

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2017.06.018

基于矩不确定分布鲁棒优化的发电自调度算法

潘 伟, 黄民翔*

(浙江大学 电气工程学院, 浙江 杭州 310027)

摘要:针对发电商在电力市场中的自调度计划问题,对模型中节点边际电价的不确定性进行了研究。提出了基于矩不确定分布鲁棒优化方法(DRO-MU),用于解决含不确定节点边际电价的发电自调度问题。建立了以收益最大为目标的发电自调度模型,构建了LMPs的不确定集合,在该不确定集合下将发电自调度模型转化为DRO-MU模型,再通过拉格朗日对偶原理将模型转化为一个确定性的半正定规划进行了求解。研究表明,随着不确定集范围的增大,发电公司收益减少;与确定性调度计划计算结果相比,DRO-MU模型收益少,但方案安全性更高、鲁棒性更强。

关键词:发电自调度;分布鲁棒优化;矩;半正定规划;节点边际电价

中图分类号:TM73

文献标志码:A

文章编号:1001-4551(2017)06-0643-05

Distributional robust optimization under moment uncertainty for self-scheduling

PAN Wei, HUANG Min-xiang

(College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: Aiming at the self-scheduling problem of the generation companies in the electricity market, the uncertainty of locational marginal prices (LMPs) was studied. A distributional robust optimization under moment uncertainty (DRO-MU) was proposed to solve the problem. The generation self-scheduling model with the objective of maximum profit was established to construct the uncertain set of LMPs. Under the uncertain set, the self-scheduling model was transformed into the DRO-MU model, and then the model was transformed into a deterministic semidefinite programming model by Lagrangian duality. The results indicate that with the increase of the uncertainty set, the profit of generation companies decreases. Compared with the results of deterministic scheduling, the DRO-MU model yields less, but the scheme is more secure and more robust.

Key words: self-scheduling; distributional robust optimization (DRO); moment; semidefinite programming; locational marginal price (LMP)

0 引 言

在解除管制的电力市场中,发电公司为了在竞争中获得最大收益,需要依据某种优化理论得到的竞标曲线进行投标^[1]。在联营交易模式中,发电公司和消费者分别提出供给和需求,然后由系统调度员(ISO)根据电网传输容量和网络约束等条件建立合适的市场出清规则^[2]。发电公司在参与联营交易模式时,通过

对电价的预测,以自身收益最大化为目标,向ISO提供相应的发电计划。而系统投标的市场化运作,会产生更多的不确定因素^[3-4]。发电公司面临的挑战是如何根据电力市场预测的电价,建立有效的发电自调度计划。

文献[5]提出了基于预测的节点边际电价的利润最大化模型;由于节点边际电价具有不确定性,因此文献[6-7]提出通过使用博弈论的原理分析各发电公司

收稿日期:2016-12-13

作者简介:潘伟(1989-),男,山东烟台人,硕士研究生,主要从事电力系统规划、电力市场方面的研究。E-mail:panwei@zju.edu.cn

通信联系人:黄民翔,男,教授,硕士生导师。E-mail:huangmx@zju.edu.cn

的报价策略来预测节点边际电价,但实际上,由于难以获得竞争对手的机组运行状况、可用发电容量的商业信息,难以操作;文献[8]提出日前市场的发电自调度模型,通过预测各时段的电价以及各时段电价的协方差矩阵对模型进行求解,但没有考虑网络安全约束;文献[9-10]对电力市场中由于电价波动引起的风险问题进行了探讨;在文献[11-12]中,JABR R A 基于条件风险管理方法,通过椭圆不确定集合,提出了基于安全约束和最优潮流的自发电计划模型。

对于不确定性问题的建模方法主要有随机规划方法和鲁棒优化方法 2 种。前者通过引入随机变量来描述不确定性,但这种方法需要得知随机变量的完整分布统计特性,并且会产生大量的离散样本点,导致计算规模过于庞大;后者不需要参数的概率分布,仅需要假设不确定参数属于一个不确定集^[13-14],但这种方法可能过于保守,且没有利用一些可以取得的概率统计信息。

本研究采用分布鲁棒优化方法,对含节点边际电价不确定的发电自调度问题进行求解。

1 矩不确定分布鲁棒优化方法

1.1 矩的不确定集

在处理和简化鲁棒优化问题的过程中,最重要的问题就是确定参数所属的不确定集合 D ,以及在给定不确定集合 D 条件下的对偶转换。通常,参数所属的不确定集合可以使用盒式或者椭圆不确定集合。本研究选取的不确定参数为常用的矩——期望和协方差矩阵。其中,期望所属的不确定集合为椭圆不确定集,协方差矩阵所属的不确定集合为矩阵不等式限定的半正定锥不确定集。不确定集 D 的结构具体如下:

$$D = \begin{cases} P(\xi \in S) = 1 \\ [E(\xi) - \mu_0]^T \sum_0^{-1} [E(\xi) - \mu_0] \leq \gamma_1, \gamma_1 \geq 0 \\ E[(\xi - \mu_0)(\xi - \mu_0)^T] \leq \gamma_2 \sum_0, \gamma_2 \geq 1 \end{cases} \quad (1)$$

式中: ξ —随机变量, S —随机变量的分布空间, μ_0 —随机变量的估计期望列向量, $\sum_0$ —随机变量的估计期望协方差矩阵, γ_1 —期望所属的椭圆不确定集的半径的限定参数, γ_2 —协方差矩阵所属的半正定锥不确定集范围的限定参数。

1.2 矩不确定分布鲁棒优化方法模型及其对偶转换

矩不确定分布鲁棒优化方法(DRO-MU)主要考虑随机变量的两个矩(期望与协方差矩阵)在假设的不确定集合的条件下,找到最差情况下的一个期望最

优问题的决策。通常,该决策过程可以构建为一个 min-max 问题,其模型如下:

$$\min_x \max_{F \in D} E[h(x, \xi)] \quad (2)$$

式中: x —决策变量; ξ —随机变量; F —随机变量 ξ 的分布; D —随机变量 ξ 的矩所属的不确定集; E —求函数 $h(x, \xi)$ 的期望。

上述 min-max 问题是 NP 难问题^[15],难以求解。但在 1.1 节中所描述的不确定集合的情况下,通过使用 Lagrange 对偶原理,可以将该模型转换为一个确定性的半正定规划问题,具体如下:

$$\begin{cases} \min_{Q, q, r, t} r + t \\ \text{s. t. } r \geq h(x, \xi) - \xi^T Q \xi - \xi^T q, \forall \xi \in S \\ t \geq (\gamma_2 \sum_0 + \mu_0 \mu_0^T) \cdot Q + \mu_0^T q + \sqrt{\gamma_1} \|\sum_0^{1/2} (q + 2Q\mu_0)\| \\ a \geq 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中: Q, q —对偶变量; r, t —松弛变量; $\cdot$ —Frobenius 内积; $\geq$ —半正定。

2 发电自调度模型

假定公司每台发电机组的成本如下:

$$C_i(P_{Gi}) = a_i + b_i P_{Gi}, i = 1, \dots, N_G \quad (4)$$

式中: N_G —发电公司拥有的发电机组台数。

发电公司的收益可表示为:

$$f(P_G, \lambda) = \lambda^T P_G - \sum_{i=1}^{N_G} C_i(P_{Gi}) \quad (5)$$

式中: P_G —发电公司的发电机组出力构成的列向量, λ —节点边际电价的列向量。

上述模型的可行域 Π 由以下约束条件组成:

(1) 发电机功率界限:

$$P_{Gi}^{\min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{\max} \quad (6)$$

式中: $P_{Gi}^{\min}, P_{Gi}^{\max}$ —发电机组 i 出力的最小和最大限值。

(2) 功率约束:

$$\sum_{i=1}^{N_G} P_{Gi} \leq \sum_{j=1}^{N_D} P_{Dj} \quad (7)$$

式中: P_{Dj} —负荷 j 的功率需求, N_D —负荷的数量。

(3) 线路传输功率约束:

$$-P_{bl}^{\max} \leq P_{bl} \leq P_{bl}^{\max} \quad l = 1, \dots, N_l \quad (8)$$

式中: $P_{bl}^{\max}$ —支路 l (首端节点 i , 末端节点 j) 的传输功率额定值; N_l —系统中线路的数量。

式(8)可通过功率传输分配系数,通过节点注入功率将支路上的传输功率表示出来,即:

$$-P_b^{\max} \leq T(P_G - P_D) \leq P_b^{\max} \quad (9)$$

式中: $(P_G - P_D)$ —节点注入功率的列向量。

矩阵 T 中的元素称为功率传输分配系数,具体定

义见文献[16]。

3 矩不确定分布鲁棒优化方法下的发电自调度模型

3.1 节点边际电价的矩不确定集

节点边际电价实际值可以看作围绕节点边际电价预测值上下波动的一个随机变量。因此发电公司在进行竞价时,可以将节点边际电价看作一个以预测值为期望,以预测误差均方根作为协方差矩阵的随机变量。由于上述长期数据是通过历史数据分析得到,不能完善地刻画短期的节点边际电价,加之短期数据与长期数据的期望和协方差矩阵有一定程度的相似性,本研究引入一个以长期数据的期望和协方差矩阵为中心的不确定集,具体如下:

$$D_{\lambda} = \begin{cases} P(\lambda \in S) = 1 \\ [E(\lambda) - \bar{\lambda}]^T \sum_{\lambda}^{-1} [E(\lambda) - \bar{\lambda}] \leq \gamma_1, \gamma_1 \geq 0 \\ E[\lambda - \bar{\lambda}(\lambda - \bar{\lambda})^T] \leq \gamma_2 \sum_{\gamma}, \gamma_2 \geq 1 \end{cases} \quad (10)$$

式中: λ —节点边际电价的实际值; $\bar{\lambda}$ —节点边际电价长期统计拟合得到的期望值; $\sum_{\lambda}$ —节点边际电价长期统计拟合得到的协方差矩阵; γ_1, γ_2 —不确定集合范围的限定参数; γ_1 —节点边际电价实际期望值与预测值的偏离椭圆半径的限定参数; γ_2 —节点边际电价实际期协方差矩阵与预测值的偏离半定锥范围的限定参数。

γ_1 和 γ_2 都是一个评估值,取决于对节点边际电价预测的准确程度。

3.2 矩不确定分布鲁棒优化方法下的目标函数表达

由于节点边际电价属于上述 3.1 节中所描述的不确定集,可应用鲁棒优化原理构建一个 min-max 问题。该鲁棒模型的思路是希望能够在电价预测最差的情况下得到式(5) 较好的结果。具体如下:

$$f = \min_{\lambda} \max_{F \in D_{\lambda}} [-f(P_G, \lambda)] = \min_{\lambda} \max_{F \in D_{\lambda}} E \left[\sum_{i=1}^{N_G} C_i(P_{Gi}) - \lambda^T P_G \right] \quad (11)$$

式中: F —随机变量 λ 的分布, D_{λ} —3.1 节所刻画的 λ 所属的矩不确定集。

3.3 目标函数的对偶转化

3.2 节中的目标函数式(11) 所表达的是一个 min-max 模型,是一个 NP 难问题。通过 Lagrange 对偶原理可将式(11) 转换为一个半正定规划问题,进而有效求解^[17]。其转换后的模型如下:

$$\begin{cases} \min_{Q, q, r, t} r + t \\ \text{s. t. } r \geq -f(P_G, \lambda) - \lambda^T Q \lambda - \lambda^T q, \forall \lambda \in S \\ t \geq (\gamma_2 \sum_{\lambda} \lambda \lambda^T) \cdot Q + \bar{\lambda}^T q + \sqrt{\gamma_1} \parallel \sum_{\lambda}^{1/2} (q + 2Q \bar{\lambda}) \parallel \\ Q \geq 0 \end{cases} \quad (12)$$

由舒尔补定理可将式(12) 中第 1 个不等式约束替换为一个半正定矩阵:

$$\begin{bmatrix} Q & \frac{1}{2}(P_G + q) \\ \frac{1}{2}(P_G + q)^T & r - \sum_{i=1}^{N_G} C_i(P_{Gi}) \end{bmatrix} \geq 0 \quad (13)$$

因此,最终的矩不确定分布鲁棒优化模型可以描述为下式所示,并进行求解:

$$\begin{cases} \min_{Q, q, r, t} r + t \\ \text{s. t. } \begin{bmatrix} Q & \frac{1}{2}(P_G + q) \\ \frac{1}{2}(P_G + q)^T & r - \sum_{i=1}^{N_G} C_i(P_{Gi}) \end{bmatrix} \geq 0 \\ t \geq (\gamma_2 \sum_{\lambda} \lambda \lambda^T) \cdot Q + \bar{\lambda}^T q + \sqrt{\gamma_1} \parallel \sum_{\lambda}^{1/2} (q + 2Q \bar{\lambda}) \parallel \\ Q \geq 0 \\ P_G \in \Pi \end{cases} \quad (14)$$

4 算例分析

4.1 仿真系统

本研究采用修改后的 IEEE30 节点系统进行测试,线路和母线数据、负荷、发电机参数、二次成本函数等见文献[18]。发电机有关数据以及预测的 LMPs 值列如表 1 所示。

表 1 发电机数据与预测的 LMPs 值

节点	$P_{Gi}^{\min} / P_{Gi}^{\max}$		$a/$	$b/$	$c/$	LMPs/
	MW	MW	($\text{£} \cdot \text{h}^{-1}$)	($\text{£} \text{ MWh}$)	($\text{£} \cdot (\text{MW}^2 \text{h})^{-1}$)	($\text{£} \cdot (\text{MWh})^{-1}$)
1	50	200	0	2	0.003 75	3
2	20	80	0	1.75	0.017 5	3
5	15	50	0	1	0.062 5	3
8	10	35	0	3.25	0.008 34	5
11	10	40	0	3	0.025	5
13	12	40	0	3	0.025	5

节点 1 为平衡节点,功率基准值为 100 MW。其他基准要求为 $\gamma_1 = 0.1, \gamma_2 = 1.1$ 。系统仿真系统为在以

上基准要求上,逐个改变相关参数进行讨论。

为简化计算,笔者将式(4) 根据表 1 中的参数 a 、 b 、 c 和发电机出力极限约束进行线性化处理。

发电机成本函数为:

$$C_i(P_{Gi}) = a_i + b_i P_{Gi} + c_i P_{Gi}^2, i = 1, \cdots, N_G$$

对于发电机成本函数进行插值分段线性化:

$$Y = \frac{C'_{ij} - C'_{ij-1}}{P'_{ij} - P'_{ij-1}}X + \frac{C'_{ij-1}P'_{ij} - C'_{ij}P'_{ij-1}}{P'_{ij} - P'_{ij-1}} \quad (15)$$

$$X \in [P'_{ij-1}, P'_{ij}]$$

$$P'_{ij} = P_{Gi}^{\min} + j \frac{P_{Gi}^{\max} - P_{Gi}^{\min}}{m}, j = 1, \cdots, m$$

$$C'_{ij} = C_i(P'_{ij})$$

式中: $P_{Gi}^{\min}, P_{Gi}^{\max}$ —发电机组 i 出力的最小和最大限值;
 m —进行插值选取的点的数量。

以节点 5 处的发电机为例,对发电机成本函数进行 1、2、8、16 分段线性插值处理后的函数图像与原函数图像的对比,分别如图 1 所示。

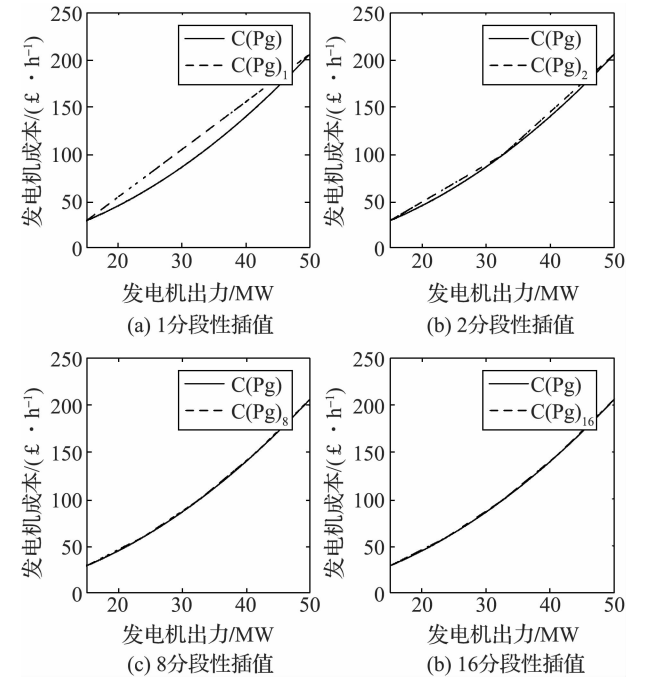


图 1 发电机成本函数分段线性化与原函数对比

可以看出, m 取值越大,分段线性化后得到的函数与原函数误差越小。

4.2 仿真结果分析

4.2.1 不确定集范围限制参数对总成本的影响

利润随 γ_1 值变化曲线如图 2、图 3 所示。

从图 2、图 3 可以看出,随着参数 γ_1 、 γ_1 的增大,利润在不断减少。这是由于 γ_1 、 γ_1 是对节点边际电价实际期望值与预测值的偏离椭圆半径的限定参数, γ_1 、 γ_1 越大表明对节点边际电价的预测的准确度越差,这会使得发电公司转而采用一种更加保守的策略进行竞价,

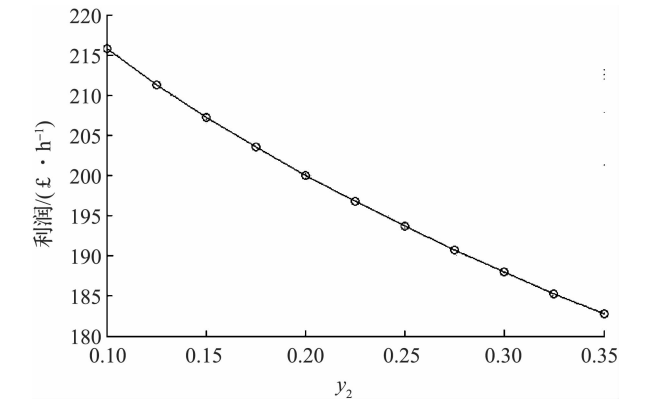


图 2 利润随 γ_1 值变化曲线

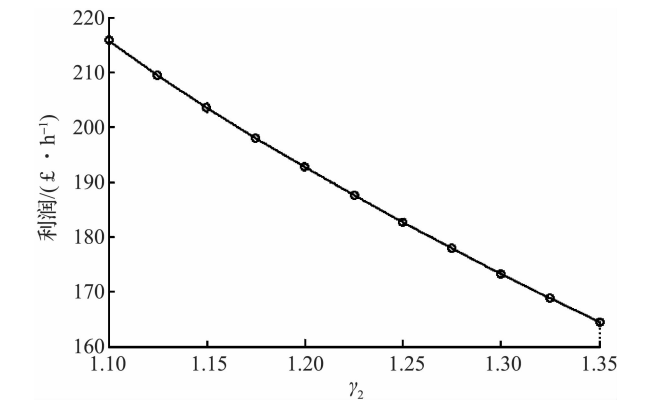


图 3 利润随 γ_2 值变化曲线

从而导致利润的减少。

4.2.2 与确定性自发电计划的对比

根据文献提供的预测的 LMPs 如表 2 所示。

表 2 确定性调度计划与 DRO-MU 自发电计划期望利润对比

方法	$P_{G1}/$	$P_{G2}/$	$P_{G5}/$	$P_{G8}/$	$P_{G11}/$	$P_{G13}/$	利润/ (£ · h ⁻¹)
	MW	MW	MW	MW	MW	MW	
确定性计划	90.56	66.54	23.43	35.68	33.58	33.59	237.8
DRO-MU	128.09	35.00	18.09	35.00	30.00	37.22	215.8

采用确定性调度计划得到的方案,其利润为 237.8 £ /h,与采用矩不确定分布鲁棒优化方法得到的数据相比偏高。这是由于确定性调度计划完全没有考虑节点边际电价的波动,完全依据表 1 中的预测 LMPs 对发电机组的发电计划进行安排,导致对利润的期望更为乐观。但实际中,难以保证预测的节点边际电价的准确性,实际收益会低于预期值。而通过本研究所提出的方法,可以根据节点边际电价的历史数据,很好地考虑了电价波动所带来的风险,做到了风险与收益平衡。

5 结束语

(1) 节点边际电价短期预测值的分布参数与长期分布参数不完全一致,即矩不确定,因而可以利用矩不

确定分布鲁棒优化方法进行求解;

(2)矩不确定分布鲁棒优化模型是一个 NP 难问题,通过 Lagrange 对偶原理可以将其转换为一个半正定规划问题模型,进而求解;

(3)通过仿真,可以看出不确定集的范围越大,即节点边际电价的短期预测值与实际值相差越大,则发电公司的总体利润则越低。与确定性调度计划相比,其利润期望偏低,但考虑节点边际电价预测的不确定性,方案的安全性更强。

参考文献 (References):

- [1] 翟桥柱,周佃民,管晓宏. 发电竞价曲线的特征研究[J]. 电网技术,2002,26(12):9-12.
- [2] 姚建刚,唐 捷,李西泉,等. 发电侧电力市场竞价交易模式的研究[J]. 中国电机工程学报,2004,24(5):82-87.
- [3] 白利超,康重庆,夏 清,等. 不确定性电价分析[J]. 中国电机工程学报,2002,22(5):37-42.
- [4] 郑 华,谢 莉,张粒子,等. 电力市场下系统边际价格混合预测模型的新研究[J]. 中国电机工程学报,2005,25(17):66-71.
- [5] YAMIN H, AL-ACTASH S, SHAHIDEHPOUR M. Security-constrained optimal generation scheduling for GENCOs [J]. **IEEE Transactions on Power Systems**, 2004, 19(3):1365-1372.
- [6] 甘德强,王建全,胡朝阳. 联营电力市场的博弈分析:单时段情形[J]. 中国电机工程学报,2003,23(6):71-76,86.
- [7] 胡朝阳,孙维真,汪 震,等. 考虑市场力的短、中、长期电价预测[J]. 电力系统自动化,2003,27(22):16-22.
- [8] YAMIN H Y, SHAHIDEHPOUR S M. Risk and profit in self-scheduling for GenCos [J]. **IEEE Transactions on**

Power Systems, 2004, 19(4):2104-2106.

- [9] 赵新宇,王锡凡,陈皓勇. 火电厂投资风险决策的模型与整体框架[J]. 中国电机工程学报,2004,24(8):10-14.
- [10] 康重庆,白利超,夏 清,等. 电力市场中发电商的风险决策[J]. 中国电机工程学报,2004,24(8):4-9.
- [11] JABR R A. Self-scheduling under ellipsoidal price uncertainty: conic-optimisation approach[J]. **IET Generation, Transmission & Distribution**, 2007, 1(1):23-29.
- [12] JABR R A. Robust self-scheduling under price uncertainty using conditional value-at-risk[J]. **IEEE Transactions on Power Systems**, 2005, 20(4):1852-1858.
- [13] BERTSIMAS D, PACHAMANOVA D, SIM M. Robust linear optimization under general norms[J]. **Operations Research Letters**, 2004, 32(6):510-516.
- [14] BEN-TAL A, GORYASHKO A, GUSLITZER E, et al. Adjustable robust solutions of uncertain linear programs [J]. **Mathematical Programming**, 2004, 99(2):351-376.
- [15] 梅生伟,郭文涛,王莹莹,等. 一类电力系统鲁棒优化问题的博弈模型及应用实例[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(19):47-56.
- [16] 甘德强,杨 莉,冯冬涵. 电力经济与电力市场[M]. 北京:机械工业出版社,2010.
- [17] DELAGE E, YE YIN-YU. Distributionally robust optimization under moment uncertainty with application to data-driven problems [J]. **Operations Research**, 2010, 58(3):595-612.
- [18] ALSAC O, STOTT B. Optimal load flow with steady-state security [J]. **IEEE transactions on power apparatus and systems**, 1974, 93(3):745-751.

[编辑:李 辉]

本文引用格式:

潘 伟,黄民翔. 基于矩不确定分布鲁棒优化的发电自调度算法[J]. 机电工程,2017,34(6):643-647.

PAN Wei, HUANG Min-xiang. Distributional robust optimization under moment uncertainty for self-scheduling[J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2017, 34(6):643-647.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>