

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2018.07.012

# 叶片中弧线的一种混合算法研究

方志阳, 骆天舒\*, 徐少杰, 方寅  
(杭州汽轮机股份有限公司, 浙江 杭州 310022)

**摘要:**针对求解透平叶片二维截面型线中弧线时, 很难得到叶片前缘及尾缘的内切圆问题, 研究了采用不同算法求解二维型线内切圆的过程。提出了采取一种混合方法求解二维型线内切圆的方法: 在进气边和出气边采取标准的最优化方法拟合出内切圆, 在中部采取传统方法求内切圆; 将该混合方法编成程序, 对某 NACA65 系列叶型及某型燃气轮机叶片进行了试算验证。研究表明: 采用该算法计算所得之 NACA65 叶型中弧线及厚度分布规律与原始数据差别甚微; 采用该方法计算实际产品叶型时在叶片前缘及尾缘收敛性良好, 很容易得到前缘和尾缘的内切圆, 在叶片中部与传统方法无异。

**关键词:** 中弧线; 透平叶型; 最优化

**中图分类号:** TH122; TK26

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1001-4551(2018)07-0717-04

## Hybrid numerical approach for extraction camber curve of turbine blades

FANG Zhi-yang, LUO Tian-shu, XU Shao-jie, FANG yin  
(Hangzhou Steam Turbine Co., Ltd., Hangzhou 310022, China)

**Abstract:** Aiming at the problem that the inscribed circles of leading edges and trail edges of turbine blades are difficult to obtain in solving the mean-camber curve of two dimensional profiles of turbine blades, several algorithms were investigated. A hybrid approach was proposed to solve inscribed circles of 2D profiles. The approach is that standard optimization methods were applied to search inscribed circles fitting leading edges or trail edges, traditional approaches were employed to calculate inscribed circles of other regions of a blade profile. A software employing the hybrid approach was utilized to investigate NACA65 series compressor blades and blades of a gas turbine. The results indicate that the mean line and thickness distribution calculated by this approach is slightly different from original classical data; The results demonstrates good stability in solving inscribed circles of leading edges and trailing edges, but there are no differences at other regions.

**Key words:** camber curve; turbine blade profile; nonlinear optimization

## 0 引言

透平叶片二维截面型线的中弧线是透平叶片气动概念设计的出发点; 透平叶片中弧线轨迹是构造叶片初始就要确定的数据, 然后根据中心在中弧线上的一系列内切圆半径就可以给出叶片的延弦长方向分布的厚度, 进而得到叶片二维截面型线; 有了中弧线才可以给出进出气角等数据, 然后可以确定速度三角形。以上所述是正向设计的过程。

在逆向设计过程中, 先有叶片二维截面型线数据, 如果要得到进出气角数据及速度三角形, 就需要逆向求出中弧线数据, 也就是叶片二维截面型线内部的一系列内切圆数据, 一系列内切圆圆心就能构成和中弧线近似的插值曲线。以往的研究中有两种传统方法: 陆启韶<sup>[1]</sup>提出了一种逐次迭代方法来求叶片型线内切圆序列, 徐旭岭等<sup>[2-4]</sup>也采用了这种方法; LI 等<sup>[5]</sup>提出了另一种不同的方法。但是这两种传统方法有一个共同的不足之处, 即在前缘或尾缘附近很难得到内切圆。

收稿日期: 2017-10-11

作者简介: 方志阳(1963-), 男, 浙江杭州人, 工程师, 主要从事汽轮机设计方面的研究工作。E-mail: fangzy@htc.net.cn

通信联系人: 骆天舒, 男, 博士, 高级工程师。E-mail: luots@htc.net.cn

针对以上问题,本文提出一种混合方法,即在叶片前缘和尾缘处利用最优化算法拟合出和前缘及尾缘型线最匹配的内切圆,而在叶片的其他部位使用前述的两种传统方法。

### 1 方 法

传统方法 1 如图 1 所示。

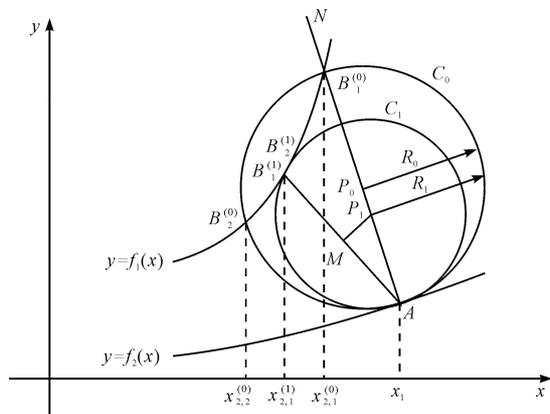


图 1 传统算法 1 几何演示

在传统方法 1 中,一般叶片二维截面型线由压力面型线和吸力面型线构成,其中一条型线由函数  $y = f_1(x)$  描述,另一条型线表示为函数  $y = f_2(x)$ 。

从  $f_2(x)$  型线上一点  $A$  出发作法线交  $f_1(x)$  于点  $B_0^{(1)}$ ,以线段  $AB_0^{(1)}$  的中点  $P_0$  为圆心、线段  $AB_0^{(1)}$  为直径作一个圆  $C_0$ 。圆  $C_0$  和型线  $y = f_1(x)$  交于点  $B_0^{(1)}$  和  $B_0^{(2)}$ 。若点  $B_0^{(1)}$  和  $B_0^{(2)}$  重合,则圆  $C_0$  是叶片截面型线的内切圆;或者若点  $B_0^{(1)}$  和  $B_0^{(2)}$  之间的距离足够小,也可以认为圆  $C_0$  近似是叶片截面型线的内切圆。如果不能满足这个条件,则需要继续迭代。在此之后取点  $B_0^{(1)}$  和  $B_0^{(2)}$  的横坐标  $x_{2,1}^{(0)}$  和  $x_{2,2}^{(0)}$  的中值  $x_{2,1}^{(1)}$ ,利用  $x_{2,1}^{(1)}$  在型线  $y = f_1(x)$  上插值得到点  $B_1^{(1)}$ 。取线段  $AB_1^{(1)}$  的中点  $M$ ,过  $M$  点作一条垂直于线段  $AB_1^{(1)}$  的直线交线段  $AB_0^{(1)}$  于点  $P_1$ 。再以点  $P_1$  为圆心、线段  $AP_1$  为半径作圆  $C_1$ 。圆  $C_1$  与型线  $y = f_1(x)$  有两个交点  $B_1^{(1)}$  和  $B_1^{(2)}$ 。显然这次迭代得到交点距离更近。这样依次迭代得到满足预设精度的与压力面型线及吸力面型线相切的内切圆。

这种方法在叶片靠近前缘和尾缘区域使用时,会碰到下述问题:因为前缘或者尾缘处型线  $y = f_1(x)$  不像图 1 那样向外延伸而是封闭的,所以第一个内接圆  $C_0$  可能与前缘或者尾缘处型线  $y = f_1(x)$  没有交点  $B_0^{(2)}$ ,那么用这种算法在前缘或尾缘附近不可能得到内切圆。

传统方法 2 如图 2 所示。

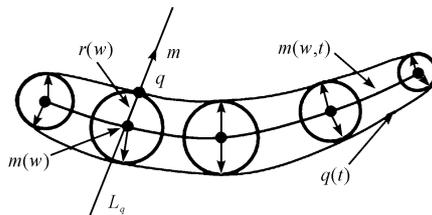


图 2 传统算法 2 演示

在传统方法 2 中,首先生成一条试探性的初始中弧线  $m(w)$  ( $w$  可以看作型线上一点在弦长上的投影),取内接圆的半径  $r(w)$  为中弧线上一点  $m(w)$  到上下两条型线最近点距离的平均值。每根型线  $q(t)$  离散为  $N$  个点。型线  $q(t)$  上一点  $q$  的法线矢量表示为  $n$ ,该法线与初始中弧线交于  $m(w)$ 。点  $q$  到  $m(w)$  的距离与  $r(w)$  之差为:  $d_{q,m}(w) = [q - m(w)]gn - |r(w)|$ 。

然后摄动修改初始中弧线  $m(w)$  及内接圆半径  $r(w)$  使得  $d_{q,m}(w)$  最小,此时点  $m(w)$  是内切圆圆心,  $r(w)$  是内切圆半径。这样逐点得到中弧线及内切圆系列。

这个方法在叶片的前缘及尾缘区有可能碰到这样的问题:因为初始中弧线  $m(w)$  并不是真正的中弧线,前缘及尾缘处型线的法线不一定能和初始中弧线端点相交,迭代计算不一定能开始进行。

综上所述,必须寻找一种求前缘和尾缘内切圆的办法。

前缘拟合圆如图 3 所示。

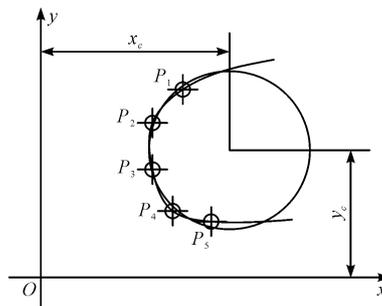


图 3 前缘拟合圆

一般叶片的前缘和尾缘处各有一段型线和中弧线内切圆系列中的第一个圆和最后一个圆是重合的,但这只是在数值上近似重合的。

这个特点用下式描述:

$$(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 - R^2 = 0, \quad (1)$$

式中:  $x_i, y_i$ —前缘或尾缘型线上点  $i$  的坐标;  $x_c, y_c$ —中弧线内切圆系列中的和前缘或者尾缘重合的圆心坐标

(在下文表示要拟合圆的圆心坐标)。

如果点  $i$  不在此圆上,则有下式:

$$|(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 - R^2| > 0 \quad (2)$$

上式可以看做是点  $i$  相对于要拟合圆的偏离量。利用上式,对于前缘或者尾缘上的  $n$  个点可以定义一个函数来表示这些点相对于要拟合圆偏离量总和:

$$\Delta = \sum_{i=1}^n |(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 - R^2| \quad (3)$$

从图3可以直观地看出:当  $\Delta$  小于某一个非常小的数值时,可以认为拟合成功。如果令这个函数为目标函数,可以把这曲线拟合问题变成一个最优化问题:

$$\min_{\eta_j \in R^3} \sum_{i=1}^n |(x_i - \eta_1)^2 + (y_i - \eta_2)^2 - \eta_3^2| \quad (4)$$

式中: $\eta_1$ —上式中的  $x_c$ ;  $\eta_2$ —上式中的  $y_c$ ;  $\eta_3$ —上式中的  $R$ 。

如此处理后就可以利用各种最优化数值方法求解该问题<sup>[6-10]</sup>,得到了  $x_c, y_c, R$  的最优解,也就得到了拟合圆。还可以改变参与拟合点的位置和数量,反复求解问题,通过比较残差  $\Delta$ ,确定参与拟合前后缘型线部分及拟合圆的最终参数。最后得到构成中弧线的内切圆序列的第一个和最后一个圆。

叶片其余部分的内切圆可以采用前述传统方法求解。

## 2 算例及结果分析

本研究试算了 NACA65 系列叶型中的 NACA65 (10) - 10 叶型的中弧线及厚度分布<sup>[11]</sup>。NACA65 (10) - 10 叶型是 NACA65 系列叶型的基准叶型。首先利用 NACA456 软件在理论中弧线及厚度分布数据的基础上生成叶型型线的坐标数据<sup>[12]</sup>,然后利用本研究提出的算法从 NACA65 (10) - 10 叶型型线的坐标数据反向求得中弧线及厚度分布数据。

该数据和理论数据的比较如图4所示。

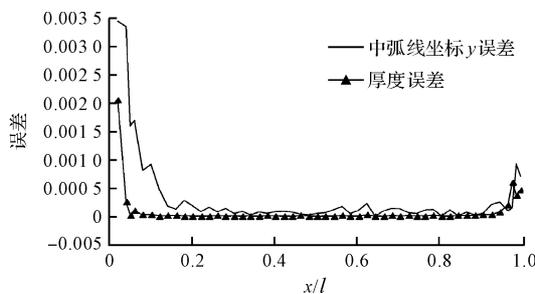


图4 NACA65(10) - 10 计算误差

从图4可以看到:在前缘( $x/l \rightarrow 0$ )及尾缘处( $x/l \rightarrow 1$ )相对误差最大达到0.0035,在型线中部最小,约在 $10^{-6}$ 数量级。整体上看误差处于可以接受的范围。

本研究试算了某型燃气轮机一系列压缩机及透平部分的叶型的中弧线。其中,透平部分有些叶型的中弧线最为难算的。这是因为这些叶型曲线部分近乎垂直于  $x$  轴,对于插值计算很不利的,特别是前尾缘处用前述传统方法很容易发散。

本研究首先计算出了和前缘尾缘部分接近重合的圆,如图5所示。

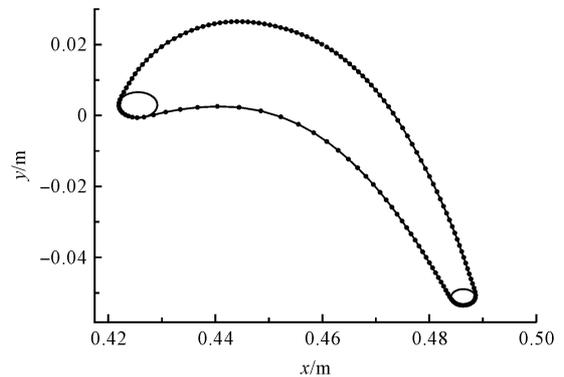


图5 某型透平叶片截面型线

然后计算除前尾缘其他部分的内切圆序列,如图6所示。

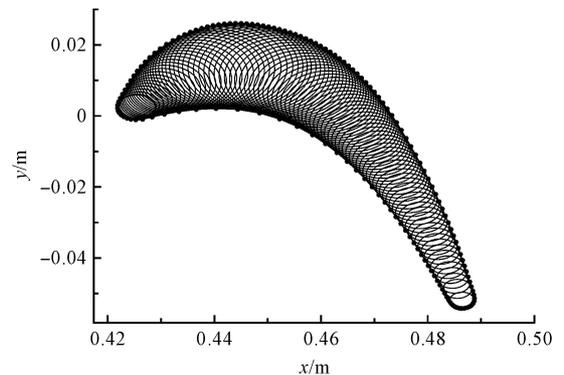


图6 某型透平叶片截面内切圆序列

由此可知:这一系列圆和叶片型线相切很好,所以可认为其圆心序列构成了中弧线,其直径序列构成了叶片厚度分布。

在试算中发现:如果整个叶型只用前述其中一种方法,在叶型前缘压力面起点处就会计算就会发散,得不到结果。图6中除了前缘和尾缘处(第一个和最后一个)两个圆用最优化方法求出,其它的圆都是用传统方法1或2求出的。这样就可以完整地求出整个中弧线内切圆序列。

### 3 结束语

通过对经典 NACA65 系列叶型及某型燃气轮机的压缩机和透平所有叶片的型线进行计算分析验证,本研究提出了一种在传统方法基础上的混合算法,可以比较稳定地求出前尾缘处的内切圆,即前尾缘处内切圆计算方法借助于成熟的最优化计算软件包实现,其他部分使用传统方法。

在接下来的研究中,在此基础上还可以作进一步的改进:首先在型线不同点处,根据该点切线处的斜率旋转整个型线,使切线不致于垂直于横坐标轴,提高算法的收敛性;其次利用模式识别方法对于求出的中弧线及厚度分布规律做进一步的识别,判定是否是某种经典叶型的中弧线及厚度分布规律。

#### 参考文献 (References):

- [1] 陆启韶. 中弧线的计算问题[J]. 数学的实践与认识, 1979(4): 26-37.
- [2] 徐旭岭, 丁旭东, 隋永枫, 等. 汽轮机叶型的数字化及几何信息采集[C]. 中国动力工程学会透平专业委员会 2009 年学术研讨会, 北京: 中国动力工程学会, 2009.
- [3] 余 锐, 竺晓程, 沈 昕, 等. 汽轮机叶型几何特性及机械特性研究[J]. 热力透平, 2014, 43(1): 28-31.
- [4] 韩 伟, 李雪峰, 陈 昊, 等. 液力透平动静为叶栅内的流动特性[J]. 流体机械, 2017(2): 46-48, 56.
- [5] LI W, XIE H, LI Q, et al. Section curve reconstruction and mean-camber curve extraction of a point-sampled blade surface[J]. **Plos One**, 2014, 9(12): e115471.
- [6] JOHNSON S G. The NLOpt nonlinear-optimization package [EB/OL]. <http://ab-initio.mit.edu/nlopt2014>
- [7] SANTOS C H D S, GONCALVES M S, HERNANOEZ-FIGVEROA H E. Designing novel photonic devices by bio-inspired computing[J]. **IEEE Photonics Technology Letters**, 2010, 22(15): 1177-1179.
- [8] SANTOS C H D S. Parallel and bio-inspired computing applied to analyze microwave and photonic metamaterial structures [D]. São Paulo: University of Campinas, 2010.
- [9] DUNAJSKI M. Oriented straightlines and twistor correspondence[J]. 天文月报, 2000, 94(1): 36-37.
- [10] BIRGIN E G, MARTINEZ J M. Improving ultimate convergence of an augmented Lagrangian method[J]. **Optimization Methods and Software**, 2008, 23(2): 77-195.
- [11] AUNGIER R H. Axial-flow compressors-a strategy for aerodynamic design and analysis [M]. New York: ASME Press, 2003.
- [12] CARMICHAEL R. Algorithm for calculating coordinates of cambered NACA airfoils at specified chord locations[C]. Aircraft Technology Integration and Operations Forum Aviation Technology Integration and Operations Conferences, Los Angeles: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2001.

[编辑: 李辉]

#### 本文引用格式:

方志阳, 骆天舒, 徐少杰, 等. 叶片中弧线的一种混合算法研究[J]. 机电工程, 2018, 35(7): 717-720.

FANG Zhi-yang, LUO Tian-shu, XU Shao-jie, et al. Hybrid numerical approach for extraction camber curve of turbine blades[J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2018, 35(7): 717-720.

《机电工程》杂志; <http://www.meem.com.cn>