

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2019.06.001

直齿圆柱齿轮分度圆的裂纹损伤机理研究

翁武燕^{1,2}, 吴育仁^{2*}

(1. 福州大学 机械工程及自动化学院, 福建 福州 350116; 2. “中央”大学 工学院, 台湾 桃园 32001)

摘要: 针对齿轮分度圆位置长期处于交变载荷状态容易产生疲劳裂纹的问题, 综合考虑齿轮、转子和轴承之间的耦合关系, 建立了十二自由度齿轮—转子—轴承弯扭耦合非线性动力学模型, 并分析了分度圆裂纹对齿轮副时变啮合刚度的影响。采用 Runge-kutta 法求解了齿轮传动系统的运动微分方程, 获得了分度圆裂纹损伤状态下系统的动态响应, 研究了系统动态响应中的无量纲参数指标。研究结果表明: 当分度圆处存在裂纹损伤时, 齿轮系统时—频域上均呈现相应的损伤特征, 振动信号序列中的峭度指标、裕度因子、峰值因子和脉冲因子均随裂纹的加深而增大; 研究可为分度圆处裂纹损伤的演化机理分析和齿轮故障诊断研究提供理论基础。

关键词: 直齿轮; 裂纹; 时—频特性; 裂纹损伤

中图分类号: TH132.41

文献标志码: A

文章编号: 1001-4551(2019)06-0555-07

Fault mechanism of spur gears with crack damage of pitch circle

WENG Wu-yan^{1,2}, WU Yu-ren²

(1. School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China;

2. College of Engineering, Central University, Taoyuan 32001, China)

Abstract: Aiming at the problem of gear pitch circles are heavily affected by the alternating loads, which could easily lead to fatigue cracks, a coupling of 12-degree-of-freedom gear-rotor-bearing bending-torsion coupling was established by considering the coupling relationship between gear, rotor and bearing. The kinematic model and the effects of the pitch circle crack on the gear transmission system were reflected by the change of the integrated time-varying mesh stiffness. The Runge-kutta numerical solution was applied to formulate the differential equation of motion of spur gear transmission, and the dynamic response of the system under the circular crack with pitching was obtained, and which were applied to investigate the dimensionless parameter indicators in the dynamic response of the system. The results indicate that the corresponding damage signal appears in the time-frequency domain of the gear system when the crack occurs in the pitch circle. Meanwhile, the kurtosis pitch, margin factor, peak factor and pulse factor of the vibration signal sequence have obvious changes, and as the crack deepens, the kurtosis pitch of the vibration signal sequence also increases accordingly. This study can provide theoretical basis for the evolutionary mechanism of the crack damage in the gear pitch circles and the fault diagnosis of the gear transmission.

Key words: spur gear; crack; time-frequency characteristic; crack damage

0 引 言

长期处于高速、重载等恶劣工况下的齿轮传动系统, 容易产生疲劳裂纹损伤, 进而引起冲击激励, 影响齿轮传动系统的平稳性, 缩短其使用寿命^[1-3]。齿轮啮合时, 齿轮分度圆处的载荷较大, 容易出现裂纹损伤。

随着裂纹不断扩展, 最终将演化为断齿现象。为更好地监测齿轮传动系统的运行状态, 必须研究含分度圆裂纹损伤的齿轮系统动力学特性。

裂纹损伤作为齿轮传动系统中的一种典型损伤模式, 前人对其进行了大量研究^[4-8], 然而对分度圆裂纹损伤研究相对较少。其中, 文献[9]考虑了较为真实

收稿日期: 2019-01-02

作者简介: 翁武燕(1994-), 男, 福建平潭人, 硕士研究生, 主要从事齿轮系统动力学及故障机理的研究。E-mail: 969833312@qq.com

通信联系人: 吴育仁, 男, 博士, 副教授。E-mail: yurenwu@ncu.edu.tw

的齿根过渡圆弧曲线,修正了现有的用于计算时变啮合刚度的能量法,提高了计算时变啮合刚度的通用性,为研究齿轮裂纹损伤提供了理论基础;文献[10]利用能量法推导了含分度圆裂纹的齿轮啮合刚度计算模型,并通过建立六自由度的单级直齿轮动力学模型,分析了不同转速和负载下的动力学响应;文献[11]基于建立的直齿轮对有限元模型,研究了不同程度的分度圆裂纹损伤对时变啮合刚度和模态频率的影响;文献[12]建立了含分度圆裂纹损伤的三维弹性体模型,利用有限元理论和厚圆盘声辐射理论,通过仿真研究了齿轮裂纹损伤对齿轮结构声场特性的影响,为齿轮故障的无损检测提供了理论支撑;文献[13]通过有限元法求得齿轮时变啮合刚度,再导入到多体动力学软件 SIMPACK 中,对含分度圆裂纹损伤的齿轮系统进行了动态特性和故障诊断研究。

以上文献,均是利用软件仿真对含分度圆裂纹损伤的齿轮传动系统进行研究,但并未揭示分度圆裂纹损伤和动力学之间的内在联系;虽然对分度圆裂纹损伤和动力学之间的交互作用作了一定的研究,但在计算齿轮啮合刚度时,未考虑齿根过渡圆弧曲线的影响,且建立的动力学模型仅考虑了一对齿轮,未将轴和轴承纳入。

鉴于上述研究现状,本文通过建立十二自由度的单级齿轮—转子—轴承弯扭耦合动力学模型,并基于能量法计算含不同程度分度圆裂纹损伤的时变啮合刚度,通过动力学方程的求解,研究不同程度分度圆裂纹损伤对齿轮传动系统振动特性的影响,为齿轮传动系统的故障诊断及在线监测提供理论依据。

1 动力学建模

1.1 齿轮—转子—轴承耦合动力学建模

齿轮传动系统通常由齿轮、支承轴、轴承等零部件组成,一般可通过集中参数法建立其动力学模型。为方便建模,不妨作以下假设:

- (1) 简化直齿圆柱齿轮,相应位置轴承和轴为含集中质量的圆柱体;
 - (2) 将啮合副简化为弹簧和阻尼单元,其中弹簧系数和阻尼系数分别对应为齿轮副的啮合刚度和啮合阻尼;
 - (3) 忽略轮齿间啮合时的摩擦力,啮合力始终沿啮合线作用;
 - (4) 啮合阻尼、支承刚度和阻尼均为定值。
- 齿轮传动系统动力学模型如图 1 所示。

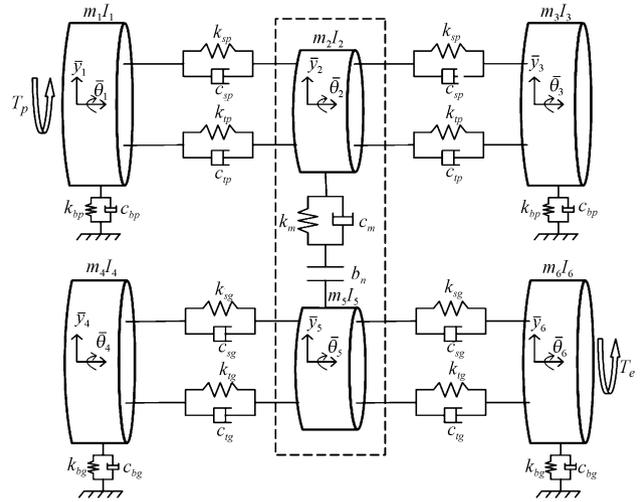


图 1 齿轮传动系统动力学模型

基于上述假设,该系统为单级齿轮传动平行转子系统,在考虑输入/输出、轴承支承等因素的情况下,建立 6 盘质量模型,其中,盘 2 和盘 5 分别代表主/从动轮,盘 1、3、4、6 分别代表相应位置的轴承和轴段;

每盘的质量为 m_i 、转动惯量为 I_i ,半径为 r_i ($i = 1 \sim 6$);

T_p 、 T_e 为作用在主/从动轴上的外力矩;

k_i 和 c_i ($i = bp, tp, sp, bg, tg, sg$) 分别代表主/从动轴的轴承、轴弯曲和轴扭转的刚度和阻尼;

k_m 和 c_m 齿轮啮合刚度和阻尼;

\bar{y}_i 和 $\bar{\theta}_i$ 分别代表各质量盘沿 y 轴振动位移和绕 x 轴扭转角位移, ($i = 1 \sim 6$)。

1.2 齿轮系统刚度计算

在直齿轮传动中,由于啮合的齿对数周期性变化,轮齿的变形也呈现周期性变化,在轮齿单双齿交替时,啮合刚度会产生突变。本文采用势能法计算齿轮的时变啮合刚度,一般认为啮合副存在以下各项势能:赫兹势能 U_h 、弯曲势能 U_b 、径向压缩变形能 U_a 、剪切变形能 U_s 和基体势能 U_f 。这 5 种势能分别对应赫兹刚度 k_h 、弯曲刚度 k_b 、径向压缩刚度 k_a 、剪切刚度 k_s 和齿基刚度 k_f 。由材料力学可知:

$$U_h = \frac{F^2}{2k_h}, U_b = \frac{F^2}{2k_b}, U_a = \frac{F^2}{2k_a}, U_s = \frac{F^2}{2k_s}, U_f = \frac{F^2}{2k_f} \quad (1)$$

式中: F —啮合点处的作用力。

因而,储存在一对啮合齿轮中总的势能 U 可以表示为两个啮合齿轮赫兹势能、弯曲势能、径向压缩变形能、剪切变形能和基体势能的总和,即:

$$U = \frac{F^2}{2k} = U_h + U_{b1} + U_{a1} + U_{s1} + U_{f1} + U_{b2} + U_{a2} + U_{s2} + U_{f2} =$$

$$\frac{F^2}{2} \left(\frac{1}{k_h} + \frac{1}{k_{b1}} + \frac{1}{k_{a1}} + \frac{1}{k_{s1}} + \frac{1}{k_{f1}} + \frac{1}{k_{b2}} + \frac{1}{k_{a2}} + \frac{1}{k_{s2}} + \frac{1}{k_{f2}} \right) \quad (2)$$

式中:下标 1,2—主/从动轮。

由此可知,一对轮齿啮合时总的刚度可表示为:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{k_h} + \frac{1}{k_{b1}} + \frac{1}{k_{a1}} + \frac{1}{k_{s1}} + \frac{1}{k_{f1}} + \frac{1}{k_{b2}} + \frac{1}{k_{a2}} + \frac{1}{k_{s2}} + \frac{1}{k_{f2}}} \quad (3)$$

两对轮齿啮合总的刚度可表示为:

$$k = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\frac{1}{k_h} + \frac{1}{k_{b1,i}} + \frac{1}{k_{a1,i}} + \frac{1}{k_{s1,i}} + \frac{1}{k_{f1,i}} + \frac{1}{k_{b2,i}} + \frac{1}{k_{a2,i}} + \frac{1}{k_{s2,i}} + \frac{1}{k_{f2,i}}} \quad (4)$$

式中: $i = 1, 2$ —第一和第二对轮齿啮合。

分度圆裂纹损伤模型如图 2 所示。

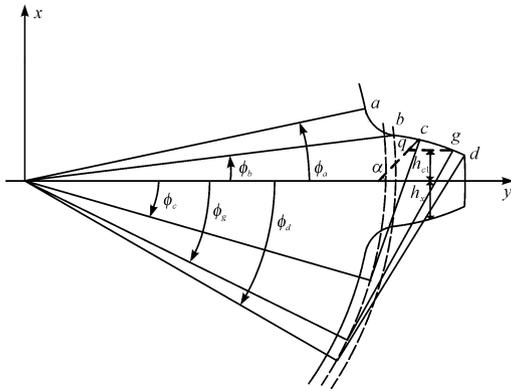


图 2 分度圆裂纹损伤模型

ab —齿根过渡曲线; bd —渐开线齿廓; c —分度圆处
点轮齿裂纹损伤时的受力边界线端点; $\phi_i (i = a, b, c, d,$
 $g)$ —轮齿 i 点处所对应的转角。

本文设置裂纹 q 的角度 α 为 45° 。

分度圆处存在裂纹损伤时,一般认为赫兹刚度、径向压缩刚度和齿基刚度仍和正常齿轮一样,而弯曲刚度和剪切刚度由于会因为裂纹而变化。由式(5)可知,当轮齿发生裂纹损伤时,由于轮齿的受力范围发生改变,导致用于计算刚度的有效受力面积 A_x 和惯性矩 I_x 也发生改变,即:

$$U_b = \frac{F^2}{2k_b} = \int_0^d \frac{[F_b(d-x) - F_a h]^2}{2EI_x} dx$$

$$U_s = \frac{F^2}{2k_s} = \int_0^d \frac{1.2F_b^2}{2GA_x} dx \quad (5)$$

式中: F_b —啮合点处作用力的切向力; d —啮合点到基圆的距离; I_x, A_x —距离基圆 x 处轮齿的惯性矩和截面积; E —弹性模量; G —剪切模量; h —啮合点距轮齿中心线的距离。

裂纹 q 的长度不超过轮齿中心线时,分度圆裂纹的计算有以下两种情况:

(1) 当裂纹 q 所对应的 g 点位置未超过 d 时,即 $\phi_g \leq \phi_d$ 时,有效面积和惯性矩可表示为:

$$A_x = \begin{cases} (h_{c1} + h_x)L & \phi_c \leq x \leq \phi_g \\ (2h_x)L & \phi_b < x < \phi_c \text{ and } \phi_g < x < \phi_d \end{cases} \quad (6)$$

$$I_x = \begin{cases} \frac{1}{12}(h_{c1} + h_x)^3 L & \phi_c \leq x \leq \phi_g \\ \frac{1}{12}(2h_x)^3 L & \phi_b < x < \phi_c \text{ and } \phi_g < x < \phi_d \end{cases} \quad (7)$$

(2) 当裂纹 q 所对应的 g 点位置超过 d 时,即 $\phi_g > \phi_d$ 时,有效面积和惯性矩可表示为:

$$I_x = \begin{cases} \frac{1}{12}(h_{c1} + h_x)^3 L & \phi_c \leq x \leq \phi_d \\ \frac{1}{12}(2h_x)^3 L & \phi_b < x < \phi_c \end{cases} \quad (8)$$

$$A_x = \begin{cases} (h_{c1} + h_x)L & \phi_c \leq x \leq \phi_d \\ (2h_x)L & \phi_b < x < \phi_c \end{cases} \quad (9)$$

$$h_{c1} = h_c - qs \sin \alpha \quad (10)$$

式中: L —轮齿齿宽; h_x —轮齿上任意一点 x 到轮齿中线的距离; h_c —轮齿上 c 点到轮齿中线的距离。

在考虑转子的剪切变形基础上,本文根据 Timoshenko 梁的理论^[14],可求得:

$$k_t = \frac{GJ}{l} \quad k_s = \frac{EI_x}{l} + \frac{GA_l}{4k_{xz}} \quad (11)$$

式中: G —材料的剪切模量; J —圆截面极惯性矩; l —转子的长度; E —材料的弹性模量; I_x —截面的惯性矩; A —转子横截面面积; k_{xz} —考虑剪切变形不均而引入的校正因子。

滚动轴承的支承刚度一般是指轴承的径向支承刚度,其计算公式如下^[15]:

$$k = \frac{F}{\delta_1 + \delta_2 + \delta_3} \quad (12)$$

式中: F —轴承承载的最大当量动载荷; δ_1 —轴承的径向弹性位移; δ_2, δ_3 —轴承外径与基座孔的接触变形量和轴承内径与支承轴直径的接触变形量。

轴承没有预紧,轴承存在游隙时,轴承的径向弹性位移 δ_1 表达式为:

$$\delta_1 = \beta \delta_0 - \frac{g}{2} \quad (13)$$

$$\beta = 0.0077 \times \left(\frac{g}{\delta_0}\right)^3 + 0.1107 \times \left(\frac{g}{\delta_0}\right)^2 + 0.4728 \times \left(\frac{g}{\delta_0}\right) + 1.0268 \quad (14)$$

式中: δ_0 —无游隙时轴承的径向弹性变形; g —游隙。

轴承外径与基座孔为间隙配合,轴承外径与基座孔的接触变形量 δ_2 表达式为:

$$\delta_2 = H_1 \Delta \quad (15)$$

式中: H_1 —系数; Δ —间隙量。

轴承内径与支承轴直径为过盈配合,轴承内径与支承轴直径的接触变形量 δ_3 的计算式为:

$$\delta_3 = \frac{0.204H_2F}{\pi bd} \quad (16)$$

式中: H_2 —系数; b —圈套的宽度; d —轴承内圈直径。

1.3 齿轮—转子—轴承耦合动力学方程

由主/从动轮啮合线上的几何关系可得,齿轮间

$$\begin{cases} m_1 \ddot{y}_1 + k_{sp}(\bar{y}_1 - \bar{y}_2) + c_{sp}(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + k_{bp} \bar{y}_1 + c_{bp} \dot{y}_1 = 0 \\ I_1 \ddot{\theta}_1 + k_{tp}(\bar{\theta}_1 - \bar{\theta}_2) + c_{tp}(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) = T_p \\ m_2 \ddot{y}_2 + k_{sp}(\bar{y}_2 - \bar{y}_1) + k_{sp}(\bar{y}_2 - \bar{y}_3) + c_{sp}(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + c_{sp}(\dot{y}_2 - \dot{y}_3) + F_m = 0 \\ I_2 \ddot{\theta}_2 + k_{tp}(\bar{\theta}_2 - \bar{\theta}_1) + k_{tp}(\bar{\theta}_2 - \bar{\theta}_3) + c_{tp}(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + c_{tp}(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3) + F_m r_2 = 0 \\ m_3 \ddot{y}_3 + k_{sp}(\bar{y}_3 - \bar{y}_2) + c_{sp}(\dot{y}_3 - \dot{y}_2) + k_{bp} \bar{y}_3 + c_{bp} \dot{y}_3 = 0 \\ I_3 \ddot{\theta}_3 + k_{tp}(\bar{\theta}_3 - \bar{\theta}_2) + c_{tp}(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_2) = 0 \\ m_4 \ddot{y}_4 + k_{sg}(\bar{y}_4 - \bar{y}_5) + c_{sg}(\dot{y}_4 - \dot{y}_5) + k_{bg} \bar{y}_4 + c_{bg} \dot{y}_4 = 0 \\ I_4 \ddot{\theta}_4 + k_{tg}(\bar{\theta}_4 - \bar{\theta}_5) + c_{tg}(\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_5) = 0 \\ m_5 \ddot{y}_5 + k_{sg}(\bar{y}_5 - \bar{y}_4) + k_{sg}(\bar{y}_5 - \bar{y}_6) + c_{sg}(\dot{y}_5 - \dot{y}_4) + c_{sg}(\dot{y}_5 - \dot{y}_6) - F_m = 0 \\ I_5 \ddot{\theta}_5 + k_{tg}(\bar{\theta}_5 - \bar{\theta}_4) + k_{tg}(\bar{\theta}_5 - \bar{\theta}_6) + c_{tg}(\dot{\theta}_5 - \dot{\theta}_4) + c_{tg}(\dot{\theta}_5 - \dot{\theta}_6) - F_m r_5 = 0 \\ m_6 \ddot{y}_6 + k_{sg}(\bar{y}_6 - \bar{y}_5) + c_{sg}(\dot{y}_6 - \dot{y}_5) + k_{bg} \bar{y}_6 + c_{bg} \dot{y}_6 = 0 \\ I_6 \ddot{\theta}_6 + k_{tg}(\bar{\theta}_6 - \bar{\theta}_5) + c_{tg}(\dot{\theta}_6 - \dot{\theta}_5) = -T_e \end{cases} \quad (19)$$

为了便于对动力学方程进行求解,必须对上述动力学方程进行无量纲化处理。方程引入位移标称尺度 b_c, b_c 取齿侧间隙 b_n 的一半,时间标称尺度 ω_n ,令:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{m0}}{(1/m_2 + 1/m_5)}} \text{ 其中, } k_{m0} \text{ 为能量法所求刚度的均值。}$$

其他无量纲参数可表示为:

$$t = \omega_n \bar{t} \quad u(\bar{t}) = \frac{\bar{u}(\bar{t})}{b_c}$$

$$y_i(\bar{t}) = \frac{\bar{y}_i(\bar{t})}{b_c} \quad \theta_i(\bar{t}) = \frac{\bar{\theta}_i(\bar{t})}{b_c} (i = 1 \sim 6)$$

$$K_{sij} = \frac{k_{sp}}{m_i b_c \omega_n^2} \quad C_{sij} = \frac{c_{sp}}{m_i b_c \omega_n^2} (i = 1 \sim 3, j = 1 \sim 2)$$

$$K_{tij} = \frac{k_{tp}}{I_i b_c \omega_n^2} \quad C_{tij} = \frac{c_{tp}}{I_i b_c \omega_n^2} (i = 1 \sim 3, j = 1 \sim 2)$$

$$K_{bi} = \frac{k_{bp}}{m_i b_c \omega_n^2} \quad C_{bi} = \frac{c_{bp}}{m_i b_c \omega_n^2} (i = 1 \sim 3)$$

沿啮合线上的相对振动位移 $\bar{u} = \bar{y}_2 - \bar{y}_5 + r_2 \bar{\theta}_2 - r_5 \bar{\theta}_5$, 齿轮副沿啮合线方向上的合力可表示为:

$$\bar{F}_m = k_m f(\bar{u}) + c_m f(\dot{\bar{u}}) \quad (17)$$

其中,啮合副齿侧间隙函数 $f(\bar{u})$ 表达式如下:

$$f(\bar{u}) = \begin{cases} \bar{u} - b_n/2 & \bar{u} > b_n/2 \\ 0 & |\bar{u}| \leq b_n/2 \\ \bar{u} + b_n/2 & \bar{u} < -b_n/2 \end{cases} \quad (18)$$

式中: b_n —啮合副的齿侧间隙。

如上述图 1 所示,通过对齿轮—转子—轴承弯扭耦合系统的简化,其动力学方程可表示为:

$$K_{sij} = \frac{k_{sg}}{m_i b_c \omega_n^2} \quad C_{sij} = \frac{c_{sg}}{m_i b_c \omega_n^2} (i = 4 \sim 6, j = 1 \sim 2)$$

$$K_{tij} = \frac{k_{tg}}{I_i b_c \omega_n^2} \quad C_{tij} = \frac{c_{tg}}{I_i b_c \omega_n^2} (i = 4 \sim 6, j = 1 \sim 2)$$

$$K_{bi} = \frac{k_{bg}}{m_i b_c \omega_n^2} \quad C_{bi} = \frac{c_{bg}}{m_i b_c \omega_n^2} (i = 4 \sim 6) \quad (20)$$

令 $\dot{\bar{y}}_i(\bar{t})$ 和 $\ddot{\bar{y}}_i(\bar{t})$ 分别表示 $\bar{y}_i(\bar{t})$ 对时间 \bar{t} 一阶导数和二阶导数,则有:

$$\dot{\bar{y}}_i(\bar{t}) = \frac{d\bar{y}_i}{d\bar{t}} = \frac{d\bar{y}_i}{dt} \frac{dt}{d\bar{t}} = b_c \omega_n \dot{y}_i (i = 1 \sim 6) \quad (21)$$

$$\ddot{\bar{y}}_i(\bar{t}) = \frac{d\dot{\bar{y}}_i}{d\bar{t}} = \frac{d\dot{\bar{y}}_i}{dt} \frac{dt}{d\bar{t}} = b_c \omega_n^2 \ddot{y}_i (i = 1 \sim 6) \quad (22)$$

同理可得:

$$\dot{\bar{\theta}}_i(\bar{t}) = b_c \omega_n \dot{\theta}_i \quad \ddot{\bar{\theta}}_i(\bar{t}) = b_c \omega_n^2 \ddot{\theta}_i (i = 1 \sim 6)$$

$$\dot{\bar{u}}(\bar{t}) = b_c \omega_n \dot{\bar{\theta}} \dot{\bar{u}}(\bar{t}) = b_c \omega_n^2 \ddot{u} \quad (23)$$

经无量纲化处理,得到的齿轮系统动力学微分方程为:

$$\begin{cases}
 \ddot{y}_1 + K_{s11}(y_1 - y_2) + C_{s11}(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + K_{bp}y_1 + C_{bp}\dot{y}_1 = 0 \\
 \ddot{\theta}_1 + K_{t11}(\theta_1 - \theta_2) + C_{t11}(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) = T_p/I_1 b_c \omega_n^2 \\
 \ddot{y}_2 + K_{s21}(y_2 - y_1) + K_{s22}(y_2 - y_3) + C_{s21}(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + C_{s22}(\dot{y}_2 - \dot{y}_3) + F_m/m_2 b_c \omega_n^2 = 0 \\
 \ddot{\theta}_2 + K_{t21}(\theta_2 - \theta_1) + K_{t22}(\theta_2 - \theta_3) + C_{t21}(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + C_{t22}(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3) + F_m r_2/I_2 b_c \omega_n^2 = 0 \\
 \ddot{y}_3 + K_{s31}(y_3 - y_2) + C_{s31}(\dot{y}_3 - \dot{y}_2) + K_{bp}y_3 + C_{bp}\dot{y}_3 = 0 \\
 \ddot{\theta}_3 + K_{t31}(\theta_3 - \theta_2) + C_{t31}(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_2) = 0 \\
 \ddot{y}_4 + K_{s41}(y_4 - y_5) + C_{s41}(\dot{y}_4 - \dot{y}_5) + K_{bg}y_4 + C_{bg}\dot{y}_4 = 0 \\
 \ddot{\theta}_4 + K_{t41}(\theta_4 - \theta_5) + C_{t41}(\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_5) = 0 \\
 \ddot{y}_5 + K_{s51}(y_5 - y_4) + K_{s52}(y_5 - y_6) + C_{s51}(\dot{y}_5 - \dot{y}_4) + C_{s52}(\dot{y}_5 - \dot{y}_6) - F_m/m_5 b_c \omega_n^2 = 0 \\
 \ddot{\theta}_5 + K_{t51}(\theta_5 - \theta_4) + K_{t52}(\theta_5 - \theta_6) + C_{t51}(\dot{\theta}_5 - \dot{\theta}_4) + C_{t52}(\dot{\theta}_5 - \dot{\theta}_6) - F_m r_5/I_5 b_c \omega_n^2 = 0 \\
 \ddot{y}_6 + K_{s61}(y_6 - y_5) + C_{s61}(\dot{y}_6 - \dot{y}_5) + K_{bg}y_6 + C_{bg}\dot{y}_6 = 0 \\
 \ddot{\theta}_6 + K_{t61}(\theta_6 - \theta_5) + C_{t61}(\dot{\theta}_6 - \dot{\theta}_5) = -T_e/I_6 b_c \omega_n^2
 \end{cases} \quad (24)$$

1.4 无量纲参数指标

峭度指标是反映信号尖峰度的无量纲参数,对信号中冲击成分特别敏感^[16]。其表达式为:

$$K_q = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (x(n) - X_{av})^4 / \sigma^4 \quad (25)$$

式中: N —信号序列总点数; $x(n)$ —振动信号序列; X_{av} —振动信号序列平均幅值; σ —振动信号序列标准差。

裕度因子 L 、峰值因子 C 、波形因子 S 、脉冲因子 I_q 表达式如下^[17]:

$$L = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (X_{peak}/S_r) \quad C = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (X_{peak}/X_{rms}) \quad (26)$$

$$I = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (X_{peak}/X_{av}) \quad S = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (X_{peak}/X_{av}) \quad (27)$$

式中: X_{peak} —振动信号序列峰值; S_r —振动信号序列方根幅值; X_{rms} —振动信号序列有效值。

2 数值仿真与分析

齿轮系统主要参数如表1所示。

表1 齿轮系统主要参数

系统部件	参数	符号	数值	参数	符号	数值
齿轮	模数/mm	m	1.5	齿数	z_1/z_2	36/90
	质量/kg	m_2/m_5	0.2/1.6	转动惯量/($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	I_1/I_2	$9 \times 10^{-5}/3.70 \times 10^{-3}$
	输入转速/($\text{r} \cdot \text{min}^{-1}$)	n_p	1 000	平均啮合刚度/($\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$)	K_{m0}	2.747×10^8
	齿侧间隙/m	b_n	1×10^{-6}	啮合阻尼/($\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$)	c_m	6 660
轴	弯曲刚度/($\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$)	k_s	4.71×10^8	弯曲阻尼/($\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$)	c_{sp}/c_{sg}	872
	扭转刚度/($\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$)	k_t	3.45×10^4	扭转阻尼/($\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$)	c_{tp}/c_{tg}	75
	输入转矩/($\text{N} \cdot \text{m}$)	T_p	40	负载/($\text{N} \cdot \text{m}$)	T_e	100
轴承	轴承刚度/($\text{N} \cdot \text{m}$)	k_b	1.04×10^9	轴承阻尼/($\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$)	c_{bp}/c_{bg}	144/408

本研究在三维软件 SolidWork 中对齿轮—转子—轴承系统各质量盘进行建模,测出各质量盘的质量和

转动惯量。其中,集中质量盘主要参数如表2所示。

表2 集中质量盘主要参数

参数	圆盘1	圆盘2	圆盘3	圆盘4	圆盘5	圆盘6
质量 $m/(\text{m} \cdot \text{kg}^{-1})$	0.41	0.2	0.41	0.41	1.6	0.41
转动惯量 $I/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	2.63×10^{-4}	9×10^{-5}	2.63×10^{-4}	2.63×10^{-4}	3.70×10^{-3}	2.63×10^{-4}

本研究通过能量法计算主动轮上, $q=0 \text{ mm}$ (健康状态)、 $q=0.7 \text{ mm}$ 和 $q=1.1 \text{ mm}$ 3种不同损伤的时变啮合刚度,得到齿轮的啮合刚度曲线。

不同裂纹尺寸影响的单对齿轮副啮合刚度曲线如

图3所示。

健康单对齿轮副啮合刚度的变化区间在 $140 \text{ N}/\mu\text{m} \sim 210 \text{ N}/\mu\text{m}$ 之间,随着主动轮转角 θ_m 的逐渐增大,单对齿轮副在从齿根到齿顶啮合的过程中,其啮合刚度逐

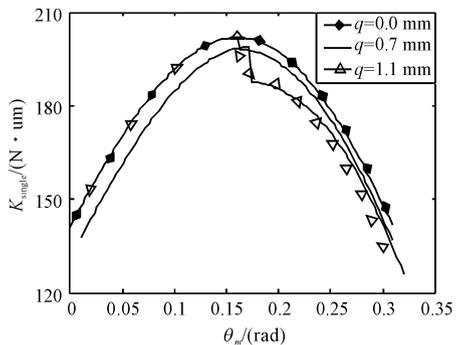


图 3 不同裂纹尺寸影响的单对齿轮副啮合刚度曲线

渐增大,在分度圆处达到最大值 202 N/μm,随后啮合刚度又逐渐降低。

当存在分度圆裂纹损伤时,单对齿轮副啮合刚度在分度圆处阶跃性下降,并且随着裂纹损伤程度逐渐加深,这种下降程度越明显。这主要是由于分度圆裂纹损伤的存在,实际参与啮合轮齿的截面积与惯性矩较健康轮齿有所降低,使得弯曲势能和剪切势能也有所下降;另外,随着故障程度加深,轮齿截面积与惯性矩下降越大,这是导致齿轮啮合刚度突然下降的主要原因。

不同裂纹尺寸影响的齿轮综合啮合刚度曲线如图 4 所示。

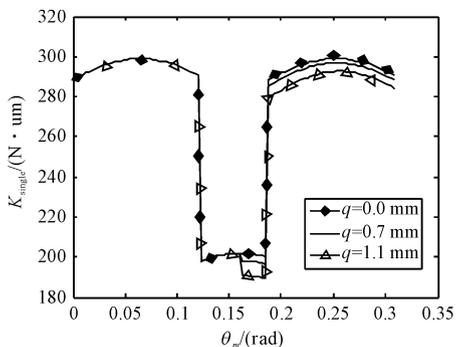


图 4 不同裂纹尺寸影响的齿轮综合啮合刚度曲线

由图 4 可知:与健康齿轮综合啮合刚度曲线相比,含不同尺寸裂纹损伤齿轮的综合啮合刚度曲线,在前一个双齿啮合区和单齿啮合区的分度圆之前部分未发生变化。

分度圆裂纹损伤的影响范围主要在单齿啮合区的分度圆之后部分和后一个双齿啮合区,随着裂纹尺寸的增大,综合啮合刚度降低的幅值越明显,且在受裂纹影响的单齿啮合区比双齿啮合区下降的幅值更大。这主要是由于齿轮在从齿根到分度圆的啮合过程中,未受到分度圆裂纹故障的影响。从分度圆到齿顶的啮合过程中,受分度圆裂纹故障的影响,齿轮综合啮合刚度呈现不同程度的降低。

本研究把齿轮—转子—轴承系统主要参数代入到前文所建的动力学方程中,采用 Runge-Kutta 法,对系统进行求解。笔者选择主动轮裂纹长度 $q = 0 \text{ mm}$ 、 $q =$

0.7 mm 和 $q = 1.1 \text{ mm}$ 3 种不同损伤进行仿真。

齿轮系统时—频域特征响应如图(5~7)所示。

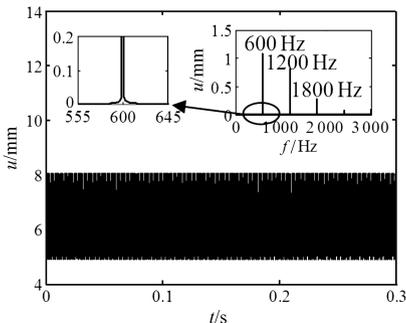


图 5 齿轮系统时—频域特征响应($q = 0 \text{ mm}$)

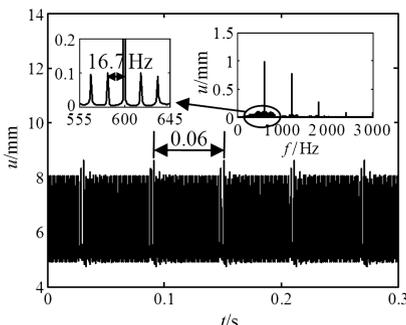


图 6 齿轮系统时—频域特征响应($q = 0.7 \text{ mm}$)

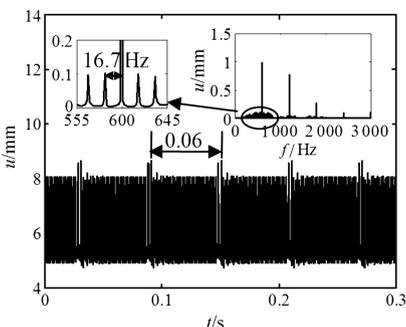


图 7 齿轮系统时—频域特征响应($q = 1.1 \text{ mm}$)

由图(5~7)可知:健康齿轮与含分度圆裂纹损伤齿轮整体时域上的幅值未发生明显改变,但含裂纹故障的齿轮系统在轮齿啮合时,会出现周期性的冲击响应,其冲击间隔时间为 0.06 s。随着裂纹尺寸的增大,冲击幅值也相应增大。这是由于分度圆损伤的存在,轮齿在啮合到故障位置时刚度激励突然改变,导致齿轮系统出现周期性冲击的动态响应,并且冲击间隔等于主动齿轮的旋转周期。

健康齿轮系统的频谱主要表现为啮合频率和其谐波成分,其啮合频率为 600 Hz。对于含分度圆裂纹损伤的齿轮系统,其频谱图上原有的啮合频率和其谐波成分仍然存在,在啮合频率和其谐波成分附近出现了边频带,相邻边频的间距 16.7 Hz。随着裂纹损伤程度的加深,边频带的幅值也相应增大。

由此可知:当分度圆处发生裂纹损伤时,频域上会出现边频带,且边频带的间隔为含裂纹齿轮所在轴的轴频。随着裂纹损伤程度的增大,边频带的幅值也相应地增大。

由于分度圆裂纹损伤比较微弱,在时—频域上的区别不能明显体现。因此,本研究引入无量纲参数指标来反映系统的振动响应。

无量纲参数指标如表3所示。

表3 无量纲参数指标

参数指标	$q=0$ mm	$q=0.7$ mm	$q=1.1$ mm
峭度指标 K_q	2.867	3.065	3.116
裕度因子 L	1.369	1.467	1.477
峰值因子 C	1.399	1.499	1.500
波形因子 S	1.014	1.015	1.015
脉冲因子 I_q	1.389	1.489	1.490

由表3可知:当轮齿发生分度圆裂纹损伤时,峭度指标、裕度因子、峰值因子和脉冲因子对轮齿啮合冲击信号非常敏感,其值有明显的变化,而波形因子只有微弱变化。其中,峭度指标随着裂纹损伤的加剧而增大,裕度因子、峰值因子和脉冲因子则没有明显变化。

由此说明,当轮齿出现分度圆裂纹损伤时,峭度指标、裕度因子、峰值因子和脉冲因子可作为反映齿轮是否发生故障的指标;同时,峭度指标能较好地反映分度圆裂纹的损伤程度。

3 结束语

本文通过对含不同分度圆裂纹损伤程度的故障轮齿进行仿真,对所得到的动态响应进行了分析,得到以下结论:

(1) 轮齿由于分度圆裂纹损伤,啮合刚度会在分度圆处发生阶跃性突变,且损伤程度越深啮合刚度降低越明显;

(2) 冲击的幅值和边频带幅值会随着分度圆裂纹损伤的增大而增大;

(3) 峭度指标、裕度因子、峰值因子和脉冲因子对轮齿分度圆裂纹故障信号非常敏感,可作为判断齿轮系统是否正常运行的指标。

参考文献 (References):

[1] PODRUG S, JELASKA D, GLODEŽ S. Influence of different load models on gear crack path shapes and fatigue lives [J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials &*

Structures, 2010, 31(5):327-339.

- [2] 王延忠,田志敏,侯良威,等.航空重载面齿轮三维裂纹分析与疲劳寿命预测[J].北京航空航天大学学报,2014,40(2):148-153.
- [3] 徐颖强,吕国志.航空齿轮接触疲劳裂纹萌生寿命预测方法的研究[J].西北工业大学学报,2003,21(4):473-476.
- [4] WAN Zhi-guo, CAO Hong-rui, ZI Yan-yang, et al. An improved time-varying mesh stiffness algorithm and dynamic modeling of gear-rotor system with tooth root crack[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2014(42):157-177.
- [5] 林腾蛟,钟声,沈亮.圆柱齿轮齿根三维裂纹扩展分析及寿命预测[J].重庆大学学报,2012,35(11):1-7.
- [6] 蒋宇,李志雄,李力.基于双谱分析的齿轮故障诊断方法[J].机电工程,2008,25(11):83-86.
- [7] Mohammed O D, Rantatalo M, Aidanpää J O, et al. Vibration signal analysis for gear fault diagnosis with various crack progression scenarios [J]. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2013, 41(1-2):176-195.
- [8] 万志国,瞿艳阳,曹宏瑞,等.时变啮合刚度算法修正与齿根裂纹动力学建模[J].机械工程学报,2013,49(11):153-160.
- [9] 马辉,逢旭,宋溶泽,等.基于改进能量法的直齿轮时变啮合刚度计算[J].东北大学学报:自然科学版,2014,35(6):863-866,884.
- [10] 王西.齿轮故障的动力学建模与轮齿裂纹刚度计算方法研究[D].重庆:重庆大学机械工程学院,2012.
- [11] 舒斌.含裂纹齿轮副啮合刚度与模态频率的研究[D].南昌:南昌航空大学航空制造工程学院,2018.
- [12] 邵忍平,徐志锋,薛腾.裂纹对齿轮三维弹性体振动声辐射特性影响的研究[J].振动与冲击,2010,29(9):175-180,251.
- [13] 樊嘉峰,邓铁松,苏钊颐,等.分度圆裂纹齿轮副动态特性及故障诊断[J].机车电传动,2016(3):74-78.
- [14] 徐斌,高跃飞,余龙. MATLAB有限元结构动力学分析与工程应用[M].北京:清华大学出版社,2009.
- [15] 陈忠.滚动轴承及其支承的刚度计算[J].煤矿机械,2006,27(3):387-388.
- [16] 苏文胜,王泰涛,张志新,等. EMD降噪和谱峭度法在滚动轴承早期故障诊断中的应用[J].振动与冲击,2010,29(3):18-21,201.
- [17] 彭宵微,彭翠云.基于无量纲参数分析的驱动机构运行性能研究[J].核电子学与探测技术,2015,35(10):1011-1013.

[编辑:程浩]

本文引用格式:

翁武燕,吴育仁.直齿圆柱齿轮分度圆的裂纹损伤机理研究[J].机电工程,2019,36(6):555-561.

WENG Wu-yan, WU Yu-ren. Fault mechanism of spur gears with crack damage of pitch circle[J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2019, 36(6):555-561.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>