

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2017.03.019

基于对偶四元数的机器人基坐标系标定方法研究^{*}

高 远, 刘晓平^{*}, 王 刚, 梁建刚
(北京邮电大学 自动化学院, 北京 100876)

摘要:针对借助激光跟踪仪标定机器人所涉及的坐标系统一问题,对基于空间几何法拟合建立的基坐标系与机器人理论基坐标系的转换关系进行了研究,提出了一种基于对偶四元数法的机器人基坐标系标定方法。利用指数积公式推导了七自由度串联机器人正运动学,建立了基于对偶四元数表示法的机器人基坐标系标定模型,该模型将拟合建立的基坐标系与机器人理论基坐标系之间坐标转换的旋转与平移过程进行了统一描述。研究表明,该标定方法可一次性计算出标定方程的旋转部分和平移部分,避免了传统位姿分步计算过程中的误差传递,直接提高了标定精度。这些结论可对于类似机器人手眼标定、多机器人协作基坐标系标定问题提供参考。

关键词: 机器人基坐标系; 标定; 对偶四元数

中图分类号: TP242

文献标志码: A

文章编号: 1001-4551(2017)03-0310-05

Robot base frame calibration method based on dual quaternion

GAO Yuan, LIU Xiao-ping, WANG Gang, LIANG Jian-gang

(School of Automation, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

Abstract: Aiming at the problem of unified coordinate system involved in the robot calibration with the help of laser tracker, the transformation relation between robot nominal base frame and the fitting base frame of spatial geometric method by laser tracker was researched, a calibration method of robot base frame using dual quaternion was proposed and applied. The 7-DOF serial robot kinematics model was established by the product-of-exponential formula, and calibration model for robot base frame using dual quaternion was derived. The results indicate that the calibration method can calculate the rotation and translation of the calibration equation at one time, overcome the error transfer in the traditional pose-step calculation process and improve the calibration accuracy directly. The calibration method is useful to other problem that formulates in the same mathematical form, such as robot hand-eye system calibration and multi-robot coordination.

Key words: robot base frame; calibration; dual quaternion

0 引 言

随着单个机器人向智能化的柔性机器人工作站或多机器人工作群的发展,机器人绝对定位精度要求越来越高。为了进一步提高工业机器人的性能,需要对机器人进行标定来降低它的绝对定位误差。标定就是应用先进的测量设备和基于模型的参数识别方法辨

出机器人准确的运动学参数,主要包括建模、测量、参数辨识、误差补偿4个步骤^[1]。

为了测量出机器人工作空间内各个位姿的绝对定位误差,需要首先对末端执行器在机器人末端的位置(工具坐标系)及机器人基坐标系与测量设备坐标系之间的转换矩阵(基坐标系)进行标定。机器人标定过程中涉及到机器人工具坐标系及基坐标系标定。如果借助先进的测量设备进行标定,需要将直接从机器

收稿日期:2016-10-21

基金项目:北京科委应用重大基金资助项目(141100003514003)

作者简介:高远(1991-),男,北京平谷人,硕士研究生,主要从事工业机器人方面的研究。E-mail:37686491@qq.com

通信联系人:刘晓平,男,教授,博士生导师。E-mail:liuxp@bupt.edu.cn

人中获取的末端法兰盘中心测量数据与测量设备测得的靶标中心的数据统一到一个坐标系下。因此首先需要标定出机器人基坐标系,并且机器人基坐标系标定是运动学参数标定中精确辨识与补偿的前提。

目前,有关机器人本体运动学参数标定已经得到深入研究^[2-4],有关机器人基坐标系标定的研究较少,按照测量手段机器人基坐标系标定可细分为基于外部测量设备的标定以及自标定两大类。

甘亚辉等人^[5]采用自标定的方法,不需要借助额外的测量仪器,机器人末端执行器在其工作空间内构造一系列“握手”操作,利用接触点相关的位姿信息,构造非线性标定方程,完成了机器人基坐标系间转换矩阵的标定。Wu 等人^[6]介绍了利用摄像头对机器人基坐标系进行自标定的另一种方法,该方法在 LBR iiwa14 R820 平台上通过机器人一系列的運動控制,通过摄像头采集的机器人末端位姿信息构造出标定方程,进而完成机器人基坐标系的变换关系。

基于外部测量设备的基坐标系标定,典型的测量设备主要包括三坐标测量机^[7],激光跟踪仪^[8]、测量臂等。王伟等人^[9]通过控制机器人末端进行一系列的姿态变换,记录相应关节信息与空间位置信息,利用四元数的约束条件从理论上保证了旋转矩阵正交性,然后利用该结果进一步计算平移向量。Gao 等人^[10]在结合机器人的正运动学模型和测量设备测量工具中心点三维空间位置的基础上,引入普世分析正交优化算法直接保证旋转矩阵正交性,进而利用该结果计算平移向量。上述两种标定方法操作步骤简单,均存在误差传递,即旋转矩阵的误差会直接影响平移向量的计算精度。

对偶四元数理论作为几何代数的一个子集,可以直观地表示空间方位、空间向量间的旋转、平移和缩放等关系,避免传统方法中分步处理刚体旋转和平移存在误差传递的缺陷。李爱国等人^[11]利用对偶四元数法标定了机器人手眼关系以及机器人基坐标系于世界坐标系关系,同时计算出标定方程的旋转部分和平移部分,不存在误差的传递问题。钱萍等人^[12]针对航天器交会对接中位姿参数的测量问题,采用双目视觉技术和对偶四元数法建立了追踪航天器与目标航天器间相对位姿参数的统一描述模型,同时解算出两航天器间的相对位置和姿态参数,避免了误差的传递。

鉴于对偶四元数理论能够同时描述旋转和平移运动,本研究将引入对偶四元数理论,在建立机器人运动学模型的基础上,推导拟合构造的基坐标系与机器人理论基坐标系之间的映射关系,进而统一计算出旋转

矩阵和平移向量,完成基坐标系标定。

1 基于指数积公式的机器人正运动学建模

七自由度串联机器人的结构示意图如图 1 所示。

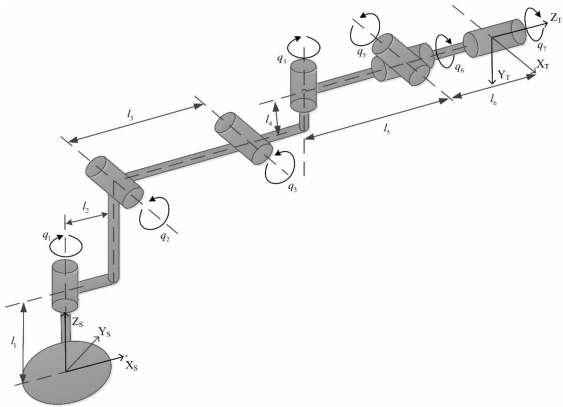


图1 七自由度机器人结构示意图

图示为机器人处于 $\theta_i = 0(i = 1 \cdots 7)$ 时的参考位型。

七自由度机器人几何参数如表 1 所示。

表1 七自由度机器人几何参数

连杆参数/(mm)	l_1	l_2	l_3	l_4	l_5	l_6
参数值	695	170	1 350	140	1 150	859

若假设: S —机器人理论基坐标系, T —末端工具坐标系, $g_{st}(\mathbf{0})$ —机器人位于参考位型时,用末端工具坐标系 T 和理论基坐标系 S 之间的刚体变换。对于机器人各个转动关节,对应一个转动旋量 $\xi_i = [-\omega_i \times \mathbf{q}_i \quad \omega_i]^T$,其中 $\omega_i \in \mathbf{R}^3$ 为运动旋量 ξ_i 轴线方向上的单位矢量。七自由度机器人正运动学指数积方程为:

$$g_{st}(\boldsymbol{\Theta}) = e^{\hat{\xi}_{1q1}} e^{\hat{\xi}_{2q2}} e^{\hat{\xi}_{3q3}} e^{\hat{\xi}_{4q4}} e^{\hat{\xi}_{5q5}} e^{\hat{\xi}_{6q6}} e^{\hat{\xi}_{7q7}} g_{st}(\mathbf{0}) \quad (1)$$

由于机器人基坐标系原点无法直接测量,导致测量设备坐标系 $\{M\}$ 与机器人基坐标系 $\{S\}$ 不重合^[13]。如果以测量设备为媒介,通过空间几何法拟合建立出机器人基坐标系 $\{S'\}$,实现机器人基坐标系与测量设备坐标系的统一。但是,由于测量误差,数据处理误差的存在,导致两个基坐标系之间存在一个微小的刚体变换 $g_{s's}$,在统一的坐标系 $\{S'\}$ 下描述七自由度机器人正运动方程为:

$$g_{s't}(\boldsymbol{\Theta}) = g_{s's}(\boldsymbol{\Theta}) g_{st}(\mathbf{0}) \quad (2)$$

设定: $R_{s't} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}, R_{s's} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}, R_{st} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}, P_{s't} \in \mathbf{R}^{3 \times 1}, P_{s's} \in \mathbf{R}^{3 \times 1}, P_{st} \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ 分别为 $g_{s't}(\boldsymbol{\Theta}), g_{s's}(\boldsymbol{\Theta}), g_{st}(\mathbf{0})$ 旋转部分与平移部分。上式(2)可变形为:

$$\begin{bmatrix} R_{s't} & P_{s't} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{s's} & P_{s's} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{st} & P_{st} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

将该式展开可得七自由度机器人基坐标系标定模型:

$$\mathbf{P}_{s't} = \mathbf{R}_{s's} \cdot \mathbf{P}_{st} + \mathbf{P}_{s's} \quad (4)$$

其中: $\mathbf{P}_{s't}$ —通过外界测量设备直接得到, $\mathbf{P}_{st}$ —通过式(1)求解得到。

机器人基坐标系标定问题的实质就是求解 $\mathbf{R}_{s's}$ 和 $\mathbf{P}_{s's}$ 。

2 标定方法的原理介绍

2.1 对偶四元数法

对偶四元数是在四元数和对偶代数的理论上提出的,最早由 Clifford^[14] 发明,之后由 Kotelnikov 和 Study 进一步拓展,是描述两个物体相对位姿的有效手段。

对偶四元数由两部分组成:

$$Q = q + \varepsilon \hat{q} = [\hat{s}, \hat{v}] \quad (5)$$

式中: $q, \hat{q}$ —纯四元数,称为实部与对偶部; ε —对偶单位也称为 Clifford 算符,定义为: $\varepsilon \neq 0, \varepsilon^2 = 0$ 。

对偶四元数的主要运算为:

$$\begin{cases} Q_1 + Q_2 = (q_1 + q_2) + \varepsilon(\hat{q}_1 + \hat{q}_2) \\ Q_1 \circ Q_2 = q_1 \circ q_2 + \varepsilon(q_1 \circ \hat{q}_2 + \hat{q}_1 \circ q_2) \\ Q^* = q^* + \varepsilon \hat{q}^* \\ \|Q\| = \sqrt{QQ^*} = \sqrt{Q^*Q} \end{cases} \quad (6)$$

若对偶四元数的实部非零,其逆为:

$$Q^{-1} = \|Q\|^{-1} Q^* \quad (7)$$

若对偶四元数的模等于 1,称之为单位对偶四元数。满足以下条件:

$$\|Q\| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} Q^{-1} = Q^* \\ Q \circ Q^* = 1 \\ q \circ q^* + \hat{q} \circ \hat{q}^* \end{cases} \quad (8)$$

旋转矩阵和平移向量可以分别用单位对偶四元数的实部和对偶部分表示:

$$\begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{R} \end{bmatrix} = \mathbf{W}^T(\mathbf{q}) \mathbf{M}(\mathbf{q}) \quad (9)$$

$$\text{其中, } \mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} q_{00} & -\mathbf{q}^T \\ \mathbf{q} & q_{00}\mathbf{I}_{3 \times 3} + \mathbf{K}(\mathbf{q}) \end{bmatrix}, \mathbf{W}(\mathbf{q}) =$$

$$\begin{bmatrix} q_{00} & -\mathbf{q}^T \\ \mathbf{q} & q_{00}\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{K}(\mathbf{q}) \end{bmatrix}, \mathbf{q} = [q_{11} \quad q_{22} \quad q_{33}]^T, \mathbf{K}(\mathbf{q}) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -q_{33} & q_{22} \\ q_{33} & 0 & -q_{11} \\ -q_{22} & q_{11} & 0 \end{bmatrix} \text{为向量 } \mathbf{q} \text{ 的反对称矩阵;}$$

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{t} \end{bmatrix} = 2\mathbf{W}^T(\mathbf{q}) \hat{\mathbf{q}} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{t}$ —平移向量 $\mathbf{t}$ 的平移四元数,定义为: $\mathbf{t} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{t} \\ 0 \end{bmatrix}$ 。

2.2 机器人基坐标系转换方程的对偶四元数解法

令 $\mathbf{Q}_{s's}, \mathbf{Q}_{s't}, \mathbf{Q}_{st}$ 为矩阵 $\mathbf{g}_{s't}(\boldsymbol{\theta}), \mathbf{g}_{s's}(\boldsymbol{\theta}), \mathbf{g}_{st}(\mathbf{0})$ 所对应的对偶四元数,式(2)可以表示为:

$$\mathbf{Q}_{s's} = \mathbf{Q}_{s't} \cdot \mathbf{Q}_{st} = [\mathbf{Q}_{s't}]_+ \mathbf{Q}_{st} = [\mathbf{Q}_{st}]_- \mathbf{Q}_{s't} \quad (11)$$

其中:

$$[\mathbf{Q}_{s't}]_+ = \begin{bmatrix} [q_1]_+ & \mathbf{0}_{4 \times 4} \\ [\hat{q}_1]_+ & [q_1]_+ \end{bmatrix}, [\mathbf{Q}_{st}]_- = \begin{bmatrix} [q_2]_- & \mathbf{0}_{4 \times 4} \\ [\hat{q}_2]_- & [q_2]_- \end{bmatrix}$$

$$[q_1]_+ = \begin{bmatrix} s_1 & -v_1^T \\ v_1 & s_1\mathbf{I}_{3 \times 3} + [v_1 *] \end{bmatrix}, [q_2]_- = \begin{bmatrix} s_2 & -v_2^T \\ v_2 & s_2\mathbf{I}_{3 \times 3} - [v_2 *] \end{bmatrix}$$

$[v *]$ — v 反对称矩阵。

$$\text{令 } \mathbf{Q}_{s's} = q_1 + \varepsilon \hat{q}_1, \mathbf{Q}_{s't} = q_2 + \varepsilon \hat{q}_1,$$

$$\mathbf{Q}_{st} = q_3 + \varepsilon \hat{q}_3, \text{代入到上式可得:}$$

$$\begin{cases} q_1 = q_2 q_3 \\ \hat{q}_1 = q_2 \hat{q}_3 + \hat{q}_2 q_3 \end{cases} \quad (12)$$

以对偶四元数矩阵形式表示,上式可化为:

$$\begin{cases} [\mathbf{q}_1] - [\mathbf{q}_3] \mathbf{q}_2 = \mathbf{0} \\ [[\hat{\mathbf{q}}_1] - [\hat{\mathbf{q}}_3] \mathbf{q}_2 - [\mathbf{q}_3] \hat{\mathbf{q}}_2 = \mathbf{0} \end{cases} \quad (13)$$

进一步,得到:

$$\begin{cases} \mathbf{q}_2 = [\mathbf{q}_3]^{-1} [\mathbf{q}_1] \\ \hat{\mathbf{q}}_2 = [\mathbf{q}_3]^{-1} [[\hat{\mathbf{q}}_1] - [\hat{\mathbf{q}}_3] [\mathbf{q}_3]^{-1} [\mathbf{q}_1]] \end{cases} \quad (14)$$

将式(14)带入式(9,10)统一计算出旋转矩阵 $\mathbf{R}$ 和平移向量 $\mathbf{t}$,即得到标定结果 $\mathbf{R}_{s's}$ 和 $\mathbf{P}_{s's}$ 。

3 标定实验

在工业机器人实验环境下,笔者对本研究的标定方法进行了现场验证。机器人标定试验现场如图 2 所示。



图 2 七自由度机器人标定实验

实验测量仪器是 FARO 公司的 ION 型激光跟踪仪,测量靶球安装在机器人末端,使用三脚架将激光跟

踪仪放置在距离机器人大约 8 m 处,并保证反射靶球在激光跟踪仪可跟踪范围内。在连续轨迹动态跟踪过程中,避免激光束受到外部障碍物的阻挡。在 2 mm ~ 10 mm 内该激光跟踪仪直线距离测量精度为0.022 mm,满足实验精度要求。

3.1 实验步骤

由于七自由度机器人基坐标系建立在机器人底座上,无法直接精确测量,激光跟踪仪需要测量辅助点通过空间几何法来间接拟合基坐标系,其具体测量步骤如下:

- (1) 确定基坐标系 Z 轴方向以及 X 轴方向
- 将测量反射靶球固定在机器人末端臂杆上,每隔一定角度单独转动机器人第一关节,通过配套软件 CAM2 Measure 4.0 拟合成几何圆 1,圆 1 中心线作为基坐标系 Z 轴;同理,单独转动机器人第四关节,拟合几何圆 2,圆 2 中心轴线作为基坐标系的 X 轴方向;
- (2) 确定基坐标系的原点
- 使用测量靶球对机器人的基座平面进行测量,在安装平面上分布取点,利用软件拟合出平面 1,该平面与步骤(1) 确定的 Z 轴交点即为基坐标系的原点 O;
- (3) 确定基坐标系 Y 轴的方向
- 根据右手定则 $Y = Z \times X$,确定该基坐标系的 Y 轴方向。

3.2 实验数据采集

本研究在激光跟踪仪靶球的跟踪范围内,控制机器人运动,以末端靶标的中心作为测量目标点,获得 15 组目标点不同位形的三维位置信息。其中,目标点在 $\{S'\}$ 下的三维位置坐标 $g_{s's_i}$ 可由激光跟踪仪直接读出,机器人末端位置坐标如表 2 所示。

表 2 机器人末端位置坐标

序号	$g_{s'i}$		
	$x/(mm)$	$y/(mm)$	$z/(mm)$
1	2 128. 511	369. 91	2 075. 086
2	2 351. 53	- 46. 556	1 978. 745
3	2 445. 343	- 250. 76	2 142. 897
4	2 245. 538	- 372. 3	2 287. 954
5	2 112. 585	- 485. 94	2 377. 524
6	2 229. 65	- 750. 83	2 240. 42
7	2 237. 645	- 356. 2	2 009. 711
8	2 388. 473	52. 431	1 838. 996
9	2 571. 85	480. 32	1 978. 859
10	2 653. 352	717. 68	2 028. 565
11	2 714. 549	987. 13	1 715. 625
12	2 745. 88	1 175. 2	1 778. 451
13	2 780. 293	1 326. 8	1 519. 269
14	2 865. 273	1 008. 2	1 812. 842
15	2 753. 493	682. 01	2 194. 313

目标点在 $\{S\}$ 下的位置坐标 g_{si} 可通过由示教器采集的关节转角 $(\theta_1, \theta_2 \cdots \theta_6)$ 并结合式(1) 可得到,关节转角如表 3 所示。

表 3 机器人关节转角

序号	关节转角						
	$\theta_1/(^{\circ})$	$\theta_2/(^{\circ})$	$\theta_3/(^{\circ})$	$\theta_4/(^{\circ})$	$\theta_5/(^{\circ})$	$\theta_6/(^{\circ})$	$\theta_6/(^{\circ})$
1	7. 27	- 0. 1	- 1. 68	0	75. 07	14. 56	13. 53
2	- 3. 36	- 7. 7	- 3. 68	0	67. 38	8. 09	10. 25
3	- 8. 14	- 13	1. 36	0	72. 57	9. 8	10. 32
4	- 11. 59	- 6. 2	5. 09	0	66. 79	18. 15	26. 7
5	- 15. 48	- 1. 5	7. 19	0	73. 05	11. 19	23. 17
6	- 20. 46	- 10	4. 12	0	63. 37	25. 7	46. 39
7	- 11. 26	- 5. 6	- 3. 38	0	72. 28	21. 76	44. 3
8	- 1. 15	- 11	- 8. 26	0	81. 47	14. 49	40. 85
9	8. 27	- 20	- 2. 7	0	85. 5	9. 17	36. 38
10	13	- 25	0. 64	0	77. 22	2. 71	33. 15
11	18. 17	- 33	- 5. 48	0	68. 76	10. 33	36. 78
12	21. 65	- 39	- 1. 15	0	59. 81	14. 5	38. 91
13	23. 84	- 44	- 6. 68	0	68. 66	11. 9	37. 59
14	17. 48	- 39	- 0. 44	0	74. 85	- 3. 84	33. 59
15	11. 81	- 31	6. 88	0	80. 69	- 0. 49	31. 38

3.3 实验结果及分析

通过以上数据采集环节,结合式(9,10,14),机器人基坐标系标定结果为:

$$g_{s's}(\Theta) = \begin{bmatrix} 1.000\ 0 & -0.000\ 6 & -0.000\ 3 & 1.358\ 5 \\ 0.000\ 6 & 1.000\ 0 & -0.000\ 1 & -0.883\ 2 \\ 0.000\ 3 & 0.000\ 1 & 1.000\ 0 & -0.938\ 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1.000\ 0 \end{bmatrix}$$

为了充分验证本研究基于对偶四元数法能够统一处理旋转部分与平移部分的优越性,笔者将本研究标

定结果与上述文献所论述的普式正交修正算法的标定结果进行对比,如图 3 所示。

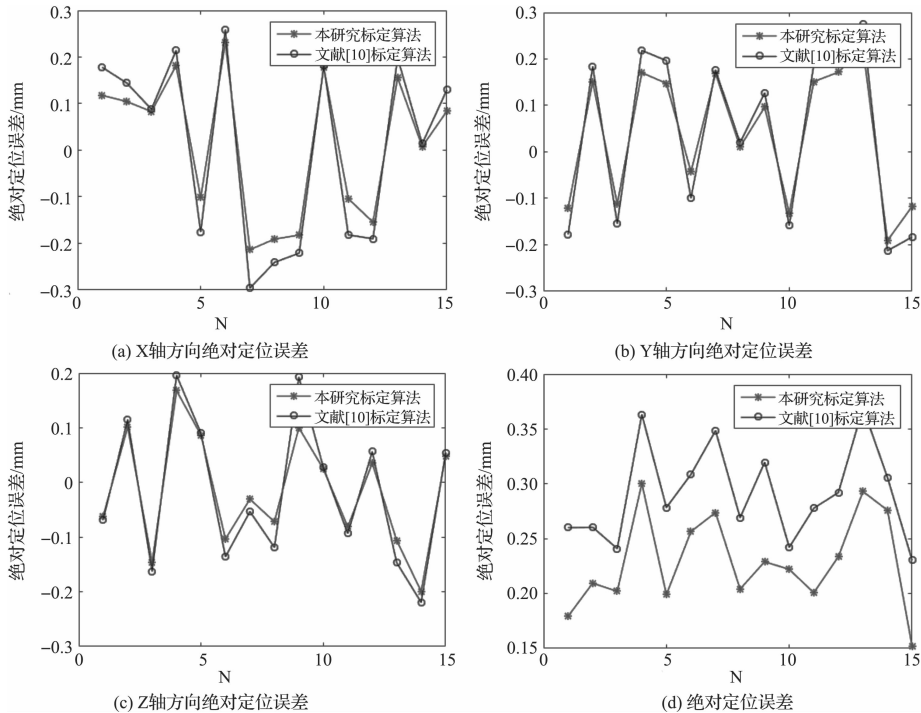


图 3 基坐标系标定结果对比

结果表明,本研究方法在 X 轴、 Y 轴、 Z 轴单轴方向的定位误差及绝对定位误差均小于上述文献所得误差。在完成基坐标系标定后,将机器人基坐标系与激光跟踪仪测得的靶标中心的数据统一到一个坐标系下,从而为机器人运动学参数的精确辨识与补偿奠定基础。

为了充分验证机器人标定结果的正确性,自主搭建了七自由度机器人系统焊接平台,焊接试验现场场景如图 4 所示。



图 4 七自由度机器人现场焊接实验

试验采用 MAG 焊接工艺,焊接电流为 250 A,焊接速度为 200 mm/min。从焊接效果上看,较好地满足了项目要求的焊接精度。

4 结束语

本研究借助激光跟踪仪基于空间几何法拟合建立了机器人基坐标系,完成了坐标系的统一。针对拟合的基坐标系与机器人理论基坐标系之间的偏差问题,本研究首先利用指数积公式建立了七自由度机器人正运动学,引入对偶四元数代数进行理论分析,推导了拟合基坐标系与理论基坐标系之间的标定模型。由于对偶四元数能够统一表示拟合坐标系相对于理论基坐标系之间的位置与姿态,克服了传统方法分步计算旋转部分和平移部分中的误差传递问题,快速精确地完成了基坐标系转换矩阵的标定解算,在减小计算量的同时直接提高了标定精度。

最后,通过现场试验验证了该标定方法的有效性,并且该方法的优点是操作过程简单,标定环境简易,特别适合在工业生产中应用。

(下转第 320 页)

本文引用格式:

高 远,刘晓平,王 刚,等. 基于对偶四元数的机器人基坐标系标定方法研究[J]. 机电工程,2017,34(3):310-314,320.

GAO Yuan, LIU Xiao-ping, WANG Gang, et al. Robot base frame calibration method based on dual quaternion[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2017,34(3):310-314,320.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>