

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2017.06.010

交流电机谐波电动势节距因数出现 负值的分析和处理^{*}

龙 飞¹, 蒋 伟², 徐敏伟¹

(1. 扬州光电产品检测中心, 江苏 扬州 225009; 2. 扬州大学 水利与能源动力工程学院, 江苏 扬州 225002)

摘要:针对运用现有交流电机谐波电动势节距因数公式计算电动势有效值出现负值问题, 采用了电路时域分析、相量分析以及物理学中场强矢量分析相结合的方法, 对整距和短距线圈谐波电动势的构成依次进行了研究, 对短距线圈谐波电动势构成中的节距因数采用划分区间分段讨论的方法着重进行了探讨, 提出了一个基于 v 次谐波节距半值 $\gamma_v/2$ (电角度形式)区间的分段函数新节距因数公式, 并以通常的线圈节距值 $\gamma_1 = 5\pi/6$ (槽数形式)选取1~19次奇次谐波分别对新旧公式进行了数据验证。研究结果表明, 与现有公式当 $v=3, 9, 13, 17, 19$ 时出现负值不同, 新的公式在计算谐波电动势节距因数时全程未出现负值, 说明克服了现有公式的缺陷, 未来可替代现有公式使用。

关键词:谐波电动势; 节距因数; 时域分析; 相量分析; 矢量分析

中图分类号: TH39; TM3

文献标志码: A

文章编号: 1001-4551(2017)06-0603-06

Analysis and treatment of negative values appearing in calculation of harmonic electromotive force pitch factor of AC machines

LONG Fei¹, JIANG Wei², XU Min-wei¹

(1. Yangzhou Opto-Electrical Products Testing Institute, Yangzhou 225009, China;

2. School of Hydraulic Energy and Power Engineering, Yangzhou University, Yangzhou 225002, China)

Abstract: In order to solve the problem of negative values appearing in the calculation of effective values of harmonic electromotive forces (EMFs) of AC machines by using the existing harmonic pitch factor formula, the compositions of harmonic EMFs were studied with full-pitch coils and fractional-pitch coils in turn by using a method combined with time-domain analysis, phasor analysis in circuit theory and field intensity vector analysis in physics. With an approach of segmentation discussion by dividing intervals, the pitch factor in the composition of harmonic EMFs for fractional-pitch coils was discussed emphatically so as to put forward a new pitch factor formula in the form of piecewise function based on the interval of the v -th harmonic pitch half value $\gamma_v/2$ (electric angle form). By the normal coil pitch value $\gamma_1 = 5\pi/6$ (slot number form), the data validations for the existing and new formulae were carried out respectively by selecting the 1st ~ 19th odd harmonics. The results indicate that negative values appear when $v=3, 9, 13, 17, 19$ in the calculation of the pitch factor of harmonic EMFs by using the existing formula, while no negative value appears in the whole process of calculating by using the new formula, which overcomes the defect of the existing formula and therefore can substitute the existing formula in the future.

Key words: harmonic electromotive force (harmonic EMF); pitch factor; time-domain analysis; phasor analysis; vector analysis

收稿日期: 2016-11-17

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51207135); 国家质检总局公益性行业科研专项项目(201410002)

作者简介: 龙飞(1980-), 男, 江苏扬州人, 工程师, 主要从事高效用能产品及高耗能环境试验设备能效测试技术方面的研究。E-mail: longfei_forever@163.com

0 引言

交流电机谐波感应电动势的存在,对环境试验设备中的电动机、电力器件等的运行有严重的危害^[1],我国为此制定了限制电机谐波的国家标准^[2]。由于短距线圈能有效地抑制线圈中的谐波电动势,故一般的交流绕组大多采用短距绕组。通过对短距绕组基波电动势节距因数进行了重点的研究,FITZGERALD A E^[3]提出的基波公式是 $k_p = \sin(\rho/2)$,汤蕴璆^[4]提出的是 $k_{p1} = \sin(\gamma_1 \cdot \tau^{-1} \cdot 90^\circ)$ (两者等价)。然而,对谐波电动势节距因数却关注不多,现有谐波公式均由基波公式衍生而来,比如汤蕴璆给出的谐波公式是 $k_{pv} = \sin(v \cdot \gamma_1 \cdot \tau^{-1} \cdot 90^\circ)$ 。文献[5-8]只是在介绍了基波电动势节距因数之后顺带介绍了谐波的节距因数,文献[9]研究的则是谐波磁动势的节距因数。相比而言,STEPHEN J CHAPMAN^[10]专列一节“谐波问题和短距绕组”进行讨论算是一大进步。

鉴于现有的谐波电动势节距因数公式是由基波公式直接衍生而来,没有经过详细的分析论证,实际运用过程中笔者发现在计算谐波电动势有效值时会出现负值,针对这一问题,本研究拟采用电路时域分析、相量分析以及物理学中场强矢量分析相结合的方法,利用谐波与基波的数量关系,以基波为基础建立谐波模型,划分区间分别讨论。先整距、后短距线圈,依次探讨谐波电动势的构成,重点分析短距线圈谐波电动势构成中的节距因数,以提出新的谐波电动势节距因数公式,并基于通常的线圈节距值对主要的奇次谐波进行验证。

1 交流电机 v 次谐波电动势模型

1.1 主极所生 v 次谐波磁场的性质

下列谐波磁场的性质对本研究的论证至关重要,故列出。

$$\text{极对数: } p_v = vp; \quad (1)$$

极距:

$$\tau_v = \frac{Z_1}{2p_v} = \frac{Z_1}{2vp} = \frac{1}{v} \times \frac{Z_1}{2p} = \frac{1}{v} \tau; \quad (2)$$

谐波磁场的推移速度:

$$n_v = n_s; \quad (3)$$

式中: n_s —同步转速; p, τ, γ_1 —基波的极对数、极距、节距; p_v, τ_v — v 次谐波的极对数、极距; Z_1 —定子槽数。

主极磁场仅含有奇次空间谐波,即 $v = 1, 3, 5, \dots$

1.2 感应电动势 v 次谐波的波形

一台(不失一般性,设 $p = 2$,即四极)交流电机主

极磁场分布、导体内基波和 v 次谐波感应电动势的波形如图1所示。

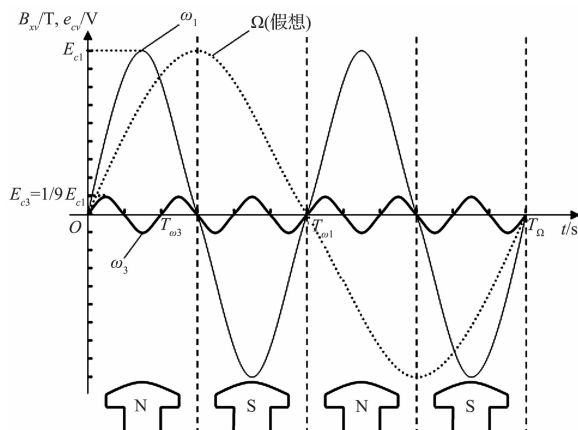


图1 气隙磁场正弦分布时导体内的基波和 v 次谐波感应电动势

注: Ω, T_Ω —机械角速度、周期; ω_1, T_{ω_1} —基波的电角速度、周期; ω_3, T_{ω_3} —三次谐波的电角速度、周期

图中高次谐波仅画出三次谐波。

机械角速度、周期与电角速度、周期的关系如下所示:

$$\Omega T_\Omega = \omega_1 T_{\omega_1} = \omega_3 T_{\omega_3} = \dots = \omega_v T_{\omega_v} = 2\pi \quad (4)$$

由磁极产生的 $B_v = B_1/v^2$,而由旋转谐波磁势产生的 $B_v = B_1/v$,但不论 B_v 因何而产生,总有: $E_{cv} = E_{c1}/v^2$ 。

v 次谐波的磁场强度:

$$B_{xv} = B_v \sin \alpha_{xv} \quad (5)$$

式中: B_v — v 次谐波气隙磁密的幅值, α_{xv} — v 次谐波距离坐标原点 x 处的电角度(弧度)。

坐标取在转子上,原点位于两个磁极之间的位置。由于一个极距 τ_v 相当于 π 电弧度,所以 $\alpha_{xv} = \pi x / \tau_v$ 。设以导体位于两极之间、将要进入 N 极时作为时间的起点($t = 0$),当时间为 t 秒时,导体从 $\alpha_{xv} = 0$ 处移到 α_{xv} , $\alpha_{xv} = \omega_v t$,于是,导体中的感应电动势 v 次谐波大小为:

$$e_{cv} = B_{xv} l v = B_v l v \sin \omega_v t = \sqrt{2} E_{cv} \sin \omega_v t \quad (6)$$

式中: E_{cv} —导体中感应电动势 v 次谐波的有效值。

E_{cv} 如下式所示:

$$E_{cv} = \frac{B_v l v}{\sqrt{2}} \quad (7)$$

1.3 感应电动势 v 次谐波的频率

(电)频率可表示为:

$$f_v = \frac{p_v n_v}{60} = v \frac{pn_s}{60} = v f_1 \quad (8)$$

(电)角速度可表示为:

$$\omega_v = 2\pi f_v = 2\pi(v f_1) = v(2\pi f_1) = v \omega_1 \quad (9)$$

1.4 导体 v 次谐波电动势的有效值

若导体内径为 D_{il} , 转子的转速为 n_s (单位转 / 分), 则转子的机械角速度 $\Omega = 2\pi n_s / 60$ 单位 (弧度 / 秒); 导体在磁场内“切割”磁力线的速度为:

$$v = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt} = r\Omega = 2\pi r \frac{n_s}{60} = \pi D_{il} \frac{n_s}{60} = 2p_v \tau_v \frac{n_v}{60} \tag{10}$$

式中: $\pi D_{il} = 2p_v \tau_v$ 。

把 v 代入式(7), 可得:

$$E_{cv} = \frac{B_v l}{\sqrt{2}} \times \frac{2p_v \tau_v n_v}{60} = \frac{B_v l}{\sqrt{2}} \times (2\tau_v) \times f_v = \sqrt{2} f_v B_v l \tau_v \tag{11}$$

v 次谐波磁场一个极距下的平均磁密可表示为:

$$B_{(av)v} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi B_v \sin \alpha_{xv} d\alpha_{xv} = \frac{2}{\pi} B_v \tag{12}$$

一个极下的磁通量 Φ_v 等于平均磁密乘以每极下的面积, 即:

$$\Phi_v = B_{(av)v} \times S = \frac{2}{\pi} B_v \tau_v l \tag{13}$$

于是, 导体 v 次谐波电动势的有效值(10) 式可进一步改写为:

$$E_{cv} = \sqrt{2} \times \frac{\pi}{2} \times f_v \times \left(\frac{2}{\pi} B_v \tau_v l \right) = \frac{\sqrt{2} \pi}{2} f_v \Phi_v = 2.22 f_v \Phi_v \tag{14}$$

2 交流电机 v 次谐波电动势的构成分析

2.1 整距线圈 v 次谐波电动势的构成

整距线圈的两根有效导体在空间相隔的节距 $y_1 = \tau$ (一个极距), 当一根导体位于 N 极下最大磁密处时, 另一根导体恰好位于 S 极下最大磁密处。对于基波, 由距离坐标原点 $x = \tau$ 处的电角度 (弧度) $\alpha_{x1} = \pi x / \tau = \pi = \omega_1 T_{\omega 1} / 2$ 知, 其间隔时间 $\Delta t = T_{\omega 1} / 2$; 而对于 v 次

谐波, 利用式(4) 和式(9) 可推出:

$$T_{\omega v} = \frac{1}{v} T_{\omega 1} \tag{15}$$

因此, 同样的相隔时间 Δt 与 v 次谐波的周期 $T_{\omega v}$ 数学关系如下:

$$\Delta t = \frac{1}{2} T_{\omega 1} = \frac{v}{2} T_{\omega v} \tag{16}$$

当 $v = 3$ 时, $\Delta t = (3/2) T_{\omega 3} = (11/2) T_{\omega 3}$; 当 $v = 5$ 时, $\Delta t = (5/2) T_{\omega 5} = (21/2) T_{\omega 5} \cdots \cdots$ 即总是比整周期多 $1/2$ 个周期, 因此两根导体 v 次谐波电动势瞬时值必是大小相等、实际方向相反。整距线圈两根导体 v 次谐波电动势相隔时间与周期的关系如图 2 所示。

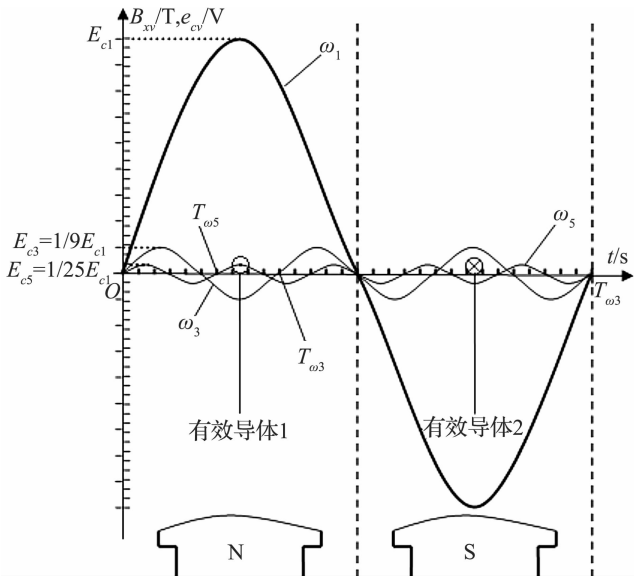


图 2 整距线圈两根导体 v 次谐波电动势相隔时间与周期的关系

下面拟根据有效导体 1 的不同位置划分区间分别探讨整距线圈 v 次谐波电动势的构成。(注: 探讨时采用电路时域分析、相量分析以及物理学中场强矢量分析相结合的方法) 匝谐波电动势如图 3 所示。

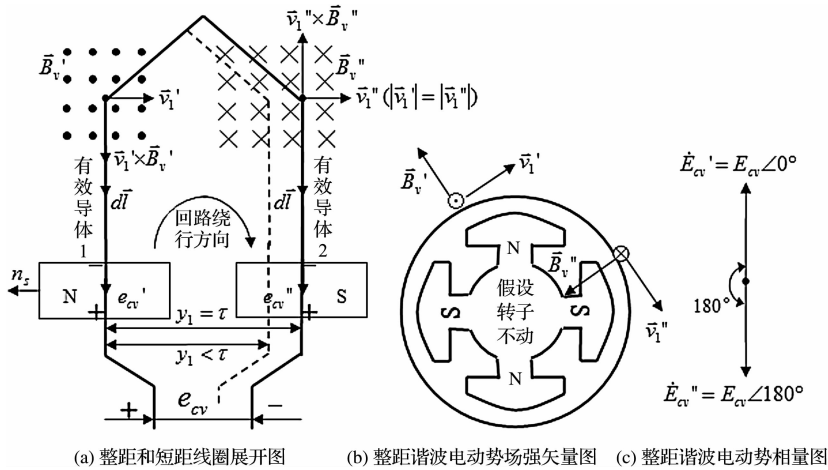


图 3 匝谐波电动势 ($0 \leq \omega_v t < \pi$)

电动势参考方向设定:把两根有效导体内的电动势 e_{cv}' 、 e_{cv}'' 参考方向都规定为自上往下,并默认与 $d\vec{l}$ 方向相同,如图 3(a) 所示。与图 3(b) 不同的是,图 3(a) 中的 N、S 并非(像基波一样)表示真实的磁极,仅表示磁密 B_{cv} 正负。

(1) 若有效导体 1 的位置区间为 $0 \leq \omega_v t < \pi$, 则有 $\sin \omega_v t \geq 0$, $\sin(\omega_v t + \pi) = -\sin \omega_v t < 0$ 。设 $|\vec{v}_1'| = |\vec{v}_1''| = v$, 则有效导体 1 处的电动势瞬时值为:

$$e_{cv}' = \int (\vec{v}_1' \times \vec{B}_v') \cdot d\vec{l} = |\vec{B}_v'| l v = |B_v \sin \omega_v t| l v = B_v l v \sin \omega_v t$$

$$\xrightarrow{\text{代入式(7)}} \sqrt{2} E_{cv} \sin \omega_v t \xrightarrow{\text{对应相量}} \dot{E}_{cv}' = E_{cv} \angle 0^\circ \quad (17)$$

而有效导体 2 处的电动势瞬时值为:

$$e_{cv}'' = \int (\vec{v}_1'' \times \vec{B}_v'') \cdot d\vec{l} = -|\vec{B}_v''| l v = -|B_v \sin[\omega_v(t + \Delta t)]| l v \xrightarrow{\text{代入式(16)}} -\left| B_v \sin\left(\omega_v t + \frac{v}{2} \omega_v T_{uv}\right) \right| l v \xrightarrow{\text{代入式(4)}} -|B_v \sin(\omega_v t + v\pi)| l v \xrightarrow{v \text{ 为奇数}} -|B_v \sin(\omega_v t + \pi)| l v = B_v l v \sin(\omega_v t + 180^\circ) = \sqrt{2} E_{cv} \sin(\omega_v t + 180^\circ) \xrightarrow{\text{对应相量}} \dot{E}_{cv}'' = E_{cv} \angle 180^\circ \quad (18)$$

或者:

$$e_{cv}'' = -| -B_v \sin \omega_v t | l v = -B_v l v \sin \omega_v t \quad (19)$$

顺着图 3(a) 设定的回路绕行方向,根据式(17)和式(19)可算出:单匝整距线圈 v 次谐波电动势的瞬时值为:

$$e_{cv} = e_{cv}' - e_{cv}'' = 2B_v l v \sin \omega_v t = 2e_{cv}' \quad (20)$$

(2) 若有效导体 1 的位置区间为 $\pi \leq \omega_v t < 2\pi$, 同理可证得相同结论,这里从略。

2.2 短距线圈 v 次谐波电动势的构成与节距因数

短距线圈的节距 $y_1 < \tau$, 如用电角度(弧度)表示,则基波的节距 $\gamma_1 = y_1/\tau \times \pi = \omega_1 \Delta t$, v 次谐波的节距 $\gamma_v = y_1/\tau_v \times \pi = \omega_v \Delta t$, 亦有:

$$\gamma_v = \frac{y_1}{\tau_v} \times \pi = \frac{y_1}{\frac{1}{v}\tau} \times \pi = v\gamma_1 \quad (21)$$

因此:

$$\Delta t = \frac{\frac{y_1}{\tau} \pi}{\omega_1}, \text{ 或者 } \Delta t = \frac{\frac{y_1}{\tau_v} \pi}{\omega_v} \quad (22)$$

上式显示了间隔时间对基波和 v 次谐波的不变性。

下面拟根据下列因素划分区间分别探讨短距线圈 v 次谐波电动势的构成:

(1) 有效导体 1 的不同位置;

(2) 有效导体 2 处动生电动势非静电场强磁密 $\vec{B}_v''$

与有效导体 1 处磁密 $\vec{B}_v'$ 指向是相同还是相反;

(3) 有效导体 2 处电动势相量 $\dot{E}_{cv}''$ 与有效导体 1 处相量 $\dot{E}_{cv}'$ 在相量图中的不同相互位置。

电动势参考方向设定:与整距线圈设定方式相同 [e_{cv}' 、 e_{cv}'' 参考方向仍默认与 $d\vec{l}$ 方向相同]。

若有效导体 1 的位置区间为 $0 \leq \omega_v t < \pi$, 设 $|\vec{v}_1'| = |\vec{v}_1''| = v$

如图 3(a) 所示,有效导体 1 处的电动势瞬时值 e_{cv}' 与整距时相同,计算公式仍为式(17),下面分两种情形来讨论有效导体 2 处的电动势瞬时值 e_{cv}'' , 如图 4 所示。

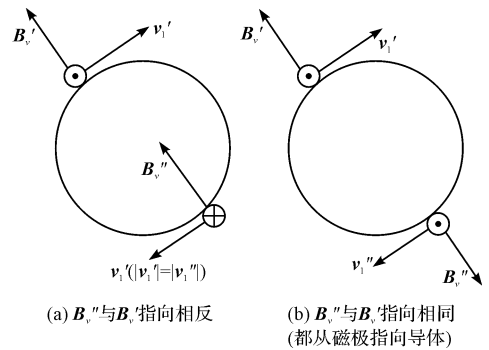


图 4 单匝短距线圈谐波动生电动势场强矢量图

情形①:若 $\vec{B}_v''$ 与 $\vec{B}_v'$ 指向相反,即 $\vec{B}_v''$ 是从导体(定子)指向磁极(转子)[参见图 4(a), $d\vec{l}$ 方向为垂直纸面向外], 则

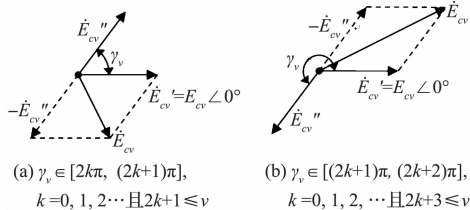
$$e_{cv}'' = \int (\vec{v}_1'' \times \vec{B}_v'') \cdot d\vec{l} = -|\vec{B}_v''| l v = -|B_v \sin[\omega_v(t + \Delta t)]| l v \xrightarrow{\text{代入(22)式}} -|B_v \sin\left(\omega_v t + \frac{y_1}{\tau_v} \pi\right)| l v, \text{ 由 } \vec{B}_v'' \text{ 与 } \vec{B}_v' \text{ 指向相反知, } \omega_v t + \frac{y_1}{\tau_v} \pi \in [(2n+1)\pi, (2n+2)\pi] (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \sin\left(\omega_v t + \frac{y_1}{\tau_v} \pi\right) < 0, \therefore e_{cv}'' = B_v l v \sin\left(\omega_v t + \frac{y_1}{\tau_v} \times 180^\circ\right) = \sqrt{2} E_{cv} \sin\left(\omega_v t + \frac{y_1}{\tau_v} \times 180^\circ\right) \xrightarrow{\text{对应相量}} \dot{E}_{cv}'' = E_{cv} \angle \frac{y_1}{\tau_v} \times 180^\circ = E_{cv} \angle \gamma_v \quad (23)$$

顺着图 3(a) 设定的回路绕行方向,可算出:单匝短距线圈 v 次谐波电动势(相量形式):

$$\dot{E}_{cv} = \dot{E}_{cv}' - \dot{E}_{cv}'' = E_{cv} \angle 0^\circ - E_{cv} \angle \gamma_v \quad (24)$$

由 $\gamma_1 = y_1/\tau \times \pi$, $y_1 < \tau$ 知, $\gamma_1 \in (0, \pi)$, 再根据式(21): $\gamma_v = v\gamma_1$ 知, $\gamma_v \in (0, v\pi)$, 即 $\gamma_v = y_1/\tau_v \times \pi$ 在 $(0, v\pi)$ 内的任何区间均有可能。

根据 $(\gamma_v - 2k\pi)$ 与 π 的大小关系的不同,笔者把 $(0, v\pi)$ 划分为两部分区间分别进行讨论, 如图 5 所示。

图5 单匝短距线圈 v 次谐波的电动势相量图 ($0 \leq \omega_v t < \pi$)

对于图5(a), $2k\pi \leq \gamma_v \leq (2k+1)\pi$, 即 $0 \leq \gamma_v - 2k\pi \leq \pi$ 。根据图5(a)中的几何关系, 可以求出单匝短距线圈 v 次谐波电动势的有效值:

$$E_{cv}(N_c = 1) = 2E_{cv} \cos \frac{\pi - (\gamma_v - 2k\pi)}{2} = 2E_{cv} \sin\left(\frac{\gamma_v}{2} - k\pi\right) = 2E_{cv} \left[(-1)^k \sin \frac{\gamma_v}{2}\right] \quad (25)$$

式中: $\gamma_v/2$ 满足 $k\pi \leq \gamma_v/2 \leq k\pi + \pi/2$ 。

注意到 $0 \leq \frac{\gamma_v}{2} - k\pi \leq \frac{\pi}{2}$, 故:

$$\sin\left(\frac{\gamma_v}{2} - k\pi\right) = (-1)^k \sin \frac{\gamma_v}{2} \geq 0 \quad (26)$$

对于图5(b), $(2k+1)\pi \leq \gamma_v \leq (2k+2)\pi$, 即 $\pi \leq \gamma_v - 2k\pi \leq 2\pi$ 。根据图5(b)中的几何关系, 可以求出:

$$E_{cv}(N_c = 1) = 2E_{cv} \cos \frac{(\gamma_v - 2k\pi) - \pi}{2} = 2E_{cv} \sin\left(\frac{\gamma_v}{2} - k\pi\right) = 2E_{cv} \left[(-1)^k \sin \frac{\gamma_v}{2}\right] \quad (27)$$

式中: $\frac{\gamma_v}{2}$ 满足 $k\pi + \pi/2 \leq \gamma_v/2 \leq k\pi + \pi$ 。

注意到 $\frac{\pi}{2} \leq \frac{\gamma_v}{2} - k\pi \leq \pi$, 故:

$$\sin\left(\frac{\gamma_v}{2} - k\pi\right) = (-1)^k \sin \frac{\gamma_v}{2} \geq 0 \quad (28)$$

由式(25)和式(27), 并代入 $\gamma_v = y_1/\tau_v \times 180^\circ$ 和 $\tau_v = \tau/v$, 得单匝短距线圈有效值:

$$E_{cv}(N_c = 1) = 2E_{cv} \sin\left(\frac{\gamma_v}{2} - k\pi\right) = 2E_{cv} \left[(-1)^k \sin \frac{\gamma_v}{2}\right] = 2E_{cv} \left[(-1)^k \sin \frac{y_1}{\tau_v} \times 90^\circ\right] = 2E_{cv} \left[(-1)^k \sin \frac{vy_1}{\tau} \times 90^\circ\right] = 4.44f_v \Phi_v k_{pv} \quad (29)$$

式中: k_{pv} —线圈的 v 次谐波节距因数, 它表示线圈短距时 v 次谐波感应电动势比整距时应打的折扣。

即:

$$k_{pv} = \frac{E_{cv}(y_1 < \tau)}{E_{cv}(y_1 = \tau)} = (-1)^k \sin \frac{\gamma_v}{2} =$$

$$(-1)^k \sin \frac{vy_1}{\tau} \times 90^\circ \quad (30)$$

式中: $k \cdot 180^\circ \leq \gamma_v/2 = (vy_1/\tau) \times 90^\circ \leq (k+1) \cdot 180^\circ$, $k = 0, 1, 2, \dots$ 。

若线圈有 N_c 匝, 则短距线圈 v 次谐波电动势的有效值为:

$$E_{cv} = 4.44f_v N_c \Phi_v k_{pv} \quad (31)$$

情形②: 若 $\vec{B}_v''$ 与 $\vec{B}_v'$ 指向相同, 即都从磁极(转子)指向导体(定子)[参见图4(b), $d\vec{l}$ 方向为垂直纸面向外], 则:

$$e_{cv}'' = \int (\vec{v}_v'' \times \vec{B}_v'') \cdot d\vec{l} = |\vec{B}_v''| lv = |B_v \sin[\omega_v(t + \Delta t)]| lv \quad \text{代入(22)式} \quad B_v \sin\left(\omega_v t + \frac{y_1}{\tau_v} \pi\right) lv, \text{由} \vec{B}_v'' \text{与}$$

$\vec{B}_v'$ 指向相同知, $\omega_v t + \frac{y_1}{\tau_v} \pi \in [2n\pi, (2n+1)\pi]$ ($n =$

$$0, \pm 1, \pm 2, \dots), \sin\left(\omega_v t + \frac{y_1}{\tau_v} \pi\right) > 0,$$

$$\therefore e_{cv}'' = B_v lv \sin\left(\omega_v t + \frac{y_1}{\tau_v} \times 180^\circ\right) \quad (32)$$

$$= \sqrt{2} E_{cv} \sin\left(\omega_v t + \frac{y_1}{\tau_v} \times 180^\circ\right) \xrightarrow{\text{对应相量}} \dot{E}_{cv}'' =$$

$$E_{cv} \angle \frac{y_1}{\tau_v} \times 180^\circ = E_{cv} \angle \gamma_v$$

以下与情形①完全相同, 这里不再赘述, 具体讨论和结论参见式(24-31)。

若有效导体1的位置区间为 $\pi \leq \omega_v t < 2\pi$, 同理可证得相同结论, 这里从略。

3 谐波电动势新旧节距因数公式的对比与验证

3.1 新旧节距因数公式的对比

现有的谐波电动势节距因数公式为:

$$k_{pv} = \sin v \frac{y_1}{\tau} 90^\circ \quad (33)$$

不难发现, 当 $(2n+1) \cdot 180^\circ < (vy_1/\tau) \cdot 90^\circ < (2n+2) \cdot 180^\circ$ 时, 运用上式计算时结果为负。因 k_{pv} 出现负值 (f_v 、 N_c 、 Φ_v 不会出现负值), 用短距线圈的谐波电动势有效值 E_{cv} 计算公式[式(31)]计算时结果必为负(这是不可能的)。因此, 现有公式存在明显的缺陷, 如不加辨别, 直接代入分布绕组相电动势和线电动势的相量计算, 会出现与实际相位反相的严重错误。

为此, 经过第2目详细的分析讨论提出了新的谐波电动势节距因数公式[即式(30)]:

$$k_{pv} = (-1)^k \sin \frac{\gamma_v}{2} = (-1)^k \sin v \frac{y_1}{\tau} 90^\circ \quad (34)$$

式中: $k \cdot 180^\circ \leq \gamma_v/2 = (vy_1/\tau) \times 90^\circ \leq (k + 1) \cdot 180^\circ, k = 0, 1, 2, \dots$ 。

其中,式(26)和式(28)表明,无论有效导体1的位置、有效导体1和2的相互位置及磁密相互指向关系如何,运用式(30)计算 k_{pv} 时均不会出现负值。

3.2 新旧节距因数公式的验证

新旧节距因数公式的计算结果验证如表1所示。
表1 新旧节距因数公式的计算结果验证

谐波次数 v	$(vy_1/\tau) \times 90^\circ$ 值 / ($^\circ$)	依(30)式确定的 k 值	现有公式	新的公式
			[(33)式] k_{pv} 计算值	[(30)式] k_{pv} 计算值
1	75	0	0.966	0.966
3	225	1(奇数)	-0.707	0.707
5	375	2	0.259	0.259
7	525	2	0.259	0.259
9	675	3(奇数)	-0.707	0.707
11	825	4	0.966	0.966
13	975	5(奇数)	-0.966	0.966
15	1 125	6	0.707	0.707
17	1 275	7(奇数)	-0.259	0.259
19	1 425	7(奇数)	-0.259	0.259

这里取三相绕组通常的线圈节距值 $y_1 = 5\tau/6$,考虑到一些同步发电机空载电动势波形含有一定分量的17次和19次谐波,这里谐波次数 v 取到19。

从表1的计算结果对比可知,当 $v = 3, 9, 13, 17, 19$ 时,现有公式节距因数出现了负值,而新的公式则全程未出现负值,后续计算电动势有效值时亦不会为负,符合实际。

4 结束语

针对现有谐波电动势节距因数公式计算电动势有效值出现负值的问题,本研究首先建立谐波电动势模型,依次研究了整距和短距线圈谐波电动势的构成(主要是短距线圈构成中的节距因数),提出了一个基于 v 次谐波节距半值 $\gamma_v/2$ (电角度形式)区间的分段函数新节距因数公式。理论分析表明,无论线圈中有效导体1的位置、有效导体1和2的相互位置及磁密相互指

向关系如何,用新的公式计算谐波电动势有效值时都不会出现负值,说明新公式克服了现有公式的缺陷。其次,以三相绕组通常的线圈节距值 $y_1 = 6\tau/5$ (槽数形式)分别对新旧公式进行了数据验证。考虑到一些同步发电机空载电动势波形含有一定分量的17次和19次谐波,验证时截取了1~19次奇次谐波。验证结果表明,与现有公式当 $v = 3, 9, 13, 17, 19$ 时出现负值不同,新的公式全程未出现负值,说明新公式与实际情况吻合,未来可替代现有公式使用。

参考文献(References):

[1] 任元会. 工业与民用配电设计手册[M]. 3版. 北京:中国电力出版社,2005.

[2] GB 755-2008. 旋转电机定额和性能[S]. 北京:中国标准出版社,2008.

[3] FITZGERALD A E, CHARLES K J, STEPHEN D UMANS. Electric Machinery[M]. 6th ed. Beijing:Tsinghua University Press,2003.

[4] 汤蕴璆. 电机学[M]. 5版. 北京:机械工业出版社,2014.

[5] LIWSCHITZ M M. Distribution factors and pitch factors of the harmonics of a fractional-slot winding[J]. **Electrical Engineering**,1943,62(10):664-666.

[6] 朱德明,邱鑫,王慧贞,等. 集中非叠绕组的绕组因数对电势谐波抑制[J]. 电机与控制学报,2008,12(6):650-654.

[7] KOSTENKO M, PIOTROVSKY L. Electrical machines: volume II[M]. Translated from the Russian by A Chernukhin. 3rd ed. Moscow:Mir Publishers,1974.

[8] MAIER G, KOFLER H, BACHER J. The use of pitch factor in calculations of AC-machines with concentrated windings[J]. **European Conference on Power Electronics and Applications**,2006(5):5.

[9] 李晓松. 绕组系数计算公式的统一形式及在低谐波绕组设计中的应用[J]. 中小型电机,1999,26(1):1-3.

[10] STEPHEN J CHAPMAN. Electric machinery fundamentals [M]. 4th ed. Beijing:Tsinghua University Press,2008.

[编辑:张 豪]

本文引用格式: