DOI:10.3969/j. issn. 1001 - 4551. 2018. 06. 022

四轮移动机器人运动各向相异性研究*

周卫华
(台州职业技术学院 自动化研究所,浙江 台州 318000)

摘要:针对移动机器人特殊结构导致的运动各向相异性问题,对移动机器人沿各个方向的速度、加速度等特性进行了研究。根据 4 个连续切换轮的排布方式及非完整系统的劳斯方程,对移动机器人的运动学方程及动力学方程进行了推导;建立了移动机器人在 ADAMS 软件中的模型,对移动机器人的速度相异性进行了仿真;建立了以工控机为核心的电气控制系统,利用三维加速度传感器 MPU6050 对移动机器人的加速度相异性进行了测试。研究结果表明:仿真结果与理论值完全一致,实验结果与理论值基本符合;该结果阐述了移动机器人速度、加速度随角度变化的关系。

关键词:移动机器人;运动学;动力学;相异性

中图分类号:TP242.6 **文献标志码**:A **文章编号**:1001 - 4551(2018)06 - 0658 - 05

Moving anisotropy of four wheeled mobile robot

ZHOU Wei-hua
(Automation Institute, Taizhou Vocational & Technical College, Taizhou 318000, China)

Abstract: Aiming at the moving anisotropy caused by the special structure of the mobile robot, the velocity and acceleration characteristic of the mobile robot were studied in all directions. According to the arrangement of four alternate wheels and Routh equation of nonlinear system, the kinematics and dynamic equations of the mobile robot were derived. The model of mobile robot in ADAMS software was established. An electric control system based on industrial control computer was set up. The acceleration value of the mobile robot was acquired by the acceleration sensor MPU6050. The result indicate that the simulation results are identical with the theoretical values by ADAMS software, and the experimental result accords with the values of theoretical calculation. The research results show the relationship between speed and acceleration of mobile robot with angle change.

Key words: mobile robot; kinematic; dynamics; moving anisotropy

0 引 言

由全向轮构成的移动机器人,其运动学、动力学特性与普通的多轮移动机器人或履带式机器人相比,有着显著的区别(后续表述的移动机器人都特指基于全向轮的移动机器人)。

国内外的专家学者对于移动机器人的运动各向相异性做了许多研究,如 Wade 等[1-2]提出了一种新型的无极调速方法,通过设计一种改变轮子方向的机构来实现移动机器人的调速,仅这种机构能实现稳定调速,但机构复杂,故这种方法停留于实验室阶段;ASHMORE 等[3]通过计算提出通过合理的布局,移动机器人包含的全向轮数量越多,其运动的最大速度越快,而且他们进一步分析得出,由相同数量的轮子构成的移动机器人采用相同的布局其在各个方向上的最大速度也是不同的,表现为运动的各向相异性,但是他们的研究也只停留于理论阶段;上海交通大学的曹其新[4]分析了由全向移动机器人的运动各向相异性,并建立 Matlab—ADAMS 联合仿真及实验验证了理论分析,同时,根据运动相异性特性提出了优化的控制策略[5];刘力等[6]研究了五自由度移动机器人在平面上运动的各向相异性,为以后的路径规划等问题打下基础。

收稿日期:2017 - 10 - 17
基金项目:浙江省教育厅一般科研项目(Y201636417);台州市科技计划项目(1701gy25)
作者简介:周卫华(1985 -),男,浙江台州人,博士,讲师,主要从事移动机器人、智能相机方面的研究。E-mail:zhouwh1928@163.com

本研究将通过 ADAMS 软件验证移动机器人运动的各向相异性,并构建电气控制系统,通过实验验证移动机器人加速度的各向相异性。

1　移动机器人机构示意图

连续切换全向轮由 10 个大小辊子嵌套而成,如图 1 所示[7]。

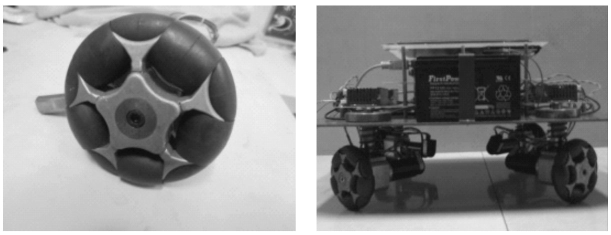

图 1　连续切换轮及四轮移动机器人

大、小辊子具有公共的圆周曲线,与地面依次接触时,可以保证接触点的高度始终保持一致,避免移动机器人运动时出现颠簸的情况。轮毂中间安装轴承,用于连接电机的输出轴,辊子与轮毂骨架也通过轴承连接。

平面运动包含前后、左右、旋转 3 个自由度,移动机器人要实现全向运动,必须要包含 3 个或 3 个以上电机独立驱动的轮子。由于四轮移动机器人具有稳定性好、结构简单等优点,本研究采用四轮的方案[8]。

2　速度各向相异性分析

移动机器人四轮排布图如图 2 所示。

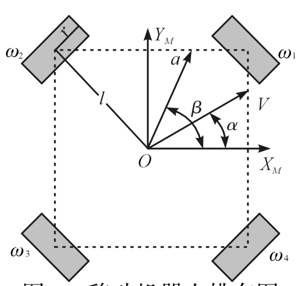

图 2　移动机器人排布图

r—连续切换轮的半径;l—连续切换轮中心到车体中心的距离

为了实现全方位运动,四轮采用正交排布的方式,可得移动机器人的逆运动学方程为:

$$\begin{pmatrix}\omega_1\\ \omega_2\\ \omega_3\\ \omega_4\end{pmatrix} = \boldsymbol{R}\begin{pmatrix}V_x\\ V_y\\ \omega\end{pmatrix} \tag{1}$$

式中:$\omega_1 \sim \omega_4$— 四轮的旋转角速度;V_x, V_y, ω— 移动机器人 X 轴速度、Y 轴速度以及绕中心轴的旋转角速度。

不考虑轮子的打滑,车体速度分解到 4 个轮子方向的分速度与轮子的运动速度是相同的,故可得运动学逆矩阵 $\boldsymbol{R}$ 为:

$$\boldsymbol{R} = \frac{\sqrt{2}}{2r}\cdot\begin{pmatrix}-1 & 1 & \sqrt{2}l\\ -1 & -1 & \sqrt{2}l\\ 1 & -1 & \sqrt{2}l\\ 1 & 1 & \sqrt{2}l\end{pmatrix} \tag{2}$$

通过矩阵逆运算,可得正向运动学关系:

$$\begin{pmatrix}V_x\\ V_y\\ \omega\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-\frac{\sqrt{2}r}{4} & -\frac{\sqrt{2}r}{4} & \frac{\sqrt{2}r}{4} & \frac{\sqrt{2}r}{4}\\ \frac{\sqrt{2}r}{4} & -\frac{\sqrt{2}r}{4} & -\frac{\sqrt{2}r}{4} & \frac{\sqrt{2}r}{4}\\ \frac{r}{4l} & \frac{r}{4l} & \frac{r}{4l} & \frac{r}{4l}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\omega_1\\ \omega_2\\ \omega_3\\ \omega_4\end{pmatrix} \tag{3}$$

设速度 V 的方向与移动机器人坐标系 X_M 成 α 角(如图 2 所示),速度 V 可以分解为:

$$V_x = V\cos\alpha$$
$$V_y = V\sin\alpha \tag{4}$$

由式(3,4) 可得:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{\frac{1}{4}r^2(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2 - 2\omega_1\omega_3 - 2\omega_2\omega_4)} \tag{5}$$

移动机器人采用直流无刷电机,电机最高转速为 3 000 r/min,计算可得 4 个轮子的速度范围为:

$$-10.49(\mathrm{rad/s}) \leqslant \omega_1 \leqslant 10.49(\mathrm{rad/s})$$
$$-10.49(\mathrm{rad/s}) \leqslant \omega_2 \leqslant 10.49(\mathrm{rad/s})$$
$$-10.49(\mathrm{rad/s}) \leqslant \omega_3 \leqslant 10.49(\mathrm{rad/s})$$
$$-10.49(\mathrm{rad/s}) \leqslant \omega_4 \leqslant 10.49(\mathrm{rad/s}) \tag{6}$$

综上分析,在式(3,6) 的限制条件下,求式(5) 中 V 的最大值,这是一个二次线性规划问题。本研究利用 Matlab 软件工具中的 quaprog 函数求解[9],计算结果如图 3 所示。

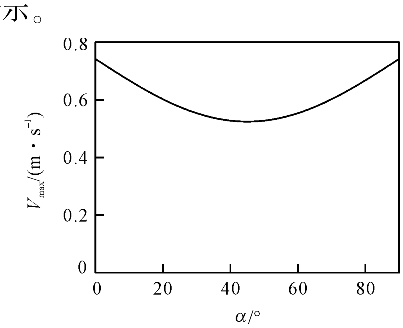

图 3　速度 V 在各个角度的最大值

由图 3 可知:当速度的方向与 X_M 的夹角成 90° 的整数倍时,速度最大值的幅值最大;当速度的方向与 X_M 的夹角成45° 的整数倍时,速度最大值的幅值最小。

笔者通过 ADAMS 软件来验证理论值,建立的仿真模型如图 4 所示。

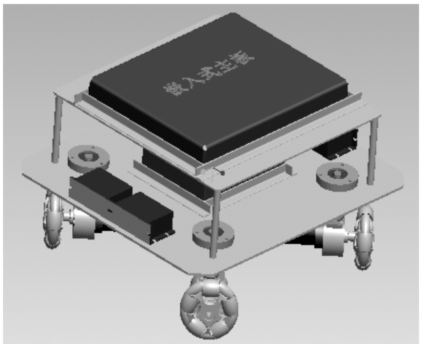

图 4　移动机器人模型

ADAMS 模型中最重要的是建立连续切换轮与辊子的运动副。连续切换轮是主动施加的运动，可以设置参数及范围。辊子绕自身轴旋转，是一种被动的运动。同时，对于固定的一些构件，可以作适当的简化。

考虑到 4 个轮子对称放置，根据图 2，可只考虑第一象限的情况，设速度方向与 X_M 的夹角 $\alpha \in [0, 90°]$。仿真结果如图 5 所示。

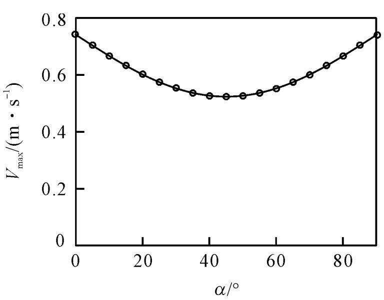

图 5　速度沿各个方向的仿真结果

由图 5 的结果可知：仿真值与理论值完全重合，说明理论的计算结果是正确的。该结果可用于分析移动机器人各个方向的速度极限值。

3　加速度各向相异性分析

移动机器人加速度的各向相异性，涉及到移动机器人的动力学问题。求解移动机器人的动力学方程，一般采用拉格朗日法[10]、牛顿 - 欧拉法[11]、高斯法等[12]。拉格朗日法可以在已知移动机器人运动学方程的基础上求解；非完整约束是指含有系统广义坐标导数且不可积的约束；典型的受非完整约束系统包括车辆、移动机器人等[13]。由式(3) 可知：车体的速度与轮子的速度存在不可解耦的关系。移动机器人属于非完整系统。本研究采用非完整系统的拉格朗日法（也称“劳斯法”）求解车体动力学问题[14]。

首先，对式(3) 进行一次求导：

$$\begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & l \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & l \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & l \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{V}_y \\ \dot{\omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_2 \\ \dot{\omega}_3 \\ \dot{\omega}_4 \end{pmatrix} \quad (7)$$

式(7) 中反映的是移动机器人加速度与轮子加速度的关系，需要求解的是移动机器人加速度与电机输出力矩之间的关系。

移动机器人广义坐标如图 6 所示。

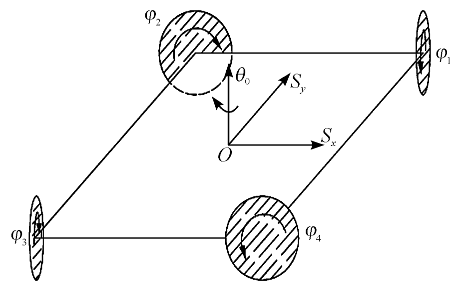

图 6　移动机器人广义坐标

取广义坐标 q_1 为移动机器人在 X_M 方向上的位移 S_x，q_2 为移动机器人在 Y_M 方向上的位移 S_y，q_3 为移动机器人的回转角度 θ_0，$q_4 \sim q_7$ 为轮子的旋转速度 $\varphi_1 \sim \varphi_4$。

考虑移动机器人在平面运动的情况，根据劳斯方程，其动力学方程的一般形式为：

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j + \sum_{k=1}^{s} \lambda_k B_{kj}, (j = 1, 2, \ldots l) \quad (8)$$

式中：T— 移动机器人的动能，不考虑势能；q_j，Q_j— 广义坐标与广义力；B_{kj}— 由约束决定的系数；λ_k— 待定的拉格朗日乘子。

T 包括移动机器人沿 3 个自由度的动能以及 4 个连续切换轮的转动动能。设 M 表示移动机器人的质量，则移动机器人的动能为：

$$T = \frac{1}{2}MV_x^2 + \frac{1}{2}MV_y^2 + \frac{1}{2}J\omega^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{4}(J_\omega + J_m)\omega_i^2 \quad (9)$$

式中：J_ω，J_m— 轮子绕中心轴旋转的转动惯量及辊子绕轮子中心轴旋轴的转动惯量。

考虑到轮子运动时，10 个辊子只有 1 个与地面有接触，同一时刻运动的辊子数量只有 4 个。且辊子的质量相对于移动机器人来说很小，故式(9) 中忽略了辊子绕自身轴旋转的转动惯量。

移动机器人在平面上运动，其势能为 0，对应于 q_1

的广义力 $Q_1 = 0$,同理可得:$Q_2 = 0, Q_3 = 0$。

$T_{a1}, T_{a2}, T_{a3}, T_{a4}$ 代表 4 个轮子的有效输出力矩[15],则:

$$Q_i = T_{aj}, (i = 4 \sim 7, j = 1 \sim 4) \tag{10}$$

根据移动机器人的构型及四轮的排布方式,在轮子不打滑的情况下,根据式(7) 可知,约束方程为:

$$\begin{cases} -\frac{\sqrt{2}}{2}\dot{V}_x + \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{V}_y + l\dot{\omega} - r\dot{\omega}_1 = 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2}\dot{V}_x - \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{V}_y + l\dot{\omega} - r\dot{\omega}_2 = 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{V}_x - \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{V}_y + l\dot{\omega} - r\dot{\omega}_3 = 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{V}_x + \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{V}_y + l\dot{\omega} - r\dot{\omega}_4 = 0 \end{cases} \tag{11}$$

根据式(11),可得式(8) 中的系数 B_{kj} 为:

$$B_{11} = -\frac{\sqrt{2}}{2}, B_{12} = \frac{\sqrt{2}}{2}, B_{13} = l, B_{14} = -r,$$

$$B_{21} = -\frac{\sqrt{2}}{2}, B_{22} = -\frac{\sqrt{2}}{2}, B_{23} = l, B_{25} = -r,$$

$$B_{31} = \frac{\sqrt{2}}{2}, B_{32} = -\frac{\sqrt{2}}{2}, B_{33} = l, B_{36} = -r,$$

$$B_{41} = \frac{\sqrt{2}}{2}, B_{42} = \frac{\sqrt{2}}{2}, B_{43} = l, B_{47} = -r \tag{12}$$

根据式(9,10,12),求解式(8),可得:

$$\begin{cases} Max = \frac{\sqrt{2}}{2}\lambda_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\lambda_2 - \frac{\sqrt{2}}{2}\lambda_3 - \frac{\sqrt{2}}{2}\lambda_4 \\ Ma_y = \frac{\sqrt{2}}{2}\lambda_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\lambda_2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\lambda_3 - \frac{\sqrt{2}}{2}\lambda_4 \\ J\dot{\omega} = l.(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4) \\ (J_\omega + J_m)\dot{\omega}_1 = Ta_1 - r\lambda_1 \\ (J_\omega + J_m)\dot{\omega}_2 = Ta_2 - r\lambda_2 \\ (J_\omega + J_m)\dot{\omega}_3 = Ta_3 - r\lambda_3 \\ (J_\omega + J_m)\dot{\omega}_4 = Ta_4 - r\lambda_4 \end{cases} \tag{13}$$

式(13) 中,待定的拉格朗日乘子可以化简为:

$$\lambda_i = \frac{T_{ai} - (J_\omega + J_m)\dot{\omega}_i}{r}, i = 1 \sim 4 \tag{14}$$

根据式(7,10,13,14) 的关系,代入式(8),最终可得移动机器人的加速度与电机输出力矩之间的关系为:

$$\begin{cases} \left(M + 2 \cdot \frac{J\omega + J_m}{r^2}\right)a_x = \frac{\sqrt{2}}{2r}(T_{a1} + T_{a2} - T_{a3} - T_{a4}) \\ \left(M + 2 \cdot \frac{J\omega + J_m}{r^2}\right)a_y = \frac{\sqrt{2}}{2r}(-T_{a1} + T_{a2} + T_{a3} - T_{a4}) \\ \left(J + \frac{4l^2 \cdot (J\omega + J_m)}{r^2}\right)\dot{\omega}_0 = \frac{l}{r}(T_{a1} + T_{a2} + T_{a3} + T_{a4}) \end{cases} \tag{15}$$

式(15) 也是最终的移动机器人动力学方程。设移动机器人加速度的方向与坐标系 X_M 成 β 角,a_x 和 a_y 为:

$$\begin{aligned} a_x &= a\cos\beta \\ a_y &= a\sin\beta \end{aligned} \tag{16}$$

加速度 a 可以表示为:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \frac{r}{Mr^2 + 2(J_\omega + J_m)} \cdot \sqrt{T_{a1}^2 + T_{a2}^2 + T_{a3}^2 + T_{a4}^2 - 2T_{a1}T_{a3} - 2T_{a2}T_{a4}} \tag{17}$$

笔者研究的连续切换轮采用硬质橡胶,且轮与地面接触面积小。通过实验发现,连续切换轮的附着力比电机的最大输出力要小,故文中电机有效输出力矩主要考虑附着力的限制。附着力 F_h 与连续切换轮的压力、附着系数成正比,可以表示为 0.25 $Mg\mu_h$。其中,附着系数 μ_h 主要与连续切换轮的材料、受力面积相关,经实验测量其值为1.0[16]。同时,电机的有效输出力矩需要减去受到的滚动摩擦力,大小为 0.25 $Mg\mu_f$(其中:μ_f— 轮子与地面的滚动摩擦系数)。综上所述,每个轮子的有效输出力矩为:

$$-\frac{1}{4}Mg(\mu_h - \mu_f)r \leqslant T_{a1} \leqslant \frac{1}{4}Mg(\mu_h - \mu_f)r, i \in 1 \sim 4 \tag{18}$$

正的力矩值表示力矩沿轮子前进的方向,负的力矩值表示力矩沿轮子后退的方向。综上分析,在式(15,16,18) 约束条件下,求式(17) 中加速度的最大值,这是一个二次线性规划问题,求解结果如图 7 所示。

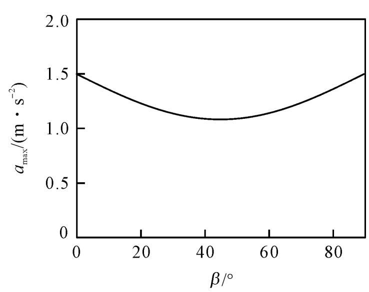

图 7　加速度 a 沿各个方向的最大值

为了验证理论分析的正确性,本研究制作了移动机器人实物。控制器采用主频为 1 GHz 的工控主板,电机驱动器采用美国 Copley 公司的直流无刷电机驱动器。工控主板通过扩展 CAN 卡与电机驱动器的 CAN 端口组成一个 CANOpen 通信网络。移动机器人的控制系统框图如图 8 所示。

三轴加速度传感器 MPU6050 安装在移动机器人的中心,用以测量移动机器人各个方向的加速度值。采用四轮对称排布,故实验中加速度 a 与 X_M 的夹角 β 可设为:$\beta \in [0, 90°]$。实验结果如图 9 所示。

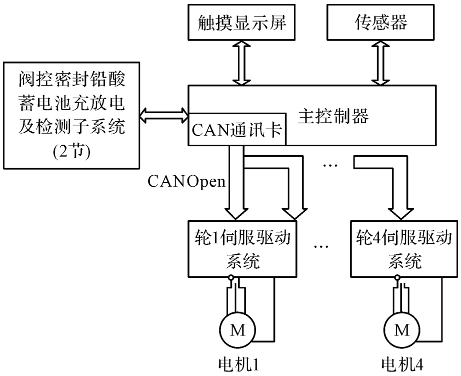

图8　移动机器人控制系统框图

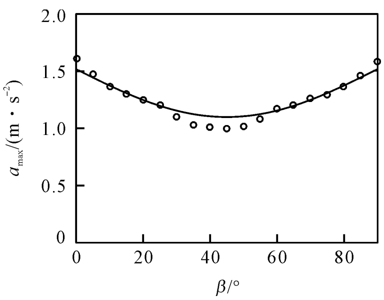

图9　加速度 a 沿各方向的实验结果

由实验结果可知，理论值与实验值基本符合，平均偏差在5%左右。主要是以下几个因素造成：(1)移动机器人加工的偏差。实际的移动机器人存在加工的误差、轴承摩擦等因素；(2)轮与地面的附着力及滚动摩擦力是随移动机器人的速度变化的；在理论计算时，附着力与滚动摩擦力都设置为了一个固定的值；(3)加速度传感器本身的精度误差及安装误差等。

4　结束语

本研究设计并制作了一种实用的连续切换轮及移动机器人，并分析了其运动学及动力学特性，结论如下：

(1)通过逆运动学求得的移动机器人速度的各向相异性结果，与ADAMS软件仿真的结果一致；

(2)给出了移动机器人各个方向的加速度各向相异性，并进行了实验验证；

(3)分析了移动机器人的运动各向相异性特性，表述了其最大速度、最大加速度与运动角度的关系。

参考文献(References)：

[1] WADE M, ASADA H H. Design and control of a variable footprint mechanism for holonomic omnidirectional vehicles and its application to wheelchairs[J]. **IEEE International Conference on Robotics and Automation**, 1999, 15(6): 978-989.

[2] SONG J B, BYUN K S. Design and control of a four-wheeled omnidirectional mobile robot with steerable omnidirectional wheels[J]. **Journal of Robotic Systems**, 2004, 21(4): 193-208.

[3] ASHMORE M, BARNES N. Omni-drive robot motionon curved pahts: the fastest path between two points is not a straight-line[C]. Conference on AI: Advances in Artificial Intelligence, Canberra: Springer, 2002.

[4] 曹其新，张　蕾. 轮式自主移动机器人[M]. 上海：上海交通大学出版社，2011.

[5] 冷春涛. 各向相异性的全方位移动机器人优化运动控制[D]. 上海：上海交通大学机械工程学院，2011.

[6] 刘　力. 五自由度全方位移动机器人研究[D]. 沈阳：沈阳航空航天大学机电工程学院，2016.

[7] 王　班，周卫华，郭吉丰，等. 一种圆弧锥辊的全向轮结构及其分析[J]. 中国机械工程，2014，24(15)：2015-2019.

[8] 周卫华，王　班，黄善均，等. 连续切换全向轮移动机器人的布局方式与运动的稳定性分析[J]. 中国机械工程，2014，25(7)：888-894.

[9] 莫　勒. Matlab数值计算[M]. 北京：北京航天航空大学出版社，2015.

[10] 吴克河，李　为，柳长安，等. 双轮驱动式移动机器人动力学控制[J]. 宇航学报，2006，27(2)：273-275.

[11] 梅　红，王　勇. 轮式移动机器人的动力学建模及跟踪控制[J]. 机床与液压，2009，37(9)：127-129.

[12] 刘　宇，任均国，唐乾刚. 柔性结构动力学方程的高斯消元法[J]. 湖南理工学院学报，2004，17(1)：16-18.

[13] 柳　柱. 非完整约束轮式移动机器人反馈控制研究[D]. 南京：南京航空航天大学机械工程学院，2004.

[14] 刘延柱. 高等动力学[M]. 北京：高等教育出版社，2001.

[15] 董玉红，邓宗全，方海涛，等. 六轮独立驱动月球车的动力学与控制研究[J]. 系统仿真学报，2009，21(4)：1210-1 213.

[16] 周卫华，王　班，郭吉丰. 连续切换全向轮及其移动机器人的自锁特性[J]. 机器人，2013，35(4)：449-455.

[**编辑**：李　辉]

本文引用格式：

周卫华. 四轮移动机器人运动各向相异性研究[J]. 机电工程，2018，35(6)：658－662.

ZHOU Wei-hua. Moving anisotropy of four wheeled mobile robot[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2018, 35(6): 658－662.