

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2019.04.003

# 一种新型 2-CPR/RRR 平面移动并联机构 的设计与分析<sup>\*</sup>

陈子豪<sup>1</sup>, 张彦斌<sup>1,2\*</sup>, 荆献领<sup>1</sup>, 王科明<sup>1</sup>, 许泽华<sup>1</sup>

(1. 河南科技大学 机电工程学院, 河南 洛阳 471003; 2. 河南省机  
器人与智能系统重点实验室, 河南 洛阳 471023)

**摘要:**为了解决并联机构因结构耦合产生的强运动耦合性等问题,设计了一种含有恰约束运动链的新型 2-CPR/RRR 平面移动并联机构。基于螺旋理论研究了机构的自由度和输出特性,利用机构的几何关系建立了其位置矢量方程,推导出了不同形式主动输入情况下机构的运动数学模型;使用了 Admas 和 Matlab 分别对机构进行了运动学仿真,验证了理论分析的正确性;最后给出了该机构的一种 3D 打印机应用实例。研究结果表明:当以圆柱副的角度移作为主动输入时,速度雅可比矩阵为对角阵,因此机构具有无耦合运动特性;当以圆柱副的线性位移作为主动输入时,速度雅可比矩阵为单位阵,故机构具有完全各向同性的运动学特性。

**关键词:**平面并联机构;恰约束运动链;螺旋理论;运动学分析

中图分类号:TH112 文献标志码:A

文章编号:1001-4551(2019)04-0357-06

## Design and analysis of a novel 2-CPR/RRR planar translational parallel mechanism

CHEN Zi-hao<sup>1</sup>, ZHANG Yan-bin<sup>1, 2</sup>, JING Xian-ling<sup>1</sup>, WANG Ke-ming<sup>1</sup>, XU Ze-hua<sup>1</sup>

(1. School of Mechatronics Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China;  
2. Henan Provincial Key Laboratory of Robotics and Intelligent System, Luoyang 471023, China)

**Abstract:** In order to solve the problem of strong motion coupling caused by structural coupling of parallel mechanisms, a novel 2-CPR/RRR planar translational parallel mechanism with one pure constrained kinematic chain was proposed. Based on the screw theory, the degree of freedom and output motion characteristics of the mechanism were analyzed. The position vector equations were established in terms of the geometric conditions of the mechanism, and the kinematic mathematical mode were derived under the different input forms, rotary or linear. Kinematic simulation was performed by using Admas and Matlab, the kinematical curves of displacement, speed and acceleration were described. Finally, a new hybrid 3D printer was designed based on the parallel mechanism proposed. The experimental results show that when the rotary displacements of the cylindrical pair is selected as the actuated inputs, the Jacobian matrix is a diagonal one and the mechanism has the uncoupled kinematics. Especially, while the linear displacements of the pair is as the inputs, the Jacobian becomes an unit matrix and it shows fully-isotropic throughout its whole workspace.

**Key words:** planar parallel mechanism; pure constrained kinematic chain; screw theory; kinematic analysis

收稿日期:2018-11-03

基金项目:河南省高等学校重点科研项目基础研究计划项目(18A460001);河南科技大学重大科技项目培育基金资助项目(2015XTD012)

作者简介:陈子豪(1994-),男,河南新乡人,硕士研究生,主要从事并联机器人机构设计方面的研究。E-mail:chenzihao94111@163.com

通信联系人:张彦斌,男,博士,教授。E-mail:yanbin\_zh@163.com

## 0 引言

相比于传统的串联机构,并联机构具有结构紧凑、承载能力强、综合误差小等优点,成为机构学和机器人领域研究的热点之一<sup>[1-3]</sup>。而少自由度并联机构又因具有制造成本低、运动控制相对简单等特点,近年来得到了更多的关注和研究<sup>[4-6]</sup>。国际上已有多种典型少自由度并联机构得到了成功应用,如:Delta 机构<sup>[7]</sup>、Hunt 机构<sup>[8]</sup>和 Diamond 机构<sup>[9]</sup>等。

一直以来,平面移动并联机构受到了国内外学者的广泛关注。GERMAIN<sup>[10]</sup>设计了一种无奇异位形的二移动 IRSBot-2 并联机器人,通过平行四边形结构组成的近端环向运动链的远端环传递动力;杨继东<sup>[11]</sup>对一种具有二移动自由度的 H 形并联机构进行了分析,该机构通过 4 个静轮和 4 个动轮与一根同步齿形带连接,驱使动平台做二维移动;王启明<sup>[12]</sup>对一种平面并联操作臂进行了运动学与动力学分析<sup>[13]</sup>,该机构由滑块和平行四边形结构连接动平台与静平台;KIM<sup>[14]</sup>设计出了一种两分支平面移动并联机构,该机构所有的运动副位于同一平面内。

然而,上述并联机构的运动学具有较强耦合性。虽然强运动耦合性可以提高机构的刚度和承载能力,但同时也带来机构运动学和动力学求解困难、控制设计复杂、工作空间减小等问题。在要求高精度、低承载力的应用场合,解耦并联机构则显示出其优越的性能,此类机构的创新设计已成为机构学和机器人领域的一个新的研究方向。CARRICATO<sup>[15]</sup>研究了解耦空间移动并联机构的型综合方法,设计出了多种新型机构;GOGU<sup>[16]</sup>提出了基于线性变换理论的无奇异完全各向同性并联机构的型综合方法,完成了多种自由度类型的机构型综合;张彦斌<sup>[17]</sup>则基于驱动力螺旋理论建立了无耦合并联机构的型综合方法,设计出了多种新型机构。

目前,关于无耦合平面移动并联机构研究的文献较为少见,尤其是含有恰约束运动链的机构,因此,本文将设计一种新型 2-CPR/RRR 平面移动并联机构。

## 1 机构的结构设计

新型 2-CPR/RRR 平面移动并联机构的结构简图如图 1 所示。

该新型机构两条主动链结构相同,从静平台到动平台运动副的连接顺序依次为圆柱副 C、移动副 P 和

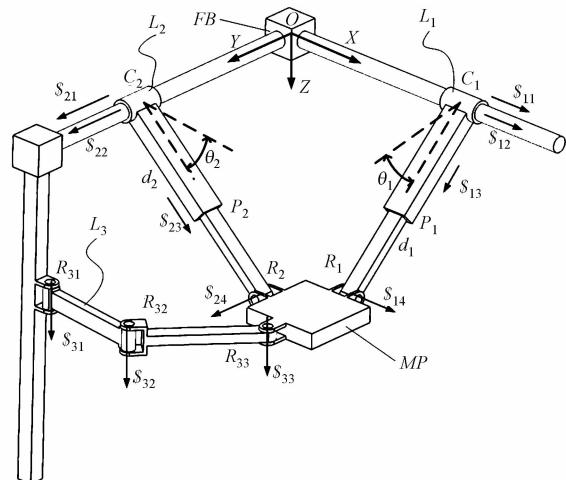


图 1 新型 2-CPR/RRR 平面移动并联机构结构简图

转动副 R。恰约束运动链从静平台到动平台由 3 个轴线平行的转动副 R 组成。3 条分支中安装于静平台的 3 个运动副的轴线两两相互垂直。同时,安装在动平台上的 3 个 R 副的轴线也呈正交分布。静坐标系 O-XYZ 的坐标原点 O 落在两 C 副轴线的交点上,X 和 Y 轴分别与两条主动链的 C 副轴线重合,Z 轴平行于恰约束运动链的 R 副轴线,且坐标轴的方位符合右手法则。两条主动分支中的 C 副被选取为机构的主动副。

## 2 机构的运动输出特性分析

根据螺旋理论可写出分支运动链  $L_1$  中各运动副在静坐标系下的运动螺旋,即:

$$\begin{aligned} S_{11} &= (0 \ 0 \ 0; \ 1 \ 0 \ 0) \\ S_{12} &= (1 \ 0 \ 0; \ 0 \ 0 \ 0) \\ S_{13} &= (0 \ 0 \ 0; \ 0 \ \cos\theta_1 \ \sin\theta_1) \\ S_{14} &= (1 \ 0 \ 0; \ 0 \ d_1 \sin\theta_1 \ -d_1 \cos\theta_1) \end{aligned} \quad (1)$$

式中: $d_1$ —分支  $L_1$  中圆柱副  $C_1$  与转动副  $R_1$  之间的距离; $\theta_1$ —圆柱副  $C_1$  的角位移。

由式(1)可知,分支  $L_1$  的运动螺旋系由 4 个线性无关的螺旋组成,故其约束螺旋有两个,并可求得:

$$\begin{aligned} S'_{11} &= (0 \ 0 \ 0; \ 0 \ 1 \ 0) \\ S'_{12} &= (0 \ 0 \ 0; \ 0 \ 0 \ 1) \end{aligned} \quad (2)$$

式(2)表明:两约束螺旋均为无穷大节距力螺旋,分别约束了动平台绕 Y 轴和 Z 轴的转动自由度。

由于分支  $L_2$  与  $L_1$  具有相同的结构形式,同理可求得分支  $L_2$  的约束螺旋,即:

$$\begin{aligned} S'_{21} &= (0 \ 0 \ 0; \ 1 \ 0 \ 0) \\ S'_{22} &= (0 \ 0 \ 0; \ 0 \ 0 \ 1) \end{aligned} \quad (3)$$

式(3)表明:该分支约束了动平台绕 X 和 Z 轴的



$$\mathbf{V} = \mathbf{J}\dot{\theta} \quad (15)$$

式中:  $\mathbf{V}$ —机构动平台的输出速度矢量,  $\mathbf{V} = [v_x, v_y]^T$ ;  $\dot{\theta}$ —机构主动副的输入速度矢量,  $\dot{\theta} = [\dot{\theta}_2, \dot{\theta}_1]^T$ ;  $\mathbf{J}$ —机构的速度雅可比矩阵,且有:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} -ncsc^2\theta_2 & -f & 0 \\ 0 & -ncsc^2\theta_1 & -w \end{bmatrix} \quad (16)$$

由式(16)可知:机构雅可比矩阵为一个对角阵,动平台的一个输出运动仅有一个主动输入控制,因此这种主动输入情况下机构具有无耦合的运动学特性。

### 3.1.3 加速度分析

将式(15)对时间求一阶导数,可得机构的加速度方程,即:

$$\mathbf{a} = \mathbf{H}\ddot{\theta}^2 + \mathbf{J}\ddot{\theta} \quad (17)$$

式中:  $\mathbf{a}$ —机构动平台的输出加速度矢量,  $\mathbf{a} = [a_x, a_y]^T$ ;  $\ddot{\theta}$ —机构的输入加速度矢量,  $\ddot{\theta} = [\ddot{\theta}_2, \ddot{\theta}_1]^T$ ;  $\mathbf{H}$ —Hessian 矩阵。

Hessian 矩阵如下式所示:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 2ncsc\theta_2 \cot\theta_2 & 0 \\ 0 & 2ncsc\theta_1 \cot\theta_1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

## 3.2 圆柱副的线性位移作为主动输入

### 3.2.1 位置分析

当以  $C_1$  副的线性移作为主动输入时,那么式(1)中的  $\mathbf{S}_{11}$  为分支  $L_1$  的主动运动螺旋,可求出这种情况下分支的驱动力螺旋  $\mathbf{S}_{a1}$ ,即:

$$\mathbf{S}_{a1} = (1 \ 0 \ 0; \ 0 \ 0 \ 0) \quad (19)$$

将驱动力螺旋  $\mathbf{S}_{a1}$  的方向矢量  $s_{a1} = (1 \ 0 \ 0)$  与式(7)等号两侧作点积,得:

$$(\mathbf{r} + \mathbf{e}_1) \mathbf{s}_{a1} = (m_1 \mathbf{s}_{11} + d_1 \mathbf{s}_{13}) \mathbf{s}_{a1} \quad (20)$$

由式(19)可知:该分支施加到动平台上的驱动力为垂直于  $X$  轴的线力矢,且驱动力螺旋  $\mathbf{S}_{a1}$  与运动螺旋  $\mathbf{S}_{13}$  的方向垂直,所以该驱动力在  $P_1$  副的移动方向上不做功。故式(20)可以简化为:

$$x = m_1 \quad (21)$$

同理,基于分支  $L_2$  可得方程:

$$y = m_2 \quad (22)$$

式(21,22)即为以圆柱副的线性位移作为主动输入时机构的位置正解方程。

### 3.2.2 速度分析

将式(21,22)分别对时间进行一阶求导,并写成矩阵形式,有:

$$\mathbf{V} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{m}} \quad (23)$$

式中:  $\dot{\mathbf{m}}$ —机构主动副的输入速度矢量,  $\dot{\mathbf{m}} = [\dot{m}_1, \dot{m}_2]^T$ ;  $\mathbf{J}$ —机构的速度雅可比矩阵,且其是一个  $2 \times 2$  阶单

位阵。

因此,当以  $C$  副的线性位移为主动输入时,不仅主动副的输入运动与动平台的输出运动之间具有一对一的控制关系,而且雅可比矩阵的条件数恒等于 1,所以该机构在整个工作空间内具有完全各向同性的运动特性。

### 3.2.3 加速度分析

由于雅可比矩阵为  $\mathbf{J}$  为常矢量,将式(23)对时间进行一阶导数可得该机构的加速度方程,即:

$$\mathbf{a} = \mathbf{J}\ddot{\mathbf{m}} \quad (24)$$

式中:  $\ddot{\mathbf{m}}$ —主动副的输入加速度矢量,  $\ddot{\mathbf{m}} = [\ddot{m}_1, \ddot{m}_2]^T$ 。

## 4 奇异性分析

JOSHI 和 TSAI<sup>[18]</sup> 通过构建机构的全局雅可比矩阵行列式的值是否为零,判断机构的奇异位形。GOSSELIN 和 ANGELES<sup>[19]</sup> 通过机构的正逆雅可比矩阵是否可逆,判断机构的奇异位形。本文通过机构速度雅可比矩阵行列式的值用以分析其奇异位形,当  $|\mathbf{J}| = 0$  时,机构处于卡死状态;当  $|\mathbf{J}| = \pm \infty$  时,则机构失去承载能力。

### 4.1 圆柱副的角位移作为主动输入时的奇异位形

由式(16)可得该机构速度雅可比矩阵行列式的值为:

$$|\mathbf{J}| = (-ncsc^2\theta_1 - w)(-ncsc^2\theta_2 - f) \quad (25)$$

根据图 2 可知:  $n, w, f$  和  $d_i$  ( $i = 1, 2$ ) 均为机构的结构参数,即为正实数,所以无论机构处于何位形时其雅可比矩阵行列式的值始终不为零。而当  $\theta_1 = k\pi$  或  $\theta_2 = k\pi$  ( $k = 0, 1$ ) 时,  $|\mathbf{J}| \rightarrow -\infty$ , 此时机构运动处于失控的状态,即机构出现奇异位形。根据机构的几何机构形式可知  $\theta_i = \arcsin(d_i/n)$ , 故  $\theta_i$  必不为零,即实际机构不存在此奇位形。

### 4.2 圆柱副的线性位移作为主动输入时的奇异位形

由式(23)可知:当以圆柱副的线性位移作为主动输入时,机构的速度雅可比矩阵为单位阵,其行列式的值恒等于 1,故该机构在工作空间内表现为完全各向同性,而不存在任何奇位形。

综上,无论是以圆柱副角位移或线位移作为机构的主动输入,其雅可比矩阵均为对角阵,即主动副的输入运动与动平台的输出运动之间存在一对一的映射关系,因此机构具有良好的运动学解耦性。尤其是线位移作为主动输入时,机构雅可比矩阵还是特殊对角阵,即单位阵,机构沿各个方向具有相同的运动传递性能,故线性驱动方式更为适合实际应用。

## 5 算例仿真

本研究利用 Solidworks 建立机构的三维模型(图 2),然后将其导入 Adams,重新定义各个运动副的约束。以分支中 C 副的线性位移作为输入,分支  $L_1$  和  $L_2$  的输入位移方程分别为: $X = 10\sin(\pi t/10 + \pi/2)$ , $Y = 7.5\sin(\pi t/7.5)$ 。设置仿真的时间为 25 s,仿真步数为 200,得到机构动平台的位移、速度和加速度虚拟机仿真曲线如图 3 所示。

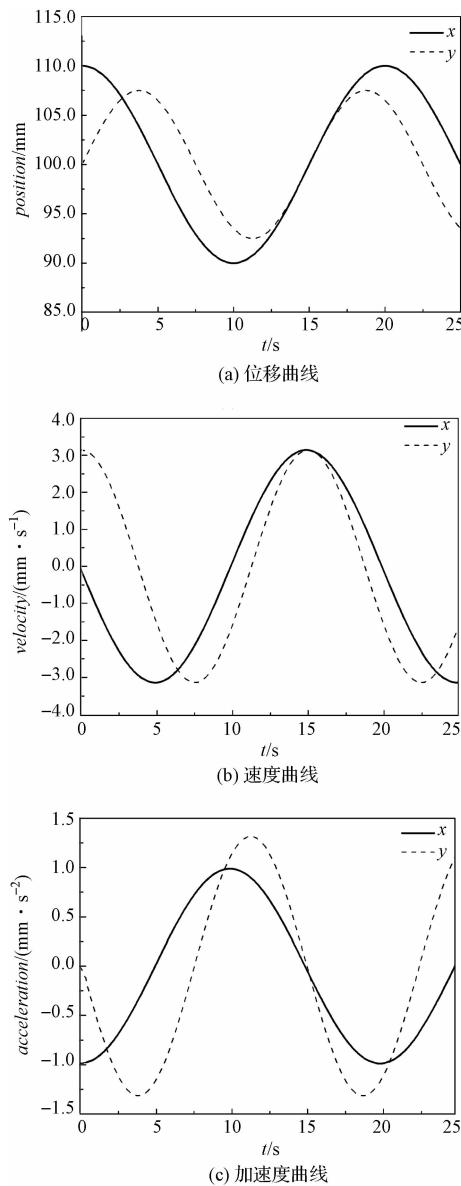


图 3 虚拟样机仿真曲线

基于所建立的机构运动学理论方程,本研究利用 Matlab 软件编程运算并绘制出数值仿真曲线,如图 4 所示。

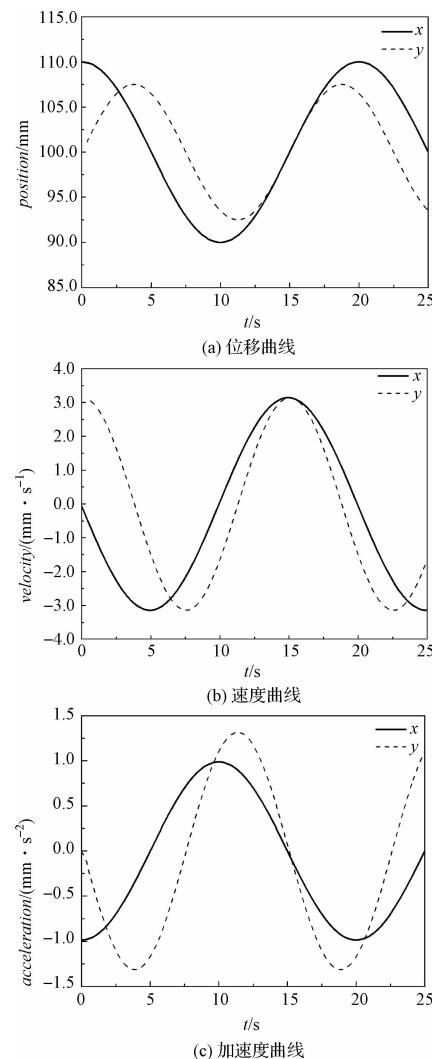


图 4 数值仿真曲线

对比图(3,4)可知:两种运动仿真结果完全一致,表明所建立机构运动学模型的正确性。

## 6 应用实例

目前,国际上最常见的并联式 3D 打印机的执行机构多为 Delta 机构,但强运动学耦合性仍是其弱点。为此,文献[20]将无耦合三移动并联机构应用于 3D 打印机。但是,无耦合并联机构特殊的分支运动链配置条件,进一步缩小了机构的有效工作空间,对于较大尺寸零件的打印带来较大限制。

基于所提出的平面移动并联机构与一个单自由度移动副串联,本文设计出了一种新型三自由度完全各向同性混联式 3D 打印机,如图 5 所示。

混联式 3D 打印机同时集合了并联机构与串联机构的优点,相比于纯并联式打印机,该机构的刚度较高、工作空间大。其中,并联部分为打印机提供了两个水平面内的移动自由度,串联部分则提供了一个沿竖直方向的移动自由度。

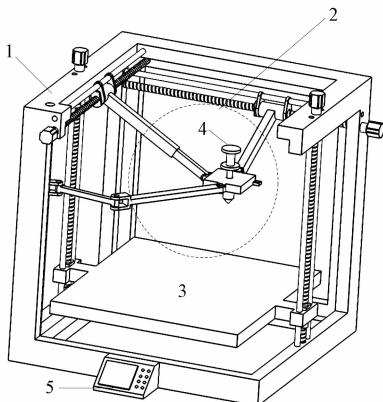


图 5 混联式 3D 打印机示意图

1 - 机架;2 - 并联机构模块;3 - 串联机构,模块;4 - 物料输送装置;5 - 控制面板

## 7 结束语

本文提出了一种新型 2-CPR/RRR 平面移动并联机构,基于螺旋理论分析了机构的输出特性,推导出了两种不同输入形式下机构的运动学方程,利用 Adams 和 Matlab 对机构运动学进行了仿真,仿真结果验证了理论分析的正确性。

该机构结构简单、运动学解耦性强,而恰约束运动链又提高了机构的刚度和承载能力。

## 参考文献(References) :

- [1] CHALAK Q M R, SIAMAK P, ARASH R, et al. Kinematic analysis and workspace determination of hexarot-a novel 6-DOF parallel manipulator with a rotation-symmetric arm system[J]. *Robotica*, 2015, 33(8): 1686-1703.
- [2] TANAKA Y, YUN S N, HITAKA Y, et al. Dynamic force analysis of the 6-DOF parallel manipulator [J]. *Journal of the Korean Society for Power System Engineering*, 2015, 19(6): 5-11.
- [3] MIAO Z, YAO Y, KONG X. Biped walking robot based on a 2-UPU + 2-UU parallel mechanism[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2014, 27(2): 269-278.
- [4] XU L, CHEN Q, HE L, et al. Kinematic analysis and design of a novel 3TIR 2-(PRR)<sup>2</sup> RH hybrid manipulator [J]. *Mechanism & Machine Theory*, 2017, 112(1): 105-122.
- [5] 王中林,张宁斌.冗余机构 2URR-2RRU 运动学与性能分析[J].机电工程,2018,35(1):1-9.
- [6] 吴伟峰,张伟中,钱 荣.一种新型二自由度并联机构的运动学及静力学分析[J].机电工程,2015,32(2):206-210.
- [7] 冯李航,张为公,龚宗洋,等. Delta 系列并联机器人研究进展与现状[J]. 机器人,2014,36(3):375-384.
- [8] 毛冰滟,谢志江,吴小勇,等. 基于引导人工蜂群算法的 3-RPS 并联机构正解优化[J]. 农业机械学报,2017,48(1):339-345.
- [9] HUANG Tian, ZHANG Xian-li, LI Meng, et al. Conceptual design and dimensional synthesis of a novel 2-DOF translational parallel robot for pick-and-place operations[J]. *ASME Journal of Mechanical Design*, 2004, 126(3): 449-455.
- [10] GERMAIN C, CARO S, BRIOT S, et al. Singularity-free design of the translational parallel manipulator IRSBot-2 [J]. *Mechanism & Machine Theory*, 2013, 64 (2): 262-285.
- [11] 杨继东,杨中山,刘 栋,等.H 形并联机构运动学分析与样机精插补控制实验[J].农业机械学报,2014,45(11):324-329.
- [12] 王启明,汪劲松,刘辛军,等.二移动自由度并联操作臂的动力学建模[J].清华大学学报:自然科学版,2002,42(11):1469-1472.
- [13] 阎思达,陈 雁,陈文卓.六自由度加油机器人运动特性分析[J].液压气动与密封,2017(11):26-29.
- [14] KIM J W , KIM J H , KIM H S , et al. Design and control of two types of planar translational parallel manipulators with parallelogram mechanisms (ICCAS 2007) [C]. International Conference on Control , Automation and Systems 2007, Seoul korea: IEEE, 2007.
- [15] CARRICATO M, PARENTI-CASTELLI V. Singularity-free fully-isotropic translational parallel mechanisms [J]. *International Journal of Robotics Research*, 2002, 21(2): 161-176.
- [16] GOGU G. Structural synthesis of fully-isotropic translational parallel robots via theory of linear transformations [J]. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 2004, 23(6): 1021-1039.
- [17] 张彦斌,赵浥夫,李跃松,等.无耦合空间移动并联机构型综合[J].农业机械学报,2017,48(1):325-332.
- [18] JOSHI S A, TSAI L-W. Jacobian analysis of limited-DOF parallel manipulators [J]. *ASME Journal of Mechanical Design*, 2002, 124(2): 254-258.
- [19] GOSSELIN C, ANGELES J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1990, 6(3):281-290.
- [20] 郭晓波,翟 雁,吴丽娜.基于 3D 打印并联机器人机构的工作空间分析[J].机床与液压,2018,46(5):6-8.

[编辑:李 辉]

## 本文引用格式:

陈子豪, 张彦斌, 荆献领, 等. 一种新型 2-CPR/RRR 平面移动并联机构的设计与分析[J]. 机电工程, 2019, 36(4):357 - 362.  
CHEN Zi-hao, ZHANG Yan-bin, JING Xian-ling, et al. Design and analysis of a novel 2-CPR/RRR planar translational parallel mechanism[J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2019,36(4):357 - 362.  
《机电工程》杂志:<http://www. meem. com. cn>