DOI:10.3969/j. issn. 1001 - 4551. 2018. 04. 017

一级倒立摆的 μ 分析和 μ 综合研究

张义辰
(上海理工大学 机械工程学院,上海 200093)

摘要:针对设计一级倒立摆系统的 H_∞ 鲁棒控制器时出现的保守性问题,提出了一种以结构奇异值 μ 理论为依据的 μ 分析和 μ 综合方法。首先进行了倒立摆系统的标准 H_∞ 控制器设计,同时运用 μ 分析的方法证明了系统 H_∞ 控制器存在保守性这一事实,指出了问题的解决方向;其次,针对出现的问题,运用 D-K 迭代算法设计了修正后的 H_∞ 控制器并加入原系统,修正了原控制器存在的问题;最后从仿真实验结果和与不同干扰抑制度的 H_∞ 控制结果的比较等方面,验证了新方法对降低保守性的实际效果。研究结果表明:新方法降低了原控制器的保守性,同时改善了输出质量,方法有效。

关键词:一级倒立摆系统;μ 分析;μ 综合;标准 H_∞ 控制;D-K 迭代算法

中图分类号:TP24　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1001 - 4551(2018)04 - 0425 - 06

μ analysis and synthesis of inverted pendulum

ZHANG Yi-chen
(Institute of Mechanical Engineering, Shanghai University of Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: Aiming at the conservatism problem of designing h-infinity robust controller on basis of inverted pendulum, μ analysis and synthesis on theory of structure singular value was presented. First, standard h-infinity controller was developed and was proved conservative by μ analysis, so that key factors were found out. Then, D-K iteration method was applied to correct the original controller and added to system. Finally, the practise effects of improve conservatism were verified by simulation results and comparisons with other h-infinity controllers on different interference suppression level. The results indicate that new method declines conservatism and improves output quality, which argues that it is effective.

Key words: inverted pendulum; μ analysis; μ synthesis; standard h-infinity control; the algorithm of D-K iteration

0 引 言

单级倒立摆是倒立摆系统中形式最简单的一种模型,具有非线性性、不稳定性等特性,常被作为研究非线性控制、鲁棒控制、最优控制、自适应控制等问题的经典模型。鲁棒控制问题作为先进控制问题的典型代表,其中的 H_∞ 控制理论、H_2 控制理论、滑模控制理论等都是解决这类问题的经典理论,近年来成为控制领域研究的热点。

关于控制算法保守性问题的分析与处理,学术界做了相当多的研究。李炜等[1]在新模型中引入时延下界,并且在证明过程中略去了模型转换和交叉项放大等环境,引入了适当的自由权矩阵,解决了鲁棒控制结果的保守性,并与传统的 LMIs 算法相比较,揭示了传统方法的保守性;马静等[2-3]重点从原理分析与公式推导方面说明了由于寻求公共 Lyapunov 矩阵而带来的鲁棒控制的保守性,并分别基于积分滑模控制和多面体不确定性区间震荡控制方法改进了鲁棒 $H2/H_\infty$ 控制的保守性;杨忠[4]从模糊时滞系统出发,重点研究了如何在稳定条件下降低保守性的问题,提出了保成本控制条件、针对时变时滞模糊系统的保守性减小方法和区间变时滞模糊系统 H_∞ 控制的保守性减小方

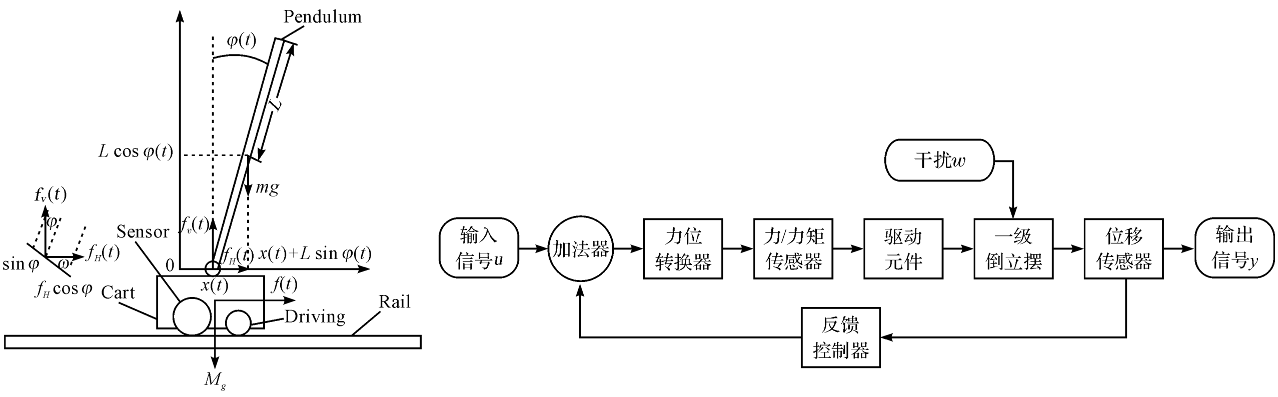
收稿日期:2017 - 09 - 04
作者简介:张义辰(1992 -),男,新疆乌鲁木齐人,硕士研究生,主要从事机器人鲁棒控制理论方面的研究。E-mail:z8839933@163.com

法;林庆强[5]则研究了不确定线性时滞系统 H_∞ 控制的保守性减小修正方法;PFIFERH 等[6]则使用积分二次型约束进行了线性时变系统低保守性鲁棒性能分析,从实验结果上证实了保守性的降低。这些方法的共同之处在于都是通过一种新的方法或理论来规避原方法的保守性,力求通过其他算法的优势来弥补这一劣势,但是都没有真正从传统算法本身来修正该算法,降低保守性。然而,从老方法入手解决保守性问题,使得修正方法的可操作性明显增强,省去了新理论的理解和复杂公式的推导,降低了难度,提高了效率。因此,研究控制方法本身的保守性修正问题很有必要。

本文将提出应用结构奇异值的理论来解决 H_∞ 控制的保守性问题,即对一级倒立摆系统进行 μ 分析和 μ 综合(对文献[7-8]总结出的倒立摆模型作适当处理)。

1 系统描述

一级倒立摆系统的示意图如图1所示。



(a) 倒立摆系统示意图 (b) 倒立摆控制系统结构图

图1 一级倒立摆系统

该系统的的输入信号 u 包含倒立摆期望角位移和台车期望水平位移两部分;干扰 w 主要包含摩擦、振动、冲击等;输出信号 y 包含倒立摆的实际角位移、台车的水平实际位移;驱动元件主要是台车的驱动电机;力位转换器主要负责将输入的位移信号转换成力或者力矩信号;反馈控制器为负反馈控制器,由具体的控制算法求得。整个系统实际为轨迹跟踪系统,跟踪性是它的重要性能指标。

简化模型可以写成如下的形式:

$$\dot{x} = \boldsymbol{A}x + \boldsymbol{B}_1 w + \boldsymbol{B}_2 u \tag{1}$$

$$x = [s(t), q(t), \dot{s}(t), \dot{q}(t)] \tag{2}$$

$$u = u(t), w = w(t) \tag{3}$$

时变系数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 主要受极点摩擦系数 c 和倒立摆摆杆质心位置 l 的影响,这两个不确定参数的摄动是有界的、随机性的,按照不确定参数的标准形式可表达为:

$$c = c_0 + k_c d, k_c = c_{\max} - c_{\min} \tag{4}$$

$$l = l_0 + k_l d, k_l = l_{\max} - l_{\min} \tag{5}$$

式(4~5)中:c—极点摩擦系数;c_0—极点摩擦系数基准值;l—摆杆质心位置,m;l_0—摆杆质心位置基准值,m;k_c,k_l—权重系数,k_c、$k_l \in \boldsymbol{R}$;δ—不确定函数,$\delta \in [-1,1]$。

为了进一步简化模型,降低研究的复杂程度,特将参数 l 确定为基准值 l_0,参数 c 不变,那么原模型就变成了只含有一个摄动参数 c 的系统模型,矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的变化和参数 l 无关,而矩阵 $\boldsymbol{B}_1$ 和 $\boldsymbol{B}_2$ 变为常数矩阵,具体的形式如下:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \dfrac{-m^2 l_0^2 g}{(M+m)J + Mml_0^2} & \dfrac{-(J+ml_0^2)K_T^2 K_g^2}{[(M+m)J+Mml_0^2]R_a r^2} & \dfrac{cml_0}{(M+m)J+Mml_0^2} \\ 0 & \dfrac{(M+m)mgl_0}{(M+m)J+Mml_0^2} & \dfrac{ml_0 K_T^2 K_g^2}{[(M+m)J+Mml_0^2]R_a r^2} & \dfrac{-c(M+m)}{(M+m)J+Mml_0^2} \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$\boldsymbol{B}_1 = \boldsymbol{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dfrac{(J+ml_0^2)K_T K_g}{[(M+m)J+Mml_0^2]R_a r} & \dfrac{-ml_0 K_T K_g}{[(M+m)J+Mml_0^2]R_a r} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{7}$$

式中:m— 摆杆质量,kg;M— 台车质量,kg;g— 重力加速度,取9.8 m/s^2;R_a—电枢电阻,Ω;K_T—电机力矩系数,Nm/A;K_E— 反向电势系数,Vs/rad;r— 台车驱动轮半径,m;K_g— 齿轮比;J— 转动惯量,kg · m^2。

人为定义不确定参数 c 的范围为[- 0.6,0],基准值为 - 0.3,将此基准值代入式(6) 中,并结合文献[11] 第 4 部分的已知参数,矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的标称矩阵 $\boldsymbol{A}_0$、干扰输入矩阵 $\boldsymbol{B}_1$、输入矩阵 $\boldsymbol{B}_2$ 的具体形式为:

$$\boldsymbol{A}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3.04 & -15.52 & -1.45 \\ 0 & 31.58 & 38.17 & 15.09 \end{bmatrix},$$

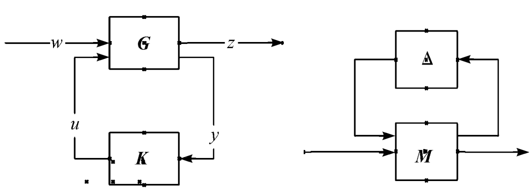
$$\boldsymbol{B}_1 = \boldsymbol{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.43 \\ -8.43 \end{bmatrix}。$$

进一步可得到系统的标称形式为:

$$\dot{x} = \boldsymbol{A}_0 x + \boldsymbol{B}_1 w + \boldsymbol{B}_2 u \tag{8}$$

2　无扰状态下的标准 H$_\infty$ 控制

H$_\infty$ 控制是通过控制系统在最坏情况下的最大幅值来增强不确定系统鲁棒性的方法,这种方法的性能指标是不确定系统的最大奇异值,即系统的 H∞ 范数。实际应用表明,几乎所有的 H∞ 控制问题都可以转化为标准 H∞ 控制问题[9],并可遵照下述结构图求解,模型如图 2 所示。



(a) 标准H$_\infty$问题基本模型　　(b) 鲁棒性能分析模型

图 2　系统的鲁棒分析基本模型

标准 H$_\infty$ 控制问题如图2(a) 所示。图2(a) 中的 $\boldsymbol{G}$ 和 $\boldsymbol{K}$ 为已知的控制系统和待求的控制器;w,u,z,y 分别代表有限维的外部输入、控制输入、被调输出和测量输出。标准 H$_\infty$ 问题就是要寻找一个控制器 $\boldsymbol{K}$,使得闭环系统内部稳定,并且让被调输出 z 和外部输入 w 间的传递函数 T_{zw} 的 H$_\infty$ 范数取得最小值,总的来说就是求解问题,即:

$$\min_{\boldsymbol{K}\text{稳定}\boldsymbol{G}} \| \mathrm{F}_1(\boldsymbol{G},\boldsymbol{K}) \|_\infty \tag{9}$$

求解这一问题,具体可以通过求解代数黎卡提方程或者求解线性矩阵不等式组来完成。求解标准 H$_\infty$ 控制问题,从另一个角度来考虑,主要是运用了小增益定理,即保证:

$$\| \boldsymbol{G}(\mathrm{j}\omega)\boldsymbol{K}(\mathrm{j}\omega) \|_\infty < 1 \tag{10}$$

本例中采用 LMI 方法求解这一问题,无扰状态下控制器的具体求解过程可参见文献[10],这里给出求解结果:

$$\boldsymbol{K}_0 = [539.939\,7,126.341\,2,143.245\,1,61.453\,7] \tag{11}$$

需要指出的是,小增益定理(10) 是使系统具有鲁棒稳定性和鲁棒特性的最低条件,这一条件实际上可以等效地表示成:

$$\sup\bar{\sigma}_{\max}[\boldsymbol{GK}] < 1 \tag{12}$$

即系统的最大奇异值不超过 1,这就使得算出的标准 H$_\infty$ 控制器不一定是最优控制器,从而使结果产生一定的保守性,这种保守性会让优化后的系统不能真正达到性能指标的最优值,影响最终的控制效果。因此就需要一种方法来直观地描述这种保守性,同时需要另一种方法来降低或者消除这种保守性。

3　一级倒立摆 $\boldsymbol{\mu}$ 分析

3.1　μ 分析方法

一级倒立摆的 μ 分析是以系统的结构奇异值理论为基础提出的,结构奇异值衡量系统结构不确定性大小的一种值。确切地说,它是对使反馈系统不稳定的最小结构不确定性的一种量化处理,也是反馈系统本身稳定裕度的倒数。对于具有如图 2(b) 所示的系统结构,其结构奇异值 $\mu_\Delta[\boldsymbol{M}(s)]$ 的形式为:

$$\mu_\Delta[\boldsymbol{M}(s)] = \frac{1}{\min\{\sigma_{\max}(\Delta):\det(I - M\Delta)\}} \tag{13}$$

式中:Δ— 快对角结构不确定性。

与系统的最大奇异值 $\sigma_{\max}(\boldsymbol{M})$ 相比,结构奇异值 $\mu_\Delta(\boldsymbol{M})$ 介于谱半径 $\rho(\boldsymbol{M})$ 和 $\sigma_{\max}(\boldsymbol{M})$ 之间,即:

$$\rho(\boldsymbol{M}) \leqslant \mu_\Delta(\boldsymbol{M}) \leqslant \sigma_{\max}(\boldsymbol{M}) \tag{14}$$

用结构奇异值 μ 来分析系统鲁棒性时,常常将系统的各个结构性的不确定量汇总在一起,形式如同图 2(b) 中的不确定性 Δ,是一个块对角结构。其中,$\boldsymbol{M}$ 通常为已知系统 $\boldsymbol{G}$ 和已求控制器 $\boldsymbol{K}$ 的线性分式变换,即:

$$\boldsymbol{M} = F_l(\boldsymbol{G},\boldsymbol{K}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{M}_{11} & \boldsymbol{M}_{12} \\ \boldsymbol{M}_{21} & \boldsymbol{M}_{22} \end{bmatrix} \tag{15}$$

式中:$\boldsymbol{M}$,$\boldsymbol{M}_{11}$,$\boldsymbol{M}_{12}$,$\boldsymbol{M}_{21}$,$\boldsymbol{M}_{22}$— 广义系统及其子块;G— 已知系统的传递函数;$\boldsymbol{K}$— 反馈控制器;$F_l(\cdot,\cdot)$— 下线性分式变换。

该式实际反映了系统本身的鲁棒稳定性,而系统

$\boldsymbol{M}$ 与不确定性 Δ 之间的线性分式变换又实际反映了系统的鲁棒性能大小,是鲁棒稳定性与鲁棒特性的统一:

$$F_u(\boldsymbol{M},\boldsymbol{\Delta}) = \boldsymbol{M}_{22} + \boldsymbol{M}_{21}\boldsymbol{\Delta}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{M}_{11}\boldsymbol{\Delta})^{-1}\boldsymbol{M}_{12} \quad (16)$$

式中:$F_u(\cdot,\cdot)$— 上线性分式变换;$\boldsymbol{\Delta}$— 不确定块。

此时判断已知系统是否满足小增益定理,只需保证:

$$\sup\mu_{\Delta}(\boldsymbol{M}) \leqslant 1 \quad (17)$$

该条件要比单纯的使用 $\|\boldsymbol{G}(\mathrm{j}\omega)\boldsymbol{K}(\mathrm{j}\omega)\|_{\infty} < 1$,即系统的最大奇异值 $\sigma_{\max} \leqslant 1$ 要严密的多,故而弥补了一般方法保守性的缺点。

对不确定系统进行 μ 分析,通常是结合系统的具体形式,绘制出系统的结构奇异值 μ 随频率 ω 变化的曲线,该曲线能直观地反映系统结构不确定性因素的变化范围,变化趋势、平均变化水平等信息,对于判断系统是否稳定、分析系统鲁棒特性、评价控制方法优劣性很有帮助。

3.2　一级倒立摆的 μ 分析

鉴于 μ 分析方法在评价控制方法优劣性方面的优势,本例尝试采用该方法来分析倒立摆系统,以便确认 H_{∞} 控制的保守性。本研究先利用 Matlab 中的 frd 函数(频响函数)将系统改写成频响函数的形式;再使用函数 mussv(计算结构奇异值)计算系统在不同频率值下的 μ 值的上界和下界,然后提取上界值,绘制上界值随频率 ω 的变化曲线,即 μ 分析曲线;最后计算系统的 H_{∞} 范数,将其作为常函数,和 μ 分析曲线画在同一坐标系内。

绘制结果如图 3 所示。

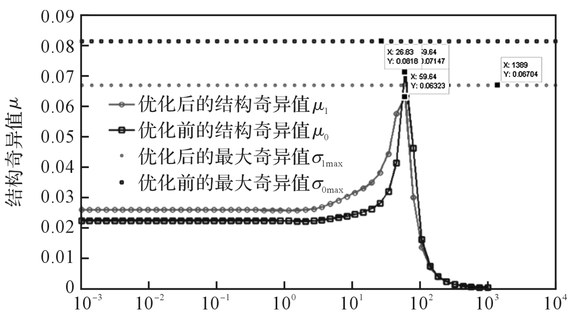


图 3　修正前后系统的 μ 分析图

带"□"标记的实线 — 修正后系统的最大奇异值 σ_{0max};"□"标记 — 修正后系统的结构奇异值 μ_0;带"○"标记的实线 — 修正后系统的最大奇异值 $\sigma_{1\max}$;"○"标记 — 修正后系统的结构奇异值 μ_1

由图 3 可以看出:经标准 H_{∞} 控制方法优化后的系统,其结构奇异值的峰值和最大奇异值直接存在一定的间距,这表明实际求出的控制器 $\boldsymbol{K}_0$ 并不是问题真正的最优解,结果存在保守性。

4　不确定系统的 $\boldsymbol{\mu}$ 综合问题

文献[9]表明:修正原算法以降低或消除保守性这一问题可以转化为不确定系统的综合问题。

D-K 迭代法是解决系统综合问题的一种有效方法,它的主要思路是运用矩阵对角放缩的方法来计算的上界,同时得到满足这一上界的最优控制器。对于一个满足式(7)的广义系统 $\boldsymbol{M}$,首先固定一标度矩阵 $\boldsymbol{D}$,求解标准 H_{∞} 控制问题[11]:

$$\min_{\boldsymbol{K}\text{稳定}\boldsymbol{G}} \|\boldsymbol{DMD}^{-1}\|_{\infty} \quad (18)$$

求取最优控制器 $\boldsymbol{K}$,再固定控制器 $\boldsymbol{K}$,求解关于 $\boldsymbol{D}$ 的凸优化问题:

$$\inf_{D} \|\boldsymbol{DMD}^{-1}\|_{\infty} \quad (19)$$

获得新的标度矩阵 $\boldsymbol{D}_{\mathrm{k}}$ 再以此为起点进行迭代计算,直至计算前后的两个标度矩阵差距足够小,便可求出修正的最优控制器 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{opt}}$。在初次求解时,初始的标度矩阵 $\boldsymbol{D}_0$ 可确定为单位矩阵 $\boldsymbol{I}$,求解过程中,需要在每一步迭代计算完毕后对修正系统进行分析,检查结构奇异值是否满足公式(17),若条件满足则继续迭代,若条件不满足,则表明原系统无解。

在 Matlab 中应用 D-K 迭代算法设计控制器,主要是 LMI 工具箱和最优化函数 fmincon 交替使用,具体步骤如下[12]:(1)设 $\boldsymbol{D}_0 = \boldsymbol{I}$,使用 LMI 工具配合最优解函数 mincx 求解标准 H_{∞} 问题,求出最优解 $\boldsymbol{K}_0$,并使用 mussv 函数计算优化系统的结构奇异值 μ_0;(2)将 $\boldsymbol{K}_0$ 固定,标度矩阵 $\boldsymbol{D}_k$ 定为未知量,使用 fmincon 函数计算最优解 $\boldsymbol{D}_{\mathrm{opt}}$;(3)检验 $\|\boldsymbol{D}_{\mathrm{opt}}\text{-}\boldsymbol{D}_k\|$ 是否小于给定值,比如 1e-7,若条件满足则终止迭代,若不满足则返回步骤(1)重新计算。

值得注意的是,虽然使用该方法求出的最优解 $\boldsymbol{K}$ 并非全局最优解,但它对控制器本身的修正效果以充分的降低了保守性。基于上述方法,对本例中的控制器 $\boldsymbol{K}_0$ 进行 μ 综合修正,经过一次迭代,最终求出修正之后的控制器可行解矩阵:

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{opt}} = [466.47, 93.97, 117.96, 52.30]$$

5　验证分析

修正控制器的验证主要分 3 个方面:(1)通过 μ 分析检验标准 H_{∞} 控制解的保守性是否得到了降低或者消除,评判标准主要是看修正后优化系统的 μ 曲线的峰值与最大奇异值是否重合或者距离在允许范围内;(2)观察控制器修正前后,优化后的倒立摆系统的控

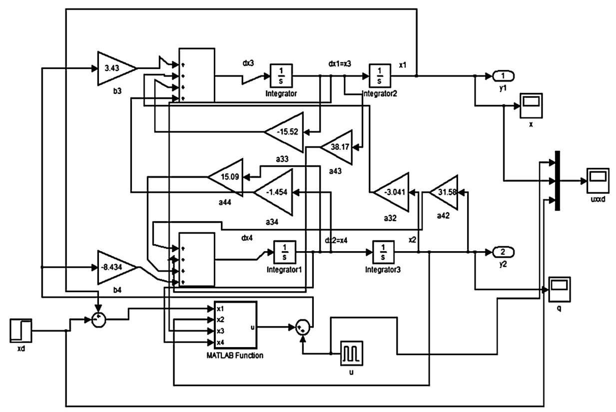
制性能有无变化,这主要从摆的镇定性和摆连接体的位移跟踪特性两方面检验,若两种特性无明显变化,则说明修正方法对系统的控制性能无较大影响;(3) 比较控制器修正前后,倒立摆系统的输出信号的评价指标有无变化,若指标值变化不大或比修正前小,则说明修正后的控制器对系统控制无影响或有所改善。

5.1　有效性验证

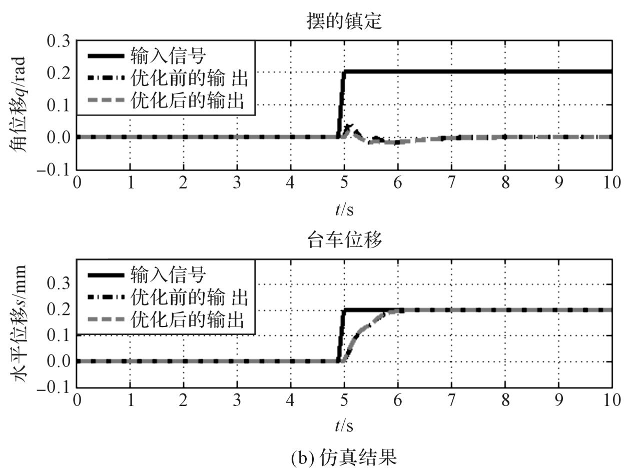
观察图 3 可以发现:修正前系统的最大奇异值和结构奇异值相差 0.010 33,修正后这两值相差 0.003 81。以上结果表明:修正后的控制器,其保守性有明显的降低,证明修正方法有效。

5.2　仿真输出结果验证

本研究利用 Matlab/Simulink 参照式(1)搭建仿真模型,使用与有关文献中相同的输入信号进行仿真,仿真系统结构图和仿真结果如图 4 所示。



(a) 仿真系统



(b) 仿真结果

图 4　仿真系统和仿真结果

实线—输入信号;点划线—修正前系统的控制效果;虚线—修正后系统的控制效果

观察图 4 可以发现:修正后,摆的镇定效果和摆连接件的位移调节效果略好于修正前,说明了修正后的方法保守性有了改善;这一结果在如表 1 所示的仿真实验数据上也能得到体现。

对仿真原始数据进行抽样后得到的数据如表 1 所示。

表 1　优化前后的仿真实验数据对比

时间 t/s	输入信号 u	优化前台车位移 x/m	优化后台车位移 x_1/m	优化前摆角位移 q/rad	优化后摆角位移 q_1/rad
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	0.2	0	0	0	0
6	0.2	0.196 237 958	0.195 717 826	−0.017 113 461	−0.016 330 887
7	0.2	0.199 997 07	0.200 029 683	−0.003 504 426	−0.003 310 055
8	0.2	0.200 011 784	0.199 937 494	−0.000 600 175	−0.000 397 467
9	0.2	0.200 014 635	0.199 944 937	−0.000 127 813	2.593 42E−05
10	0.2	0.200 020 294	0.199 882 372	−6.199 85E-05	0.000 221 49

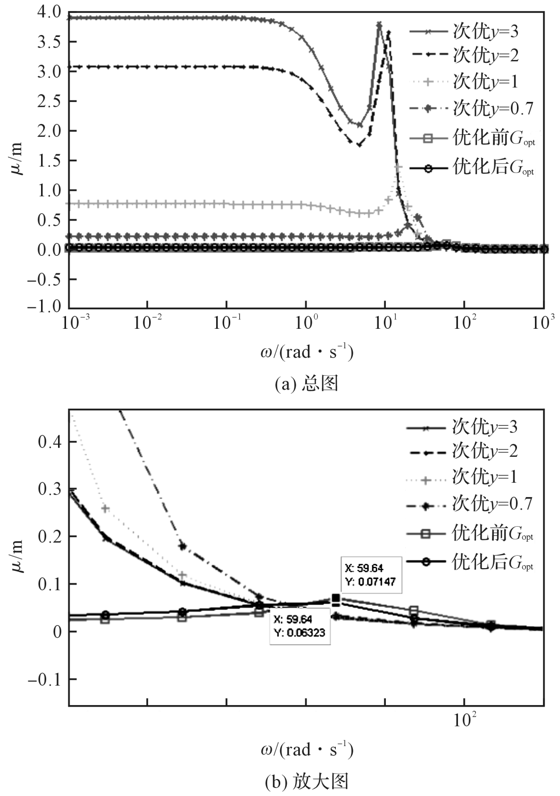
由表 1 可以看出:优化后的摆角位移比优化前更接近 0,摆的镇定效果略有改善,进一步从仿真结果说明了原方法优化后保守性的改善。

计算文献[7]第 5 部分提出的摆的镇定和台车位置调节两个评价指标,当使用传统方法的控制器 $\boldsymbol{K}_0$ 优化系统时,摆的镇定评价值 $V_{11}=0.418$,台车位置调节的评价值 $V_{12}=2.205\ 6$;使用综合方法的控制器 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{opt}}$ 优化系统时,摆的镇定评价值 $V_{21}=0.393\ 1$,台车位置调节的评价值 $V_{22}=1.971\ 8$。显然,控制器修正后的输出评价值略好于修正前,说明了新方法在降低保守性的同时对系统的输出指标略有改善。

5.3　不同 H_∞ 算法的 μ 特性比较

本文研究的是 H_∞ 控制的最优算法,对该最优算法进行 μ 综合保守性分析,还有一个重要的步骤就是将它们与不同干扰抑制水平 γ 的次优 H_∞ 控制算法作比较,重点观察它们在 μ 曲线上的变化。为此,分别取 $\gamma=3$、2、1、0.7 设计倒立摆的 H_∞ 次优控制器,连入原始系统进行 4 次 μ 分析,绘制 4 条 μ 曲线,与 μ 综合算法优化前后的两个最优控制系统的 μ 曲线作比较。不同 H_∞ 算法的 μ 特性如图 5 所示。

观察图 5(a)可以发现:随着 γ 值的减小,系统在不同频率下的 μ 值也相应下降,其中 μ 值的峰值下降最为明显;次优算法与最优算法间更清晰比较可由图 5(b)看出:经过优化后的最优系统其 μ 值最小,与优化前的最优控制系统相比,对不确定因素的抑制水平更高,进一步揭示了优化前最优算法的保守性,证明了 μ 综合方法对降低这一保守性所发挥的作用,该优化



(a) 总图

(b) 放大图

图 5　不同 H_∞ 算法的 μ 特性

方法合理有效。

6　结束语

本文将 μ 分析和 μ 综合理论应用在倒立摆的 H_∞ 控制问题中,从结构奇异值的角度来考虑这一问题,有效地修正了单纯利用小增益定理来设计控制器的缺陷,弥补了传统 H_∞ 最优控制方法的不足,降低了保守性,改善了系统的控制性能和输出质量。

同时,在运用 D-K 迭代法求解 μ 综合问题时,本文使用最优化函数 fmincon 来求解形如式(19)的凸优化问题,结果表明,该方法新颖、效果良好。

参考文献(References):

[1]　李　炜,王艳飞.少保守性网络化控制系统鲁棒保性能容错控制[J]兵工学报,2012,33(2):170-178.

[2]　马　静,郭　锐,王玉慧,等.基于积分滑模控制的广域阻尼鲁棒控制策略[J]电网技术,2013,37(2):362-365.

[3]　马　静,郭　锐,王　彤,等.基于多面体不确定性和降低保守性的鲁棒 H_2/H_∞ 控制策略[J].电网技术,2012,36(9):102-106.

[4]　杨　忠.模糊时滞系统稳定性条件保守性减小研究[D].上海:上海交通大学机械与动力工程学院,2009.

[5]　林庆强.不确定线性时滞系统具有低保守性的 H_∞ 控制器设计[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学机电工程学院,2012.

[6]　PFIFERH, SEILERP. Less conservative robustness analysis of linear parameter varing systems using integral quadratic constraints[J]. **International Journal of robust and non-linear control**,2016,26(16):3580-3594.

[7]　袁性忠,姜新建.基于滑模变结构的倒立摆系统稳定控制[J]控制理论与应用,2004,21(5):720-723.

[8]　申铁龙,梅生伟,王　宏,等.鲁棒控制基准设计问题:倒立摆控制[J]控制理论与应用,2003,20(6):974-975.

[9]　吴　敏.现代鲁棒控制[M].长沙:中南大学出版社,2006.

[10]　俞　立.鲁棒控制—线性矩阵不等式处理方法[M].北京:清华大学出版社,2002.

[11]　张银峰,聂子玲,李建平,等.μ 分析与综合方法在航空电源中的应用[J].电力电子技术,2016,50(12):102-105.

[12]　何　联,姜晓明,孟范伟,等.μ 综合中的 D-K 迭代法[J].电机与控制学报,2010,14(9):31-35.

[**编辑**:李　辉]

本文引用格式:

张义辰.一级倒立摆的 μ 分析和 μ 综合研究[J].机电工程,2018,35(4):425－430.

ZHANG Yi-chen. μ analysis and synthesis of inverted pendulum[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2018,35(4):425－430.