

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2019.07.019

基于对偶四元数的机器人手眼标定算法研究*

王一凡¹, 段锁林², 高仁洲², 庄 玮²

(1. 常州纺织服装职业技术学院 机电学院, 江苏 常州 213164; 2. 常州大学 机器人研究所, 江苏 常州 213164)

摘要:针对机器人手眼视觉系统中的手眼标定问题,对机械手末端执行器与摄像机之间的手眼转换关系进行了研究。对手眼标定问题中求解齐次矩阵的方法进行了归纳,建立了完整的基于运动位姿的视觉模型;利用改进对偶四元数方法分别求解了手眼齐次变换矩阵中的旋转矩阵和平移向量;为保证获得的平移向量是最优解,在求解平移向量过程中引入了无穷范数最小化,通过迭代求取了局部最优解的值;基于所考虑的求解最优,利用 Matlab 对平移向量算法进行了仿真研究,并将该算法标定结果与线性解耦估计算法和传统对偶四元数算法进行了比较。研究结果表明:该算法在标定精度、对噪声的鲁棒性、对运动位姿个数的敏感性和稳定性方面均优于其他两种算法,能满足手眼标定的精度要求。

关键词:手眼标定;对偶四元数;刚体运动;无穷范数最小化

中图分类号:TP242.6

文献标志码:A

文章编号:1001-4551(2019)07-0755-07

Study on robot hand-eye calibration using dual quaternion

WANG Yi-fan¹, DUAN Suo-lin², GAO Ren-zhou², ZHUANG Wei²

(1. School of Electrical and Mechanical, Changzhou Vocational Institute of Textile and Garment, Changzhou 213164, China; 2. Robotics Institute, Changzhou University, Changzhou 213164, China)

Abstract: Aiming at hand-eye calibration problem in robotic hand-eye vision system, the hand-eye conversion relationship between end-effector and camera of manipulator was studied, the method of solving homogeneous matrix in hand-eye calibration was summarized, and a vision model based on motion posture was set up. The improved dual quaternion approach was used for solving separately the rotation parts and the translation of the hand-eye homogeneous transformation matrix. In order to obtain the optimum solution of the translation vector, the infinite norm minimization was introduced during the solving process of translation vector, the local optimal solution of translation vector was obtained by iteration. Simulations based on the considered optimal translation vector algorithm were performed in Matlab, and the classic solving using dual quaternion and linear decoupling estimation algorithm were also implemented for comparison. The results indicate that the proposed method is better than traditional methods in the precision of calibration, robustness of noise and sensitivity and stability of motion posture numbers. It can meet the accuracy requirement of hand-eye calibration.

Key words: hand-eye calibration; dual quaternion; rigid transformation; infinite norm minimization

0 引 言

在具有视觉的机器人系统中,手眼协调的问题是机器人能否准确完成目标物体的识别、定位与抓取的关键。而在抓取目标物体的过程中,必须确定机械手

与目标物体之间的相对位置,以便机器人控制器控制各关节运动到目标物体的位置,并使机械手处于能抓取物体的姿态与位置,进而完成抓取操作。该过程关键是要获得机械手末端执行器与摄像机之间的手眼转换关系。

收稿日期:2018-12-24

基金项目:江苏省科技支撑计划资助项目(BEK2013671);江苏省高等学校自然科学研究面上项目(18KJB460001);江苏省专业带头人高端研修资助项目(2016GRFX002)

作者简介:王一凡(1977-),男,江苏常州人,硕士,副教授,主要从事机电一体化、机器视觉与传感器应用方面的研究。E-mail:terrywyf@163.com

从数学上来说,手眼标定问题的关键是求解齐次矩阵等式 $AX = XB$ 中的 X 矩阵^[1]。目前,研究者提出了不同的方法来解此等式,大致分为以下 3 种:第 1 种是旋转和平移分别估计算法,先求旋转矩阵再求解平移向量^[2,4],最典型的是 JACK 等的四元数法、TASI 等的线性二分法;第 2 种是旋转和平移同时估计算法,同时求解旋转矩阵和平移向量,最典型的方法是 STROBL 等^[5]的非线性优化方法和 DANILIDIS 等^[6]的对偶四元数法;第 3 种方法是在全局迭代优化步骤中同时求解标定方程和摄像机的内参数。本文假定摄像机内参数已被精确求解,因此,在对比分析中将不考虑该方法。

针对机器人视觉系统的手眼标定问题,本文采用 MULTI A^[7]的思想,结合对偶四元数和无穷最小范数迭代获得最优解,通过仿真研究,与传统的对偶四元数和线性解耦估计算法比较,在引入一定噪声的情况下,验证该算法的鲁棒性。

1 机器人视觉标定模型及手眼标定问题描述

1.1 机器人视觉系统及标定模型

机器视觉应用于机器人技术时,经常将摄像机固定在机器人手臂的末端执行器上,当机器人的末端执行器执行某任务时,必须通过摄像机来测定末端执行器与工件的相对位置。

要实现这一任务,安装在机械臂上的摄像机与机械臂末端之间的手眼标定是关键环节,为此,首先应建立此视觉系统相对运动的各个坐标系之间的关系,机器人相对运动模型如图 1 所示。

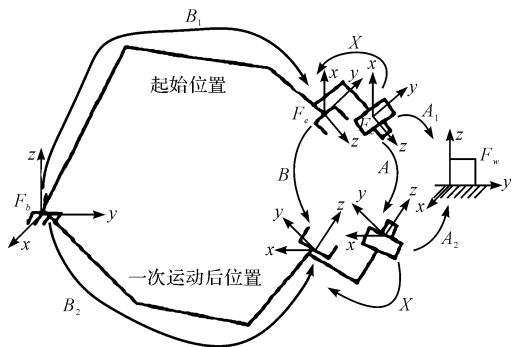


图 1 机器人相对运动模型

F_w —以目标物体为基准建立的世界坐标系; F_c —以摄像机的光心为原点建立的摄像机坐标系; F_e —机器人手爪坐标系; F_b —机械臂基坐标系(它固结于机器人本体坐标系)

1.2 手眼标定问题描述

依照图 1 所示,手眼系统标定方程为:

$$AX = XB \quad (1)$$

式中: A —机器人变换一次位姿后摄像机的相对运动; B —手爪的相对运动; X —摄像机与手爪之间的变换矩阵。

其中:

$$\begin{cases} A = A_1 A_2^{-1} \\ B = B_2 B_1^{-1} \end{cases} \quad (2)$$

式中: B_1, B_2 —不同位置机械臂与手爪之间的转换矩阵; A_1, A_2 —不同位置摄像机与目标物体之间的转换矩阵。

以上矩阵均为齐次刚性变换矩阵。

对摄像机来说, A 矩阵可由摄像机的外参数标定获得^[8]。 B 矩阵可以根据机器人的正向运动学方程获得^[9],也可由机器人控制器输出读出。手眼标定方程可以解耦为旋转和平移两部分,若令矩阵 A, X, B 由对应的旋转部分和平移部分组成,即:

$$A = \begin{bmatrix} R_A & t_A \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} R_X & t_X \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} R_B & t_B \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}。$$

那么式(1)可转化为:

$$\begin{bmatrix} R_A & t_A \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_X & t_X \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_X & t_X \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_B & t_B \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

展开该齐次方程可得:

$$R_A R_X = R_X R_B \quad (4)$$

$$R_A t_X + t_A = R_X t_B + t_X \quad (5)$$

通过求解以上两个方程可得到方程(1)的解。TASI 和 LENZ^[4]证明至少要改变 2 次位姿(即至少需要 3 个位置的摄像机标定结果)才能解决该问题。本文基于对偶四元数理论,在保证标定参数精度的条件下就该问题做了一些初步的研究,以使得运动次数最少。

2 基于对偶四元数的手眼系统标定及求解

2.1 对偶四元数

基于四元数和对偶理论的对偶四元数在物体位姿测量方面有广泛的应用,可有效的解决旋转关系。对偶四元数可以理解为元素为四元数的对偶数也可以理解为元素为对偶数的四元数。按照第一种理解方式,对偶四元数可以由以下形式表示^[6]:

$$\hat{p} = p + \varepsilon p' = \begin{pmatrix} p_0 \\ \vec{p} \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} p'_0 \\ \vec{p}' \end{pmatrix} \quad (6)$$

式中: p, p' —纯四元数(p_0 和 p'_0 为实数); \vec{p}, \vec{p}' —对偶四元数的实部(非对偶部分)和对偶部分), $\vec{p} = [p_1 \ p_2 \ p_3]^T$, $\vec{p}' = [p'_1 \ p'_2 \ p'_3]^T$; ε —标量常数(且 $\varepsilon^2 = 0$ 但 $\varepsilon \neq 0$)。

对偶四元数 \hat{p} 对应的共轭定义为:

$$\hat{p}^* = p^* + \varepsilon p'^* = \begin{pmatrix} p_0 \\ -\vec{p} \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} p'_0 \\ -\vec{p}' \end{pmatrix} \quad (7)$$

对任意两个对偶数 \hat{a} 和 \hat{b} , 其主要的运算为:

$$\hat{a} + \hat{b} = (\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \varepsilon(\mathbf{a}' + \mathbf{b}') \quad (8)$$

$$\lambda \hat{a} = \lambda \mathbf{a} + \lambda \varepsilon \mathbf{a}' \quad (9)$$

$$\hat{a} \cdot \hat{b} = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) + \varepsilon(\mathbf{b} \cdot \mathbf{a}' + \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}') \quad (10)$$

根据对偶四元数的定义, 单位对偶四元数其满足以下条件:

$$\hat{p}^* \cdot \hat{p} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

即单位对偶四元数的实部为单位四元数:

$$p^* \cdot p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

对偶部分与实部满足正交条件:

$$p_0 p'_0 + \langle \vec{p}, \vec{p}' \rangle = 0 \quad (13)$$

单位对偶四元数也可以用螺旋参数来表示^[10], 其方程形式为:

$$\hat{p} = \left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \hat{s} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \quad (14)$$

式中: 对偶向量 \hat{s} —使坐标系旋转和平移的向量(也称螺旋轴); θ —旋转和平移过程中的对偶角。

其分别定义为:

$$\hat{s} = \vec{l} + \varepsilon(\vec{m} \times \vec{l}) \quad (15)$$

$$\hat{\theta} = \theta + \varepsilon d \quad (16)$$

对偶四元数的旋转和平移如图2所示。

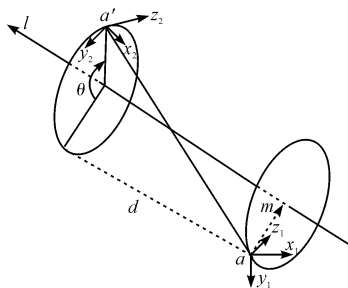


图2 对偶四元数的旋转和平移表示

由图2可知: 该方式的物理意义为原始坐标 a 沿单位向量 \vec{l} 平移距离 d (即螺距), 然后再沿此轴旋转 θ 角, 得到坐标 a' 。 \vec{l} 过点 m 。

最后, 将式(13, 14)代入式(12), 得到单位对偶四元数的螺旋参数:

$$\hat{p} = \begin{bmatrix} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \vec{l} \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} -\frac{d}{2} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \frac{d}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \vec{l} + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \vec{m} \times \vec{l} \end{bmatrix} \quad (17)$$

2.2 对偶四元数的刚体运动描述

在三维欧氏空间中, 刚体运动就是坐标绕螺旋轴的旋转和平移运动, 那么考虑用 4×4 矩阵 T 来描述刚体的运动学模型, 其包括旋转矩阵 R 和平移向量 t :

$$T = \begin{pmatrix} R & t \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \quad (18)$$

那么矩阵 T 就可以以式(17)中单位对偶四元数的形式显示出来:

$$d = \langle \vec{l}, \vec{l} \rangle \quad (19)$$

式中: $\mathbf{l} \in R^3$ —旋转轴(并且 $\|\mathbf{l}\| = 1$); θ —旋转角, $\theta \in (-\pi, \pi)$ 。

根据文献[10]的描述, 旋转矩阵 R 对应的对偶四元数表示为:

$$R = (p_0 - \vec{p}'^T \vec{p}) I_{3 \times 3} + 2 \vec{p} \vec{p}'^T + 2p_0 K(\vec{p}) \quad (20)$$

$$K(\vec{p}) = \begin{bmatrix} 0 & -p_3 & p_2 \\ p_3 & 0 & -p_1 \\ -p_2 & p_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

而运动平移部分可以写为单位对偶四元数的对偶部分与单位四元数 p 的共轭相关的方式, 即:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \vec{t} \end{pmatrix} = 2p'p^* \quad (22)$$

2.3 传统利用对偶四元数求解标定方程算法

2.3.1 对偶四元数公式的描述

令 $\hat{a}_i = \mathbf{a}_i + \varepsilon \mathbf{a}'_i$, $\hat{b}_i = \mathbf{b}_i + \varepsilon \mathbf{b}'_i$ 为第 i 次位姿变换中矩阵 A, B 对应的单位对偶四元数, $\hat{q} = \mathbf{q} + \varepsilon \mathbf{q}'$ 为矩阵 X 对应的单位对偶四元数, 用至少 2 次非平行的旋转轴得到 $N(N \geq 2)$ 次运动姿态 $\{(\mathbf{a}_i, \mathbf{a}'_i); (\mathbf{b}_i, \mathbf{b}'_i)\}$ 。那么标定方程(1)式可以写为:

$$\hat{a}_i \cdot \hat{q} = \hat{q} \cdot \hat{b}_i \quad (23)$$

根据对偶四元数的相关运算, 其可以分为实部和共轭部分, 实部为:

$$\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{q} = \mathbf{q} \cdot \mathbf{b}_i \quad (24)$$

对偶部分为:

$$\mathbf{a}'_i \cdot \mathbf{q} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{q}' = \mathbf{q} \cdot \mathbf{b}'_i + \mathbf{q}' \cdot \mathbf{b}_i \quad (25)$$

2.3.2 传统对偶四元数算法的求解过程

文献[6]中已经证明了 \hat{a} 的标量部分和 \hat{b} 的标量部分相等。根据螺旋表示法, 运动 A 和 B 的旋转角和平移间距相等。在利用对偶四元数的经典求解中考虑了这种性质来去除冗余方程。因此, 可以得到 6 个方程其中含有 8 个未知数, 可以写成如下的矩阵形式:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \vec{a} - \vec{b} & [\vec{a} + \vec{b}]_{\times} \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \vec{a}' - \vec{b}' & [\vec{a}' - \vec{b}']_{\times} \vec{a} - \vec{b} & [\vec{a} + \vec{b}]_{\times} \end{pmatrix}}_M \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{q}' \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (26)$$

式中： M — 6×8 的矩阵。

未知向量 (q^T, q'^T) 是 8 维的。所以对 i 次运动可以构造如下 $6i \times 8$ 的矩阵：

$$T = (M_1^T \ M_2^T \ \dots \ M_i^T)^T \quad (27)$$

当 $i = N$ 且该数据无噪声时矩阵 T 的秩为 6。如果所有运动的旋转轴相互平行，则矩阵 L 的秩为 5。对 T 进行奇异值分解 $T = USV^T$ ，其中： U —左奇异矩阵， V —右奇异矩阵， S —奇异值组成的对角阵。通过奇异值分解可推断出两个对偶四元数基包含了矩阵 P 的右零空间。将零空间和由等式(12)代表实数部分与等式(13)代表对偶部分的单位四元数的子空间的交集作为有效四元数的解。用两个对偶四元数 \hat{u} 和 \hat{v} 生成矩阵 P 的右零空间。等式(27)的对偶四元数解集可以表示为：

$$\hat{q} = \alpha_1 \hat{u} + \alpha_2 \hat{v}, \alpha_1, \alpha_2 \in \mathbf{R} \quad (28)$$

式中： α_1, α_2 —由等式(11,13)确定。

利用单位四元数的两个性质可获得两个二阶多项式 $\Gamma_{\hat{u}, \hat{v}}(\lambda)$ 和 $\Delta_{\hat{u}, \hat{v}}(\lambda)$ 。由于 α_1 和 α_2 不同时为零，可设 $\lambda = \alpha_1 / \alpha_2$ 。首先求解二阶方程 $(\Delta_{\hat{u}, \hat{v}}(\lambda) = 0)$ ，并且从所求得两个解中取使多项式函数 $\Gamma_{\hat{u}, \hat{v}}(\lambda)$ 最大化的设为 λ_0 ，那么 α_1 和 α_2 可由如下式计算：

$$\alpha_2 = \frac{1}{\Gamma_{\hat{u}, \hat{v}}(\lambda_0)}, \alpha_1 = \lambda_0 \alpha_2 \quad (29)$$

最终得到对偶四元数 \hat{q} ，然后利用等式(20)中的旋转矩阵对偶四元数的表示法计算出旋转矩阵 R 。再利用等式(22)求解出平移向量。

2.4 利用对偶四元数求解标定方程的改进算法

由于噪声的干扰，传统对偶四元数算法非常不稳定。本文对传统对偶四元数算法进行了以下改进：

(1)在求解过程中引用标量部分，利用标量部分来平衡估计值；

(2)由于刚体运动螺旋表示中的旋转是独立于平移的，为避免平移噪声对旋转求解的影响，将分别估计旋转和平移；

(3)利用无穷范数局部优化算法将对偶四元数的对偶部分进行优化，得到较优的对偶值。

2.4.1 对偶四元数实部的求解

根据四元数的运算，对偶四元数实部部分的等式(24)可以写为：

$$\begin{pmatrix} a_{i0} - b_{i0} & -(\vec{a}_i - \vec{b}_i)^T \\ \vec{a}_i - \vec{b}_i & [\vec{a}_i + \vec{b}_i] + (a_{i0} - b_{i0}) \mathbf{I}_3 \end{pmatrix} \mathbf{q} = 0 \quad (30)$$

式中： \mathbf{I}_3 — 3×3 的单位矩阵； $\mathbf{K}(\mathbf{a}_i, \mathbf{b}_i)$ ($i = 2 \dots N$)—对

每一对 $(\mathbf{a}_i, \mathbf{b}_i)$ 来说都是 4×4 的矩阵。

所以对 i 次运动可以构造如下 $4i \times 4$ 的矩阵：

$$\mathbf{L}_i \mathbf{q} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}(\mathbf{a}_1, \mathbf{b}_1) \\ \vdots \\ \mathbf{K}(\mathbf{a}_i, \mathbf{b}_i) \end{pmatrix} \mathbf{q} = 0 \quad (31)$$

当 $i = N$ 且该数据无噪声时矩阵 L 的秩为 4，对其进行奇异值分解 $L = USV^T$ ，其中： U —左奇异矩阵， U —右奇异矩阵， S —奇异值组成的对角阵。奇异值矩阵 S 中最小的奇异值对应的 S 中的奇异向量即为最小二乘解，从而得到单位四元数 \mathbf{q} 。

2.4.2 对偶四元数对偶部分的求解

(1)对偶四元数的对偶部分即等式(25)可以改写为：

$$\mathbf{K}(\mathbf{a}'_i, \mathbf{b}'_i) \mathbf{q} + \mathbf{K}(\mathbf{a}_i, \mathbf{b}_i) \mathbf{q}' = 0 \quad (32)$$

由于已经求出 \mathbf{q} 的解，那么上式中只有对偶部分 \mathbf{q}' 是未知的。对于 N 次位姿变换，可以得到下面的线性方程：

$$-\mathbf{L}'_i \mathbf{q}' = \mathbf{L}_i \mathbf{q}' \quad (33)$$

其中， \mathbf{L}_i 以等式(31)的定义形式。 \mathbf{L}'_i 同样定义，可得：

$$\mathbf{L}' = \begin{pmatrix} \mathbf{K}(\mathbf{a}'_1, \mathbf{b}'_1) \\ \vdots \\ \mathbf{K}(\mathbf{a}'_i, \mathbf{b}'_i) \end{pmatrix}_i \quad (34)$$

进一步，为了在三维欧氏空间中表示刚体的变换关系， \mathbf{q}' 必须满足等式(13)的条件，那么 \mathbf{q}' 的求解就可以转化为求解如下最小二乘问题：

$$\min_{e. q. 17} \| \mathbf{L}_i \mathbf{q}' + \mathbf{L}'_i \mathbf{q} \|_2 \quad (35)$$

式中： $\| \cdot \|_2$ — R^4 中的向量二范数。

(2)将上述最小二乘问题利用无穷范数进行求解，在满足等式(13)的条件下引入可变阈值 σ 将式(35)变为：

$$\min_{\sigma} (\mathbf{L}_i \mathbf{q}' + \mathbf{L}'_i \mathbf{q}) \quad (36)$$

约束条件为：

$$\begin{cases} (\mathbf{L}_i \mathbf{q}' + \mathbf{L}'_i \mathbf{q}) < \sigma \\ p_0 p'_0 + \langle \vec{p}, \vec{p}' \rangle = 0 \end{cases}, i = 2, 3, \dots, N \quad (37)$$

对上述不等式约束，在给定一个 σ 值的前提下，利用 Matlab 中的优化工具包对其求解，对于可行解 \mathbf{q}'_i ，其相应的误差为：

$$e_i = \max(\mathbf{L}_i \mathbf{q}'_i + \mathbf{L}'_i \mathbf{q}) \quad (38)$$

运用无穷范数求解 \mathbf{q}'_i 的过程如下：

给定 $\mathbf{L}_i, \mathbf{L}'_i$ ，设上下界初值 $r_{low} = 0, r_{high} = 2$ ，最大误差的初值 $e_{max} = 4$ ，而后执行算法 1：

算法 1:

```

while( $r_{high} - r_{low} > 1e^{-10}$ )
do  $\sigma = (r_{low} + r_{high})/2$ ;
if(满足式(13)且式(38)有可行解 &  $e_i < e_{max}$ )
{
    if( $abs(e_{max} - e_i) < 1e^{-10}$ ) break;
    else {  $r_{high} = \sigma; e_{max} = e_i$ ; }
}
end if
}
else  $r_{low} = \sigma$ ;
end if
end while
return  $q'$ 
    
```

利用求得的 q' 和 q 的共轭,将其带入等式(19)计算出平移向量 \vec{t} 。

3 数值仿真及结果分析

为了验证本文所采用的基于对偶四元数的标定方法的有效性,根据文献[11],本文利用 Matlab 进行仿真,分别考虑无噪声时本算法的精确性、标定方法对噪声的鲁棒性及运动次数对结果的影响这3种情况,并将结果与其它方法进行比较。首先给出一组初始数据进行验证,具体的数据描述如下:

- (1) 根据初始数据随机生成 N 个运动姿态矩阵 B_i ,服从均值为 0、平移和旋转角的标准差分别为 50/mm 和 30/deg 的均匀分布;
- (2) 随机生成 X 的真值;
- (3) 根据公式 $A_i = XB_iX^{-1}$, 计算摄像机的 N 个外参数矩阵 A_i 。

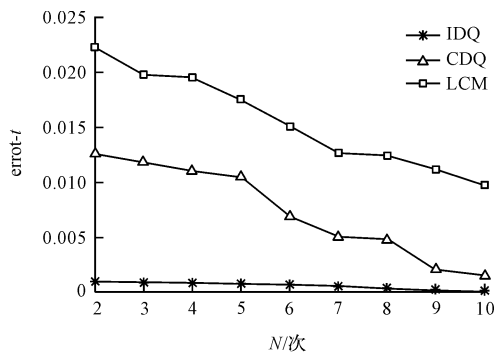
为了测定标定方法的精确性,以相对误差作为衡量标准,将标定结果记为 \tilde{X} , 旋转矩阵 R 和平移向量 t 的相对误差分别记为:

$$error-R = \frac{\|\tilde{R} - R\|}{\|R\|} \tag{39}$$

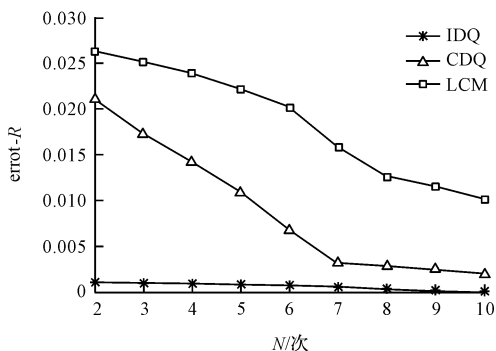
$$error-t = \frac{\|\tilde{t} - t\|}{\|t\|} \tag{40}$$

3.1 无噪声情况下标定算法精确性分析

当运动位姿不存在噪声的情况下,对不同的位姿数目 ($N=2,3,\dots,10$),本研究将测量数据 A_i 和测量数据 $B_i (i=1,2,\dots,N)$ 分别利用传统对偶四元数法(CDQ)、线性解耦分别估计算法(LCM)和本文改进对偶四元数法(IDQ)进行手眼标定,得到3种算法的误差估计,如图3所示。



(a) 相对平移误差与运动次数的关系



(b) 相对旋转误差与运动次数的关系

图3 无噪声情况下相对误差与运动次数的关系

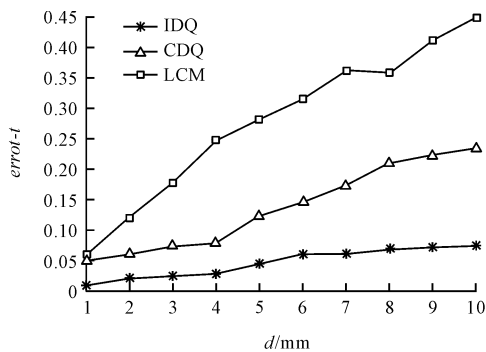
由图3可以发现:在相同位姿条件下,本文算法的相对旋转和平移误差最小,且随着运动次数的增大相对误差也越接近于0,而相对误差不等于0主要是因为计算过程中存在舍入误差的原因。

3.2 噪声对标定结果的鲁棒性分析

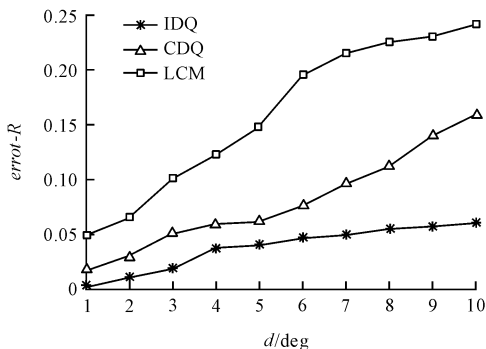
由于在手眼标定过程中,利用视觉估计在获得运动位姿矩阵 B 的过程中存在一定的噪声和误差,为了比较不同方法对输入的带扰动的摄像机运动位姿的鲁棒性,本研究在给定位姿数目 $N=10$ 的条件下,给摄像机的运动位姿矩阵 B_i 的旋转部分加入均值为零,标准差为 0.01 d/deg 的高斯噪声,平移部分加入均值为零,标准差为 0.02 d/mm 的高斯噪声,其中 d 为噪声水平(这里给定 $d=1,2,\dots,10$)。在取不同 d 值条件下,对测量数据 A_i 和包含噪声的测量数据 $B_i (i=1,2,\dots,N)$ 分别利用3种算法进行手眼标定。在不同噪声水平下分别仿真得出的旋转矩阵和平移向量的相对误差与 d 的关系。

噪声水平对标定精度的影响如图4所示。

从图4中可以看出:在噪声水平相等的条件下,本文的标定方法相对旋转和平移误差都最小,且随噪声增长的影响更小。因此本文算法估计更稳定,进一步说明分别求解旋转矩阵和平移变量的方法对噪声的鲁棒性更好。

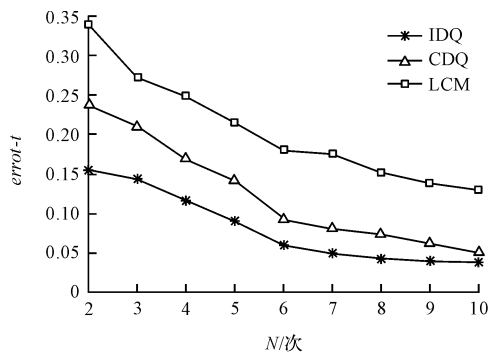


(a) 相对平移误差

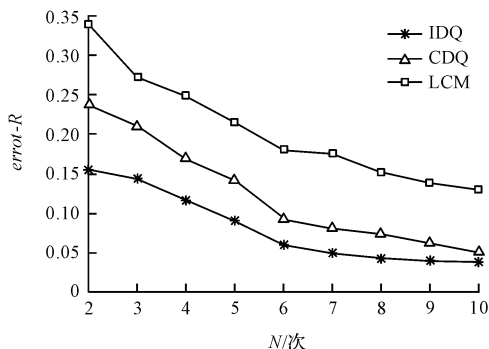


(b) 相对旋转误差

图 4 噪声水平对标定精度的影响



(a) 相对平移误差与N的关系



(b) 相对旋转误差与N的关系

图 5 运动次数对标定精度的影响

3.3 运动次数对标定结果的影响

手眼标定过程的运动位姿的次数 N 也会影响手眼标定的估计精度,因此,为使在最小运动次数的条件下获得较高精度的估计值,本文数值模拟出了 3 种算法对 N 的敏感性。仿真中,在相同的噪声水平(令 $d = 4$)条件下,取运动位姿的个数从 $N = 2$ 到 $N = 10$ 中的每个值,对测量数据 A_i 和包含噪声的测量数据 $B_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 分别利用 3 种算法进行标定,采用式(39, 40)计算相对旋转误差和相对平移误差,得到的相对误差与 N 的关系,如图 5 所示。

从图 5 中可以看出:在 N 相同的条件下,本文算法的相对误差最小,并且随着 N 的增大,其相对误差会慢慢收敛到水平方向,收敛速度也会慢慢减小。由于本文算法对噪声的扰动是比较稳定的,因此不需要较高的 N 值即可在最小运动次数的条件下获得比较稳定的值,根据图(3~5)的结果,并从运算成本和精度等方面综合考虑,依据本文的算法,取 $N = 7$ 是比较合理的。

4 结束语

本研究将对偶四元数应用到机器人的手眼标定中,建立了完整的机器人手眼标定运动模型,利用改进对偶四元数算法,得到了较优的对偶值,最后根据平移向量的相应运算得到平移向量。

仿真结果表明:本文算法分别估计旋转矩阵和平移向量优于传统对偶四元数的方法,对较小运动位姿次数具有较高的精确性和稳定性,且对噪声具有一定的鲁棒性,能满足手眼标定的精度要求。

参考文献(References):

[1] SHIU Y C, AHMAD S. Calibration of wrist mounted robotic sensors by solving homogeneous transform equations the form $AX = XB$ [J]. **IEEE Transaction on Robotics and Automation**, 1989, 5(1): 16-27.

[2] JACK C, CHOU K, KAMEL M. Quaternions approach to solve the kinematic equation of rotation, $A/suba/ A/3subx/$ (下转第 765 页)

本文引用格式:

王一凡,段锁林,高仁洲,等.基于对偶四元数的机器人手眼标定算法研究[J].机电工程,2019,36(7):755-760,765.

WANG Yi-fan¹, DUAN Suo-lin², GAO Ren-zhou, et al. Study on robot hand-eye calibration using dual quaternion[J]. **Journal of Mechanical & Electrical Engineering**, 2019, 36(7): 755-760, 765.