

DOI: 10.3969/j.issn.1001-4551.2017.10.027

一种保持特征的网格简化算法*

钱勋波, 罗立宏*

(广东工业大学 机电工程学院, 广东 广州 510006)

摘要: 针对网格简化算法中出现的细节特征丢失、简化结果过于均匀以及计算复杂等问题, 从原始模型的几何特征出发, 对待折叠三角形与其邻域内三角形的形状与位置关系进行研究, 对三角形折叠点到其三个顶点的偏离程度进行总结, 提出了一种基于三角形折叠的保持模型特征的网格简化算法。该方法根据目标三角形各顶点邻域三角形的不同, 为其 3 个顶点分配相应的权值, 由各顶点权值的大小最终确定三角形折叠点坐标, 然后以二次误差测度为度量标准计算出每个三角形的折叠代价, 再结合三角形局部面积比、局部区域不平度以更好地控制简化结果。实验结果表明: 该方法能够降低计算的复杂度、提高简化速度, 使模型的特征区域和非特征区域均保持一定的简化率, 并较好地保持了原始模型的细节特征。

关键词: 网格简化; 特征保持; 三角形折叠; 二次误差测度; 局部面积比

中图分类号: TH122; TH39; TP242.2

文献标志码: A

文章编号: 1001-4551(2017)10-1224-05

Method of mesh simplification based on feature preserving

QIAN Xun-bo, LUO Li-hong

(School of Mechanical & Electrical Engineering, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China)

Abstract: Aiming at the problems that the detail features of the mesh models were lost, the effects of mesh simplification were excessively even-distributed and the algorithm were time-consumed, starting with the geometric feature of original model, the geometrical and positional relationship between target triangle and its adjacent triangles was analyzed, the level of folding point departure from its vertexes was summarized, a feature preserved method of mesh simplification was proposed based on triangle collapse. According to the difference of every vertex's adjacent triangles of target triangle, various values were distributed to each vertex to calculate the coordinates of contracting point, combined with local area ratio of triangles and local region irregularity, the final errors were figured out to get better effects. The results indicate that this method can lower the computation complexity, improve the speed of mesh simplification, at the same time, keep appropriate simplification rate in both characteristic region and flat site, and maintain the detail features of original model well.

Key words: mesh simplification; feature preserving; triangle collapse; quadric error metrics; local area ratio

0 引言

随着数字城市、娱乐游戏、展会宣传、GIS 等领域的快速发展, 三维网格模型得到了广泛的应用。但是高度密集的网格给模型的存储和实时绘制带来了不便, 于是针对网格模型的简化算法应运而生, 即在保持模型细

节特征的前提下尽可能的减少模型的顶点和三角面片的数量。目前, 国内外学者已经提出多种网格简化算法, 其中应用较为广泛的有 HOPPE^[1]提出的基于边折叠的渐进网格简化算法, 该方法以边为折叠元素对原始模型进行简化, 能够在保证一定简化效率的同时很好的保持模型的拓扑性质; HAMANN^[2]提出的基于三角形折叠

收稿日期: 2017-03-02

基金项目: 广东省自然科学基金资助项目(2015A030310112); 广东省科技计划资助项目(2016A040403110)

作者简介: 钱勋波(1990-), 男, 河南信阳人, 硕士研究生, 主要从事数字图像处理、虚拟现实方面的研究。E-mail: 624681290@qq.com

通信联系人: 罗立宏, 男, 博士, 副教授。E-mail: lou_lihong98@163.com

的网格简化算法,该方法以三角形为折叠元素并以曲面曲率等作为误差控制因子优先删除模型中形状不理想的三角形(如狭长三角形),能够得到较高的简化效率。近年来,一些学者结合已有算法提出了很多改进的网格简化算法:张欣等人^[3]将原始模型中的三角形分成内部三角形和边界三角形,对不同的三角形采取不同的简化策略,并结合三角形狭长度、局部区域面积和局部区域尖锐度控制三角形折叠顺序,该方法能在非特征区域保持较好的简化效率,但是对于网格密集的区域简化效果不明显;易兵等人^[4]在参考张量投票理论的基础上,结合二次误差提出一种保持边界特征的网格模型分级二次误差简化算法,该算法的优势在于能够实现网格的分级简化并能较好的保持原始模型细节特征,但是算法设计复杂,实用性不强;吕书明等人^[5]提出基于简化和细分技术的三角形网格拓扑优化方法,该方法通过简化、细分和再简化处理,能够较好地改善网格的拓扑关系、减少非理想节点数,但是其细分处理阶段增加了一部分时间开销;周元峰^[6]以简化后网格模型平均体积的变化量为误差标准,结合三角形几何形状因子和法向量因子对网格进行简化,该方法在简化率不是很高的情况下能够很好的控制简化模型与原始模型之间的 Hausdorff 距离,但是简化模型三角形形状趋于均匀,不利于对特征区域的表达;佟玉斌、王辉^[7]将边折叠和三角形折叠算法相结合,提出一种基于曲面拟合的网格简化算法,能够根据不同的特征区域采取自适应密度的网格简化,以确保在特征区域和非特征区域获得相近的简化率,但是该方法单纯的以三角形的长高比作为误差评判标准,很难保证简化质量;DIGNE J, STEINER D C 等人^[8]提出基于特征提取的表面重建简化算法,该方法结合最佳质量传输策略控制简化误差,能够自动将输入点集进行简化并生成简化模型,其优势在于对表面重构策略进行了优化,较好地保持了模型特征,但是当输入点集较大时,很难在预期的时间内得到简化结果。

本研究针对以上算法在网格简化中存在的问题,提出一种基于三角形折叠的保持细节特征的网格简化算法。该方法根据原始模型几何特征计算出三角面片的折叠点坐标,然后以二次误差测度为度量标准计算出每个三角面片的折叠代价,最后结合三角形局部面积比、局部区域不平整度以更好地控制简化误差。

1 三角形折叠及折叠点的确定

1.1 基本概念

定义 1: 与三角形 T_i 有且仅有两个公共点的三角形

为 T_i 的共边三角形,由 T_i 的所有共边三角形所构成的集合称为三角形 T_i 的共边三角形集合。

定义 2: 与三角形 T_i 有且仅有一个公共点的三角形为 T_i 的共点三角形,由 T_i 的所有共点三角形所构成的集合称为三角形 T_i 的共点三角形集合。

定义 3: 由三角形 T_i 的共边三角形集合与共点三角形集合的并集所构成的集合称为三角形 T_i 的邻域 C_i 。

三角形折叠是指将三维网格模型中满足误差控制条件的三角形面片折叠为一个点,同时删除与此三角形共边的三角形,并将与此三角形共点的三角形的邻接点坐标更新至折叠点处。

三角形折叠示意图如图 1 所示。

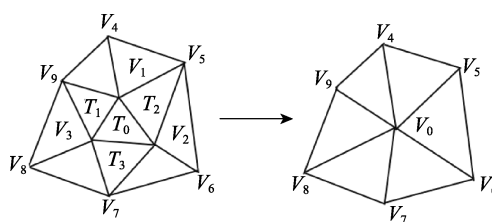


图 1 三角形折叠示意图

在基于三角形折叠的网格简化算法中需要解决的关键问题有两个,一个是折叠点位置的选取,另一个是执行折叠操作所带来的误差是多少。

1.2 折叠点的确定

为了更好的保持简化模型的细节特征,本文从原始模型的几何形状及空间结构出发,确定折叠点坐标。

折叠点计算示意图如图 2 所示。

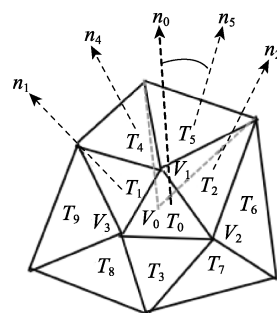


图 2 折叠点计算示意图

假定待折叠的三角形为 T_0 , 折叠点为 v_0 , 其中 n_i 为三角形 T_i 的法向量,执行折叠操作后,三角形 T_0 、 T_1 、 T_2 、 T_3 被删除,顶点 v_1 、 v_2 、 v_3 合并至 v_0 。由计算机图形学的基本理论及人眼视觉特性可知,为了得到高细节特征的简化模型,应该使剩余三角形尽可能的逼近其初始位置。以三角形 T_5 为例,要使折叠后的三角形 T_5' (如图中红色虚线所示) 尽量保持其原来的位置,

必须使折叠点 v_0 尽量接近顶点 v_1 ，且当三角形 T_5 与待折叠三角形 T_0 间夹角越大时，折叠点 v_0 越是要尽可能多的靠近顶点 v_1 ；反之，当三角形 T_5 与待折叠三角形 T_0 的夹角越小时，则折叠点 v_0 可适当的远离顶点 v_1 。以此为理论依据，推广到三角形 T_0 的所有邻接三角形可知， v_0 点的选取应结合三角形 T_0 的 3 个顶点处的邻接三角形与待折叠三角形 T_0 的夹角，并根据各个顶点权值的大小以三角形中心为基准最终确定折叠点 v_0 向 T_0 的 3 个顶点的偏离程度。

假定三角形 T_i 所在的平面方程为： $a_i x + b_i y + c_i z + d_i = 0$ ，其中 $a_i^2 + b_i^2 + c_i^2 = 1$ ，则三角形 T_i 的单位法向量 $n_i = (a_i, b_i, c_i)^T$ ，设 T_s 为 T_i 的邻域三角形，则有 $T_s \in C_i$ ，三角形 T_s 的单位法向量 $n_s = (a_s, b_s, c_s)^T$ ，设顶点 v_i 的坐标为 $(x_{v_i}, y_{v_i}, z_{v_i})$ 。

以顶点 v_1 为例计算其权值 λ_{v_1} ，由于三角形 T_4 、 T_5 为 T_0 的共点三角形，被顶点 v_1 独自占据，而三角形 T_1 、 T_2 为 T_0 的共边三角形，分别被顶点 v_1 、 v_3 和顶点 v_1 、 v_2 共同拥有，故权值 λ_{v_1} 的计算公式为：

$$\lambda_{v_1} = \frac{\langle n_0, n_4 \rangle + \langle n_0, n_5 \rangle + 0.5 \langle n_0, n_1 \rangle + 0.5 \langle n_0, n_2 \rangle}{\sum_{i=1}^9 \langle n_0, n_i \rangle} \tag{1}$$

式中： $\langle n_0, n_i \rangle$ 一向量 n_0 和 n_i 的夹角余弦值的绝对值。

将 $\langle n_0, n_i \rangle$ 标准化至区间 $[0, 1]$ ，即： $\langle n_0, n_i \rangle = 1 - |n_0^T \cdot n_i|$ ， $(i = 1, 2, 3 \dots 9)$ 。同理，可计算出顶点 v_2 、 v_3 的权值 λ_{v_2} 、 λ_{v_3} ：

$$\lambda_{v_2} = \frac{\langle n_0, n_6 \rangle + \langle n_0, n_7 \rangle + 0.5 \langle n_0, n_2 \rangle + 0.5 \langle n_0, n_3 \rangle}{\sum_{i=1}^9 \langle n_0, n_i \rangle} \tag{2}$$

$$\lambda_{v_3} = \frac{\langle n_0, n_8 \rangle + \langle n_0, n_9 \rangle + 0.5 \langle n_0, n_1 \rangle + 0.5 \langle n_0, n_3 \rangle}{\sum_{i=1}^9 \langle n_0, n_i \rangle} \tag{3}$$

因为 $\lambda_{v_1} + \lambda_{v_2} + \lambda_{v_3} = 1$ ，设待折叠三角形 T_0 的中心点坐标 $v_{T_0} = (x_{T_0}, y_{T_0}, z_{T_0})$ ，则：

$$\begin{cases} x_{T_0} = \frac{1}{3}(x_{v_1} + x_{v_2} + x_{v_3}) \\ y_{T_0} = \frac{1}{3}(y_{v_1} + y_{v_2} + y_{v_3}) \\ z_{T_0} = \frac{1}{3}(z_{v_1} + z_{v_2} + z_{v_3}) \end{cases}$$

因此，三角形 T_0 的折叠点 $v_0 = (x_0, y_0, z_0)$ 的计算公式为：

$$(x_0, y_0, z_0) = (x_{T_0}, y_{T_0}, z_{T_0}) + \lambda_{v_1} \overline{v_{T_0} v_1} + \lambda_{v_2} \overline{v_{T_0} v_2} + \lambda_{v_3} \overline{v_{T_0} v_3} \tag{4}$$

式中： $\overline{v_{T_0} v_i}$ 一由顶点 v_{T_0} 到顶点 v_i 的向量 $(i = 1, 2, 3)$ 。

即：

$$\begin{cases} x_0 = x_{T_0} + \lambda_{v_1}(x_{v_1} - x_{T_0}) + \lambda_{v_2}(x_{v_2} - x_{T_0}) + \lambda_{v_3}(x_{v_3} - x_{T_0}) \\ \quad = \lambda_{v_1}x_{v_1} + \lambda_{v_2}x_{v_2} + \lambda_{v_3}x_{v_3} \\ y_0 = y_{T_0} + \lambda_{v_1}(y_{v_1} - y_{T_0}) + \lambda_{v_2}(y_{v_2} - y_{T_0}) + \lambda_{v_3}(y_{v_3} - y_{T_0}) \\ \quad = \lambda_{v_1}y_{v_1} + \lambda_{v_2}y_{v_2} + \lambda_{v_3}y_{v_3} \\ z_0 = z_{T_0} + \lambda_{v_1}(z_{v_1} - z_{T_0}) + \lambda_{v_2}(z_{v_2} - z_{T_0}) + \lambda_{v_3}(z_{v_3} - z_{T_0}) \\ \quad = \lambda_{v_1}z_{v_1} + \lambda_{v_2}z_{v_2} + \lambda_{v_3}z_{v_3} \end{cases}$$

由此可见，三角形 T_0 的折叠点坐标是一个与其中心点没有直接联系的值，因此可以很好的保持原始模型的几何特征。

1.3 折叠误差计算

二次误差测度 (quadric error metrics, QEM) 以点到平面的距离为误差标准，对原始模型中的每个三角形 T_i ，求该三角形的邻域 C_i ，对三角形 T_i 执行折叠操作后，得折叠点 v_{i0} 到 C_i 中每个三角形所在平面距离的平方，最大值越小，简化模型与原始模型越相似。

假定三角形 T_i 的邻接三角形所在的平面方程为 $a_i x + b_i y + c_i z + d_i = 0$ ，其中 $a_i^2 + b_i^2 + c_i^2 = 1$ 。令 $p = (a_i, b_i, c_i, d_i)^T$ ，则 v_{i0} 到该邻接三角形所在平面距离的平方是 $(p^T v_{i0})^2$ ，其中折叠点 v_{i0} 的坐标由式 (4) 算出，并扩展其坐标为 $v_{i0} = (x_{i0}, y_{i0}, z_{i0}, 1)^T$ 则三角形 T_i 的折叠误差为：

$$\Delta(T_i) = \text{Max}_{p \in C_i} (p^T v_{i0})^2 = \text{Max}_{p \in C_i} (v_{i0} p)(p^T v_{i0}) = \text{Max}_{p \in C_i} (v_{i0}^T M_p v_{i0}) \tag{5}$$

其中，

$$M_p = p p^T = \begin{bmatrix} a_i^2 & a_i b_i & a_i c_i & a_i d_i \\ a_i b_i & b_i^2 & b_i c_i & b_i d_i \\ a_i c_i & b_i c_i & c_i^2 & c_i d_i \\ a_i d_i & b_i d_i & c_i d_i & d_i^2 \end{bmatrix}$$

2 特征保持因子

2.1 局部面积比

在网格模型的简化算法中，通常优先考虑简化较为平坦的区域，因为该区域特征相对不明显，简化后有利于保持原始模型的几何特性。但是，由于该区域的网格单元面积一般较大，所以简化后会引起一定的视觉误差。而在模型特征明显的区域，其网格分布较为密集，

且网格单元的面积相对较小, 简化该区域容易造成模型细节特征的丢失。然而该区域大量密集的网络给模型的存储和传输带来了极大的不便, 因此有必要在保持模型特征的前提下对该区域进行适当的简化。针对该问题, 李楠^[9]提出用局部区域面积作为简化过程中的约束因子, 即计算目标三角形与其邻域内三角形的面积之和, 该方法能在一定程度上降低简化模型的误差, 但是当局部区域内三角形之间面积相差较大时, 会弱化该区域的细节特征。

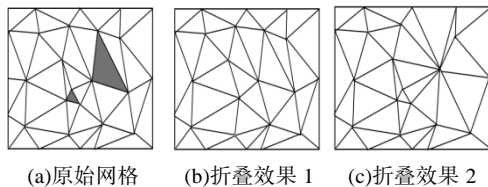
为了能够同时在模型的平坦区域和特征区域获得较好的简化效果, 文中提出以网格单元的局部面积比作为简化过程中的约束因子。即用三角形 T_i 的面积除以其本身及其邻域 C_i 中三角形的面积之和, 其计算公式:

$$LAR(T_i) = \frac{A_{T_i}}{A_{T_i} + \sum_{T_s \in C_i} A_{T_s}} \quad (6)$$

式中: A_{T_i} — 三角形 T_i 的面积。

该约束因子的引入能够优先简化局部区域中面积较小的三角形而不会对模型整体造成大的影响。因为当待折叠三角形面积较小而其邻域内三角形面积较大时, 折叠该三角形对模型的改动较小, 且局部区域面积越小时, 此改动所带来的误差越不明显, 因此更有利于保持原始模型的细节特征。

折叠效果对比图如图 3 所示。



(a)原始网格 (b)折叠效果 1 (c)折叠效果 2

图 3 折叠效果对比图

当折叠 (a) 中较小阴影部分三角形后, 简化模型 (b) 与原始模型较为相似, 而当折叠 (a) 中较大阴影部分三角形后, 简化模型 (c) 与原形模型之间误差较大。

2.2 局部区域不平度

网格模型的局部区域不平度 (local region irregularity, LRI) 是描述模型细节特征的一个重要尺度, 它量化地表示了网格模型在某一区域内的弯曲程度。局部区域不平度越大, 则模型在该区域的弯曲程度越大, 反之, 局部区域不平度越小, 则模型在该区域的弯曲程度越小, 即模型越平坦。为了使简化模型较好的表示出原始模型的几何特征, 研究人员提出了多种衡量局部区域不平度的方法。DONG Lu、FANG Yu-ming 等人^[10]提出基于曲率计算的视觉特征评估方法, 该方法根据人类视

觉特征通过计算模型顶点的高斯曲率设计出结合视觉屏蔽和视觉饱和效应的简化算法。该方法能够较好的保持原始模型的区域不平度, 但是由于计算曲率较为复杂, 因此增加的一定的时间成本。与三角形网格的曲率相比, 三角形的法向量更容易算得, 且三角形法向量之间的夹角对于表示模型局部区域的曲率具有较好的效果。文献[3]用目标三角形与其邻域内三角形的法向量夹角的平均值作为衡量标准, 但此方法容易使得邻域内少数与目标三角形有较大夹角的三角形被平均夹角所减弱, 从而造成特征区域被误判为平坦区域。为此, 文中提出用法向量平均夹角加上最大夹角来度量局部区域不平度, 该方法在综合考虑区域整体特征的同时加入最大误差控制因子, 能够更好的保持原始模型的细节特征。其计算公式为:

$$LRI(T_i) = \frac{\sum_{T_s \in C_i} (1 - |n_i \cdot n_{T_s}|)}{k} + \text{Max} \left(1 - \left| n_i \cdot n_{T_s} \right| \right) \quad (7)$$

式中: k —目标三角形 T_i 的邻域 C_i 中三角形的个数。

2.3 改进的误差计算

加入特征因子后的误差计算公式为:

$$\Delta(T_i)' = \Delta(T_i) \cdot LAR(T_i) \cdot LRI(T_i) \quad (8)$$

其中, $\Delta(T_i)$ 、 $LAR(T_i)$ 、 $LRI(T_i)$ 分别根据式 (5~7) 求得。

3 算法描述

3.1 算法的基本步骤

(1) 遍历原始模型, 计算每个三角形 T_i 的邻域 C_i , 和 T_i 的各个顶点处的邻域 C_{i_s} (其中 $s=1,2,3$), 并标记邻域内的三角形是目标三角形 T_i 的共边三角形还是共点三角形;

(2) 计算每个三角形所在平面的方程及其单位法向量和误差矩阵 M_p ;

(3) 根据目标三角形与其各个顶点的邻域三角形法向量的夹角计算目标三角形各顶点的权值并由公式

(4) 计算出折叠点坐标;

(4) 根据式 (6、7) 计算出局部面积比和局部区域不平度, 再由式 (8) 计算出每个三角形的折叠误差, 并将其加入到误差队列中按照由小到大的顺序排列;

(5) 取出误差队列中误差最小的三角形进行折叠, 更新误差队列与所有被改动的三角形的相关信息;

(6) 若达到所需的简化率则算法结束, 否则, 转向步骤 5。

3.2 算法的复杂度分析

假设原始模型共有 n 个三角形, 简化模型有 m 个

三角形，一次迭代中移除的三角形个数为 k 。则遍历模型计算每个三角形及其顶点的邻域所需要的时间复杂度为： $O(n)$ ；计算所有三角形折叠点坐标的时间复杂度为： $O(n)$ ；计算折叠误差的时间复杂度为： $O(n)$ ；对折叠误差进行堆排序的时间复杂度为： $O(n \log n)$ ；简化阶段第 i 次迭代的时间复杂度为： $O(\log(n - ki))$ ，所以简化阶段总的时间复杂度为： $\log n + \log(n - k) + \log(n - 2k) + \dots + \log m < \log n! - \log m! = O(n \log n - m \log m)^{[1]}$ 。综上可知，本算法的时间复杂度为： $O(n \log n)$ 。

4 实验结果与分析

文中算法是在 2.8 GHz Core(TM) i5-4200H、4 GB 内存 PC 机上，用 VS2013 结合 OpenGL 编程语言实现。分别选取 cow、goat、horse 模型进行实验，并和文献[3]中的方法进行对比，实验效果如图 4 所示。

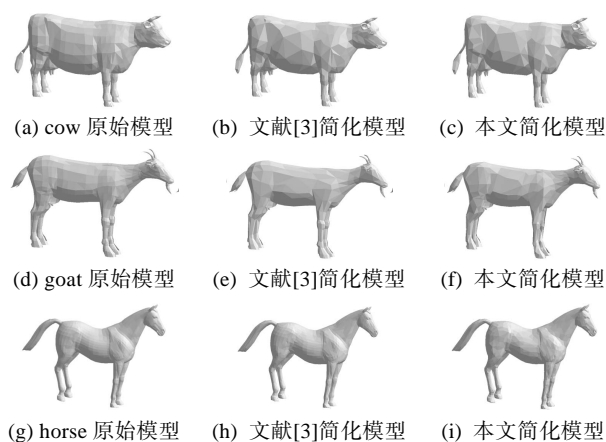


图 4 模型简化结果对比

从 3 组动物模型简化前后的对比图中可以看出，与文献[3]相比，本文算法能在模型头部、腿部、尾部等特征明显的地方保持一定的简化率，在腹部、背部等相对平坦的地方保持较高的简化率，模型细节特征保持明显，且运算速度有所提高，实验数据如表 1 所示。

表 1 实验数据对比

模型	初始三角形数	简化模型三角形数	简化率/(%)	文献[3]简化时间/ms	本文简化时间/ms
cow	5005	2 503	50	941	730
goat	5195	2 598	50	979	771
horse	1 8363	9 182	50	2 570	1 883

本文引用格式：

钱勋波，罗立宏. 一种保持特征的网格简化算法[J]. 机电工程，2017，34(10)：1224-1228.

QIAN Xun-bo, LUO Li-hong. Method of mesh simplification based on feature preserving[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2017, 34(10): 1224-1228.

《机电工程》杂志：http://www.meem.com.cn

5 结束语

本研究在三角形折叠的基础上，从原始模型的形状和结构出发，提出了一种快捷的三角形折叠点计算方法，通过二次误差测度结合三角形局部面积比、局部区域不平度控制简化顺序，在保持原始模型细节特征的前提下，降低了计算的复杂度并通过实验验证了此方法的可行性。

下一步的研究工作是：针对模型各个区域不同程度的细节特征，为每个区域的网格单元设定相应的面积阈值，使得简化模型在同一区域内具有相对均匀的网格单元，而在不同区域之间体现网格单元的差异性。

参考文献(References):

- [1] HOPPE H. Progressive meshes[C]. Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, New York: ACM Press, 1996.
- [2] HAMANN B. A data reduction scheme for triangulated Surfaces[J]. Computer Aided Geometric Design, 1994, 11(2): 197-214.
- [3] 张欣, 秦茂玲, 谢堂龙. 基于特征保持的三角形折叠网格简化算法[J]. 计算机技术与发展, 2012, 22(1): 94-97.
- [4] 易兵, 刘振宇, 谭建荣. 边界特征保持的网格模型分级二次误差简化算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2012, 24(4): 427-434.
- [5] 吕书明, 张明磊, 孙树立. 基于简化和细分技术的三角形网格拓扑优化方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2014, 26(8): 1225-1131.
- [6] 周元峰, 张彩明, 贺平. 体积平方度量下的特征保持网格简化方法[J]. 计算机学报, 2014, 26(8): 203-212.
- [7] 佟玉斌, 王辉. 基于曲面拟合的三角形网格简化[J]. 计算机工程, 2012, 38(8): 242-246.
- [8] DIGNE J, COHEN S D, ALLIEZ P, et al. Feature-preserving surface reconstruction and simplification from defect-laden point sets[J]. Journal of Mathematical Imaging and Visions, 2014(48): 369-382.
- [9] 李楠, 肖克炎, 李源, 等. 一种三角形折叠网格模型简化的改进算法[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(34): 192-194.
- [10] DONG Lu, FANG Yu-ming, LIN Wei-si, et al. Perceptual quality assessment for 3D triangle mesh based on curvature[J]. IEEE Transactions on Multimedia, 2015, 17(12): 2174-2184.
- [11] 张震, 段黎明, 刘璐. 保持特征的高质量三角形网格简化方法[J]. 计算机集成制造系统, 2014, 20(3): 486-493.

[编辑：周昱晨]