

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2017.12.010

基于梯度变形的多边形建模方法研究

王忠飞, 金庆仙

(浙江工业大学 特种装备制造与先进加工技术教育部重点实验室, 浙江 杭州 310014)

摘要:针对主流的三维建模软件专业门槛较高, 学习成本较高, 严重阻碍了3D打印技术普及应用的问题, 结合直观的三维变形技术, 提出了一种基于梯度变形的多边形建模方法, 该方法通过作用于待变形区域的梯度变化的变形偏移量实现模型局部变形, 并增加三角网格防退化约束以保持变形前后网格数不变。通过设置曲面边界控制变形的范围, 通过设定控制点和目标点来控制变形的形状, 并且通过对变形后网格三角形面积的检测排除退化网格。最后, 在Web平台实现了该方法。研究表明: 变形计算时间与待变形网格数成正比, 局部变形的3D建模设计过程中, 计算速度非常快。

关键词:3D打印; 多边形建模; 梯度变形; 网格退化

中图分类号: TH166

文献标志码: A

文章编号: 1001-4551(2017)12-1417-05

Polygon modeling based on gradient deformation

WANG Zhong-fei, JIN Qing-xian

(The Ministry of Education Key Lab of Mechanical Manufacture & Automation, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China)

Abstract: Aimed at the program of the application of 3D printing technology seriously hindered by the existing 3D modeling software with high professional barriers and high learning cost, combined with the intuitive 3D deformation technology, a polygon modeling method was showed which was based on gradient deformation. This method achieves the local deformation by the gradient deformation offset applies to the editing area, and the constraint of grid degenerate was used to keep the mesh number unchanged before and after deformation. By setting the boundary of the surface to control the deformation area, the shape of the deformation was controlled by the control points and the target points, and the degradation grid was eliminated by the detection of the triangle area after deformation. Finally, the method was implemented on the Web platform. The results indicate that the calculation time of deformation is proportional to the number of mesh to be deformed, and the calculation speed is very quick by the 3D design process of local deformation.

Key words: 3D printing; polygon modeling; gradient deformation; grid degenerate

0 引言

目前, 3D打印教育技术正逐渐向中小学课堂普及^[1-2], 通过让学生自主设计模型并使用3D打印技术完成创意制造, 培养其创造力和动手能力。3D打印教育的发展让中小学学生有了自主三维建模的需求, 然而目前的三维建模软件多面向专业设计领域应用^[3],

难以被学生掌握和使用。针对这一问题, Esienbeerg M^[4]从“二维瓶颈”(在用设计三维模型时, 却是通过二维平面屏幕进行展示)角度入手, 提出通过实物块进行建模, 并由传感器等记录实物生成三维数据, 将建模场景搬到现实空间^[5-7]。除此之外, 实体布尔运算^[8]、三维变形技术等操作直观模型算法也被应用于面向学生的三维建模软件设计中, 通过简化建模过

收稿日期: 2017-04-05

作者简介:王忠飞(1971-), 男, 河南南阳人, 博士, 副研究员, 硕士生导师, 主要从事机电系统控制技术、并联机器人机构及相关理论方面的研究。E-mail: wzf1225@hznc. com

程降低软件使用门槛。其中三维建模技术的应用便是模仿“捏橡皮泥”的建模方式,通过对一个初始模型的局部变形以达到建模造型的目的。

“捏橡皮泥”可以被看做一个保体积变形过程,Zhang 等^[9]通过构造内部网格实现模型保体积变形,但添加新的网格结构,增加了计算复杂度。A. Nealen 等^[10]则基于骨架子空间变形方法,构造了体空间,约束网格元素自由度,通过调整控制点实现保体积变形。Müller M 等^[11]基于弹簧质点模型,以向量积分形式表示体积,实现了模型变形中体积快速修正。刘炯宙等^[12]则基于拉普拉斯变形,构造了模型刚性变形方程和保体方程,并通过最小二乘法迭代求解实现保体变形。保体积变形方法通过约束模型的体积属性,在对模型局部变形时,计算模型修正模型,构成并求解保体方程,每轮变形都需计算所有网格,对大模型求解效率不高。

本研究提出基于梯度变形的多边形建模方法,同时,为保证良好的变形效果,增加三角网格防退化约束,保证局部变形过程中曲面的网格数保持不变。

1 梯度变形模型

在阐述梯度变形模型之前,本研究先给出一个三角网格记号 $\Delta = (F, N, V)$ 。其中: V —曲面网格的所有顶点坐标, N —曲面网格的法矢量, F — $m \times 3$ 的网格矩阵(m —曲面网格个数)。

F 中每行表示一个网格,每行的 3 个元素为该网格的 3 个顶点在 V 的位置。 F_i 为第 i 个面,其 3 个顶点为对应编号的顶,其法矢量为 N 。

1.1 变形边界线和偏移约束

设有三维空间封闭曲线 $C: \varphi(u, v) = 0$, 用于选取待变形的曲面表面局部区域,称为变形边界线。变形控制模型如图 1 所示。

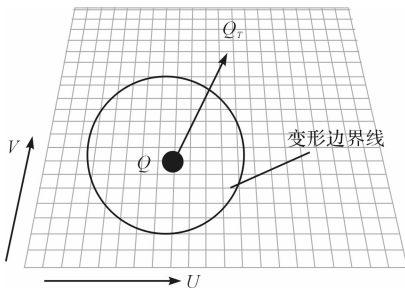


图 1 变形控制模型

Q —控制点; Q_T —变形目标点

若 E 表示曲面所有网格的集合,则边界线 C 可唯一地确定一个集合 $E(C) \in E$,使得 $E(C)$ 的每个网格

F_i 的顶点 $V_{F(i,1)}$ 、 $V_{F(i,2)}$ 、 $V_{F(i,3)}$ 满足 $\varphi(u, v) \geq 0$, 即 $E(F_i)$ 为待变形网格集合。

由点 Q 、 Q_T 可以确定变形偏移约束 $F(Q, Q_T)$, $F(Q, Q_T)$ 作用于曲面上被选取区域,可以改变待变形网格 $E(C)$ 的形状。偏移约束模型如图 2 所示。

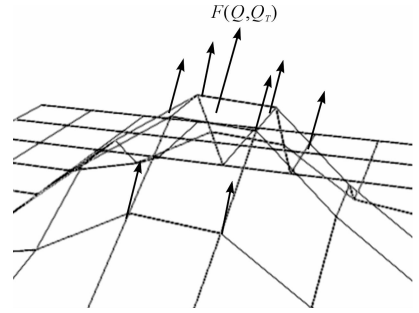


图 2 偏移约束模型

下面简要地介绍偏移量如何作用于待变形网格。

1.2 梯度变形

对于一个待变形的三角网格 F_i 和它对应的变形 F'_i , 各自的边向量矩阵为:

$$L = [V_{F(i,2)} - V_{F(i,1)}, V_{F(i,3)} - V_{F(i,1)}] \quad (1)$$

$$L' = [V'_{F'(i,2)} - V'_{F'(i,1)}, V'_{F'(i,3)} - V'_{F'(i,1)}] \quad (2)$$

则有变换关系:

$$L' = JL \quad (3)$$

式中: J —三角网格的变形梯度。

在边界曲线内,三角网格的变形梯度与该网格到控制点 Q 的距离 $D_i(F_i, Q)$ 有关,距离越远的网格受偏移约束的影响越小,变形越小,其中边界处的变形最小,控制点处的变形最大。变形梯度模型如图 3 所示。

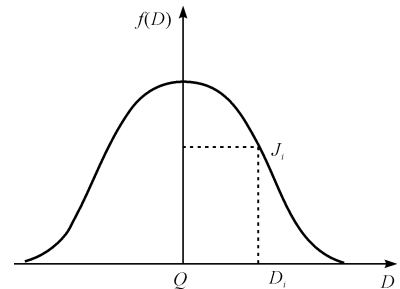


图 3 变形梯度模型

则网格 F_i 的变形梯度为:

$$J_i = f(D_i) F(Q, Q_T) = \alpha(F_i, Q) F(Q, Q_T) \quad (4)$$

1.3 变形量计算

为了可以准确地描述偏移约束对局部网格的梯度作用,设 D_L 为偏移函数,表示曲面在边界线内网格受偏移约束作用后各个网格的变形情况:

$$D_L = \sum_{\varphi(u,v) \geq 0} J_i L_i = \sum_{i=1}^N J_i L_i =$$

$$\sum_{i=1}^N \alpha(F_i, Q) F(Q, Q_T) L_i \tag{5}$$

式中: N —待变形网格个数。

由式(5) 可以看出,变形梯度函数 $\alpha(F_i, Q)$ 由预设给定,则曲面的变形偏移控制与边界线 $\varphi(u, v)$ 、控制点 Q 和目标点 Q_T 有关,其中 Q 规定为边曲线 $\varphi(u, v)$ 的中点,则梯度变形的控制量仅为边界线和目标点两项。若分别固定边界线和目标点其中一项,则可生成两种不同的变形编辑效果:

(1) 保持边界线不变,即始终编辑同一网格集合 $E(C)$,不断改变目标点位置,可产生如拉捏的变形效果,两种变形方式如图 4 所示。

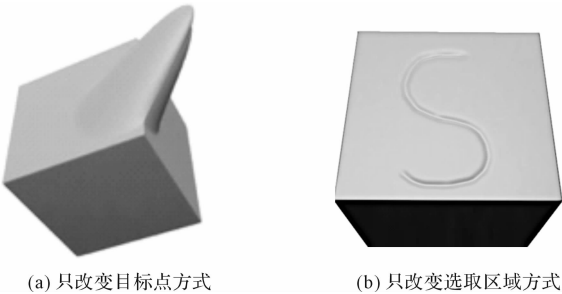


图 4 两种变形方式

(2) 保持目标点到目标点的相对位置不变,移动边界曲线,则按照边界曲线轨迹有雕刻的变形效果。

1.4 三角网格退化约束

为保证曲面基本变形效果,保持在变形过程中,曲面的网格数不变,由梯度变形极分解方法可知,变形梯度 J 可以分解处拉伸和旋转两个部分,即:

$$J = UP \tag{6}$$

式中: U — 3×3 旋转矩阵; P — 3×3 对称矩阵,表示网格在 3 个正交方向的拉伸情况。

由于拉伸矩阵 P 对网格的变形作用,将改变网格中各边长度,因此就可能出现边长趋于 0 的三角网格,即三角网格将退化到线或点,如图 5 所示。

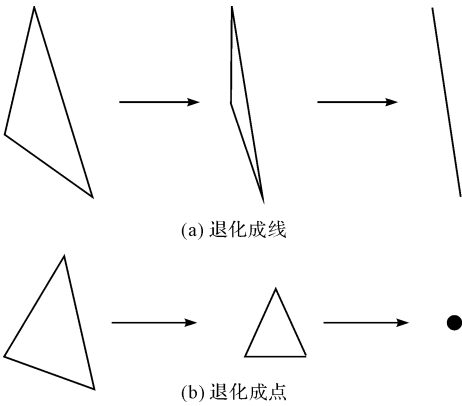


图 5 三角网格的退化

由于三角网格退化现象,导致变形后丢失部分网格信息,难以保持曲面细节。在计算变形量过程中,笔者以网格退化为变形约束条件。

本研究以网格面积作为退化的判断条件,即若网格 F_i 满足 $S_{F_i} \leq \lambda_0$,则被认为退化的网格, S_{F_i} 为网格 F_i 面积, λ_0 为网格最小面积,与建模空间的尺寸和密度有关。

变形后的网格边向量有:

$$L' = [V'_{F'(i,2)} - V'_{F'(i,1)}, V'_{F'(i,3)} - V'_{F'(i,3)}] = \begin{pmatrix} x_1^l & x_2^l \\ y_1^l & y_2^l \\ z_1^l & z_2^l \end{pmatrix} \tag{7}$$

由三角形面积公式 $S = \frac{1}{2} |L_1 \times L_2|$,可得网格退化判定条件:

$$\begin{cases} |x_1^l y_2^l - x_2^l y_1^l| < \varepsilon \\ |x_1^l z_2^l - x_2^l z_1^l| < \varepsilon \\ |z_2^l y_1^l - z_1^l y_2^l| < \varepsilon \end{cases} \tag{8}$$

式中: ε —退化判定阈值,与最小面积 λ_0 有关。

因此,在计算得到变形后网格后,对网格进行退化分析,若出现退化情况,则取消该次变形编辑。

1.5 变形过程

算法描述(伪代码如下所示):

Step0:等待变形编辑操作

Step1:用户绘制变形边界线,确定控制点,并计算得到待变形网格集合

Step2:

IF(为空)GOTO Step0

ELSE {

用户设定目标点,并计算得到变形偏移

}

Step3:

FOR(in) {

计算变形后

IF(出现退化现象) {

IF(用户取消编辑) GOTO Step0

ELSE GOTO Step2

}

ELSE {

更新模型,GOTO Step2

}

}

本研究通过局部曲面的梯度变形实现多边形建

模,主要流程如图 6 所示。

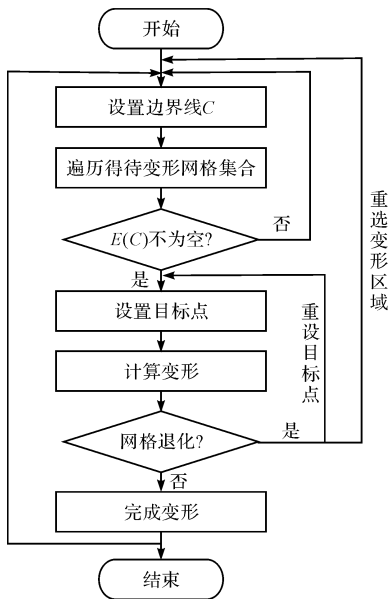


图 6 变形流程

首先用户设定待变形区域,若存在被选取的网格,

则可通过拖动设置目标点位置,直到用户停止拖动或出现网格退化,如此便完成一轮变形编辑,用户可不断重复直至完成多边形建模。

2 实验与结果分析

按照上述的变形建模方法,本研究采用 WebStrom 10,基于 THREE.js 进行系统开发,并在 Intel 酷睿 i5, CPU 主频 2.9 GHz,8 GB RAM 的基于 Mac OS X El Capitan 平台的 Chrome 浏览器上运行。为了方便评价变形效果,采用半径比^[13]的方法,即:

$$\beta_i = 2 \frac{r}{R} \tag{9}$$

式中: r — 三角形内切圆半径; R — 外切圆半径。

β_i 值为 $[0,1]$, $\beta_i = 1$ 表示三角形形状最佳。引入变形网格最小半径比 $\beta_{\min}$ 和平均半径比来衡量变形稳定性。

从球体模型出发,经过五步变形编辑创建的一个“牛头”模型如图 7 所示。

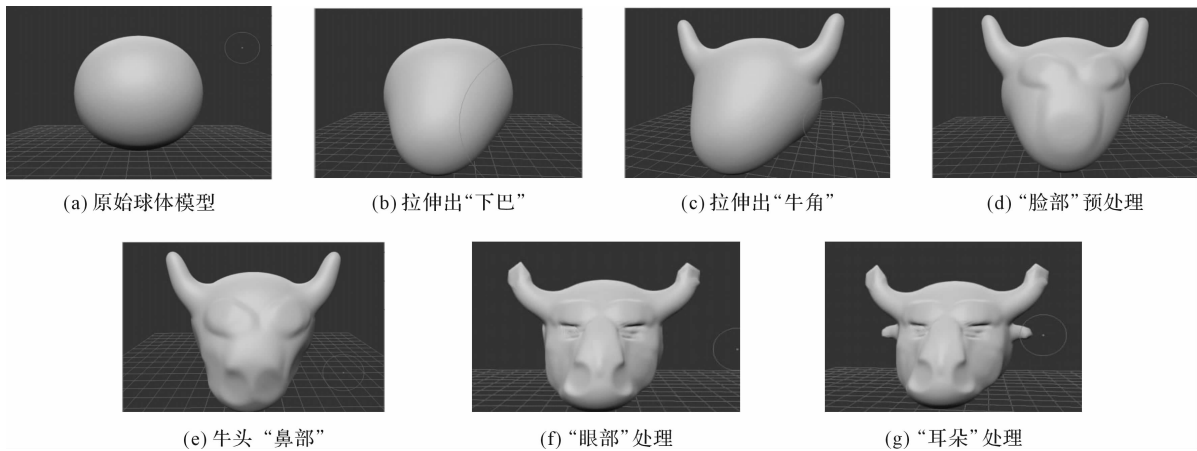


图 7 牛头模型变形效果

利用熔融堆积型(FDM)3D 打印机采用 PLA 材料将图 7 创建的“牛头”模型打印出的实物如图 8 所示。

图 7 各步变形结果的数据分析如表 1 所示。

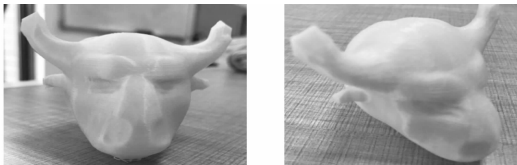


图 8 牛头模型 3D 打印实物

表 1 图 7 结果分析

图号	总网格数/个	选取网格数/个	网格选取时间/ms	变形计算时间/ms	$\beta_{\min}$	β_a
7(b)	24 576	6 321	10.26	32.75	0.825	0.882
7(c)		1 308	10.08	5.70	0.783	0.812
7(d)		4 603	9.96	24.10	0.865	0.895
7(e)		892	10.22	3.80	0.812	0.844
7(f)		1 782	10.40	8.35	0.675	0.693
7(g)		684	9.74	3.45	0.732	0.743

通过实例可以得出本研究的基于梯度变形的多边形建模方法具有以下特点:

(1)变形编辑包括设定变形边界线和设定目标点两个部分,变形编辑操作简单,同时可以预定边界曲线为圆形等规则曲线,通过简单的点击和拖拉动作即可完成曲面局部变形;

(2)变形量计算仅针对被选取的局部区域网格,而与模型总网格数无关,大大减少了变形量的计算量,提高了变形响应速度;

(3)对模型曲面的变形编辑仅与当前曲面网格状态有关,即变形编辑是无后效性的,因此不同的变形约束对同一区域的作用相互之间没有干扰,有可叠加性;

(4)从表1的网格选取时间统计可以看到,网格选取时间是与总网格数相关的,这是因为网格选取是一个遍历的过程,每轮选取都需对所有网格计算一次,计算效率低下。因此需对网格选取过程进行进一步的优化,提高遍历效率;

(5)本研究的梯度变形方法能较好地完成曲面模型局部变形,变形效果真实自然,但模型曲面需有一定网格密度,对于网格较稀疏的曲面区域,可能会造成不平滑的变形效果。

3 结束语

针对3D打印教育中对操作简单直观的三维建模软件的需求,本研究提出了曲面模型局部梯度变形方法,并将该方法应用于多边形建模系统,应用该系统,用户不需掌握建模专业知识,直接操作模型表面就可以完成建模,同时通过对变形过程中三角网格的退化进行约束,提高了系统的稳定性。相比保体变形的对所有网格的迭代计算,该方法仅需计算被选取的部分网格,可很好地应用大模型的变形编辑。与保体积的变形方法相比,本文提出的方法计算量小,大大地改善交互体验感。

本研究未来的工作放在如何识别网格密度稀疏的局部变形区域,以及如何提高网格选取的遍历效率上,

从而获得更理想的变形效果和变形操作响应。

参考文献(References):

- [1] 李青,王青. 3D打印:一种新兴的学习技术[J]. 远程教育杂志,2013(4):29-35.
- [2] 朱珠,雷林,罗向东,等. 含能材料3D打印技术及应用现状研究[J]. 兵工自动化,2016,35(6):52-55,70.
- [3] 黄文钧. CAD/CAM软件与技术人员的应用培训[J]. 机电工程技术,2004,33(10):16-18.
- [4] ESIENBEERG M. 3D printing for children: what to build next[J]. *International Journal of Child Computer Interaction*,2013,1(1):7-13.
- [5] JOTA R, BENKO H. Constructing virtual 3D models with physical building blocks[C]. *International Conference on Human Factors in Computing Systems*, New York: ACM, 2011.
- [6] FOLLMER S, ISHII H. KidCad: digitally remixing toys through tangible tools[C]. *Proceedings of the CHI 2012*, Austin: ACM,2012.
- [7] HUANG Y, EISENBERG M. Easigami: virtual creation by physical folding[C]. *TEI'2012*, New York: ACM,2012.
- [8] Tinkercad [EB/OL]. [2017-02-20]. <https://www.tinkercad.com>.
- [9] ZHANG S, NEALEN A, METAXAS D. Robust mesh editing using Laplacian coordinates[J]. *Graph Models*,2011,73(1):10-19.
- [10] NEALEN A, IGARASHI T, SORKINE O, et al. Laplacian mesh optimization[C]. *GRAPHITE'06*, Kuala Lumpur: ACM,2006.
- [11] MÜLLER M, HEIDELBERGER B, HENNIX M, et al. Position based dynamics[J]. *Commun and Image Representation*,2007,18(2):109-118.
- [12] 刘炯宙,李基拓,陆国栋. 三维模型近刚性保体变形[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2013,25(4):533-540.
- [13] ZHANG S T, HUANG J Z. Robust mesh editing using Laplacian coordinates[J]. *Graphical Models*,2011(73):10-19.

[编辑:李辉]

本文引用格式:

王忠飞,金庆仙. 基于梯度变形的多边形建模方法研究[J]. 机电工程,2017,34(12):1417-1421.

WANG Zhong-fei, JIN Qing-xian. Polygon modeling based on gradient deformation[J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2017,34(12):1417-1421.

《机电工程》杂志:<http://www.meem.com.cn>