing in flywheel[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2019,36(9):879-885.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>