

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2016.12.009

轮辐式复合材料飞轮的模态分析*

李红艳, 许 涛, 李东岳

(青岛科技大学 机电工程学院, 山东 青岛 266061)

摘要:针对轮辐式复合材料飞轮的振动问题,从非线性有限元理论出发,推导了初应力结构的刚度矩阵,从而得到了初应力结构的特征方程。对飞轮的碳纤维复合材料轮缘施加了一定初应力,考虑初应力大小和分布方式两种情况,利用有限元方法对结构模态进行了仿真分析,并对结构的固有频率随初应力变化情况进行了归纳总结。分析结果表明,飞轮的固有频率满足设计要求,施加初应力可以明显降低初阶固有频率,但对高阶固有频率影响不大,设计要综合初应力大小和分布方式的影响。

关键词:轮辐式;复合材料;飞轮;模态

中图分类号:TH16

文献标志码:A

文章编号:1001-4551(2016)12-1467-04

Modal analysis of the wheel-spoke shaped composite material flywheel

LI Hong-yan, XV Tao, LI Dong-yue

(School of Mathematics and Physics, Qingdao University of Science & Technology, Qingdao 266061, China)

Abstract: Aiming at the vibration problem of the wheel-spoke shaped composite material flywheel, the stiffness matrix of the initial stress structure was derived according to the nonlinear finite element theory, and the characteristic equation was obtained furthermore. For the carbon fiber composite flywheel rim, the initial stress was applied to which with different size and distribution respectively. Modal analysis was simulated using finite element method, natural frequency of the composite material flywheel was summarized with initial stress changing. The analytical results indicate that the natural frequency can meet the design equipment, the first natural frequency decreases obviously, while there is no significant change for the higher natural frequency. Influence of initial stress size and distribution should be considered for further optimum design.

Key words: wheel-spoke shaped; composite material; flywheel; modal

0 引 言

飞轮储能作为高效、清洁、环境适应性强的储能手段,最早是由美国的 Richard 博士在 1973 年提出的。它是利用高速旋转的飞轮转子把能量以机械能的方式储存起来,届时以释放机械能的形式输出能量。目前已广泛应用于航空、航天、电力、车辆等诸多领域^[1]。

由于飞轮高速工作的特点,在旋转过程中飞轮边缘的线速度过大,这对轮缘的环向强度产生过高要求。为承受边缘很大的线速度带来的环向应力,目前轮缘

大都采用纵向拉伸强度很高的碳纤维复合材料,因此复合材料飞轮转子是储能飞轮系统中的关键部件,其设计及制造直接决定了系统的性能^[2]。飞轮的轮毂既要与轮缘直接接触,又要与轴相联接,在飞轮的高速旋转中同样承受旋转所带来的负荷,这就需要满足高强度、低密度的要求,因此轮毂和轮缘采用不同的材料,对轮缘增大缠绕力度可使飞轮的整体性能大大提高^[3]。

由于飞轮储能系统向着高速化、大功率方向发展,其运行稳定性问题变得越来越突出^[4],目前对飞轮转的研究直观地呈现了复合材料飞轮转子的动态特

收稿日期:2016-08-10

基金项目:青岛科技大学引进人才科研启动基金项目(400-0022654)

作者简介:李红艳(1975-),女,山东茌平人,博士,副教授,主要从事有限元分析及应用方面的研究。E-mail: lihongyan@qust.edu.cn

性^[5-6],但考虑预应力的多层转子结构复合材料飞轮的解析分析研究工作相对较少,由于复合材料本身所具有的各向异性性质,这方面主要是利用有限元法进行求解^[7-8]。基于各向异性对称结构理论的计算模型,考虑初始位移和预应力情况,得到两层复合材料储能飞轮在工作转速情况下的应力和位移公式,并进一步用 Mathematic 进行仿真分析研究^[9-10]。飞轮转子还可通过钢丝缠绕的方式施加预应力,以提高结构强度^[11-12]。

预应力结构能够改善结构整体的应力及位移分布,因此在实际工程中被广泛采用。预应力的施加方式尽管均匀碳纤维缠绕力度可以使飞轮的整体性能提高,但过大易使飞轮内部的应力变大,可能造成静态时转子内部的变形,因此对张紧力对飞轮的强度影响很大,适当的初应力和结构设计能大幅度提高飞轮的整体性能。

本研究从有限元理论出发,得到考虑初应力的结构刚度矩阵,对轮辐式飞轮的模态进行分析。

1 考虑初应力的有限元理论

本研究利用有限元方法分析初应力作用下复合材料飞轮的固有特性。首先从平衡关系出发,得到不考虑阻尼时结构的运动微分方程^[13]:

$$M\ddot{x} + Kx = 0 \quad (1)$$

式中: x —结构位移, M —结构的质量矩阵, K —结构在静位移状态下的刚度矩阵。

其中, K 与动态位移无关,它包含了初应力的影响,即在原结构刚度矩阵 K_i 的基础上叠加一个应力刚度矩阵 K_σ ,即:

$$K = K_i + K_\sigma \quad (2)$$

其中,

$$K_i = \iiint_V B^T DB dV$$

$$K_\sigma = \iiint_V G^T SG dV$$

式中: B —应变矩阵, D —与材料有关的弹性矩阵, S —与初应力有关的应力矩阵, G —与形函数有关的矩阵。

在有限位移情况下, B 为节点位移 δ 的函数,它可以分解为与位移无关的部分 B_0 和与位移有关的部分 B_l 两部分,即:

$$B = B_0 + B_l \quad (5)$$

进一步可得原结构刚度矩阵:

$$K_i = \iiint_V B^T DB dV = K_0 + K_l \quad (6)$$

式中: K_0 —线性刚度矩阵^[14], K_l —跟位移有关的刚度矩阵。

$$K_0 = \iiint_V B_0^T DB_0 dV \quad (7)$$

$$K_l = \iiint_V (B_l^T DB_0 + B_l^T DB_l + B_0^T DB_l) dV \quad (8)$$

其中: B_0 由线性问题给出^[14],与位移有关的 B_l 可以用矩阵表示为:

$$B_l = \begin{bmatrix} L_x^T & 0 & 0 & 0 & L_z^T & L_y^T \\ 0 & L_y^T & 0 & L_z^T & 0 & L_x^T \\ 0 & 0 & L_z^T & L_y^T & L_x^T & 0 \end{bmatrix} G \quad (9)$$

$$\text{其中: } L_x = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial x} \end{bmatrix}^T, L_y = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix}^T,$$

$$L_z = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial v}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}^T,$$

$$G = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} N_0$$

其中: (u, v, w) —单元位移,是 (x, y, z) 的函数; N —型函数矩阵,其形式与单元类型有关; K_σ —应力刚度矩阵; S —初应力矩阵,考虑初应力影响, K_σ 与 S 有关; I —单位阵。

初应力矩阵为:

$$S = \begin{bmatrix} \sigma_{x0} I & \tau_{xy0} I & \tau_{xz0} I \\ \tau_{yx0} I & \sigma_{y0} I & \tau_{yz0} I \\ \tau_{zx0} I & \tau_{zy0} I & \sigma_{z0} I \end{bmatrix} \quad (10)$$

结合式(2),从而得到考虑初应力的结构刚度矩阵^[15-17]:

$$K = K_0 + K_l + K_\sigma \quad (11)$$

考虑初应力作用下,结构的固有频率以及对应的模态满足特征方程:

$$(K - \omega^2 M) X = 0 \quad (12)$$

式中: ω —固有频率, X —特征向量。

2 飞轮模型

飞轮在高速旋转时,由于边缘的线速度过高对材料的环向应力提出过高要求,普通的金属在此环向应力下会发生断裂。为承受边缘较大的线速度带来的环向应力,边缘采用纵向拉伸强度很高的碳纤维复合材料。飞轮的轮毂既要与复合材料层直接接触,又要与轴相联接,在飞轮的高速旋转中同样要承受旋转所带来的负荷,这就需要满足高强度、低密度的要求,因此轮毂采用铝合金材料。这样得到的飞轮结构满足内部刚度高,外部能够承受较大载荷的需求。轮辐式飞轮结构的几何模型如图 1 所示。

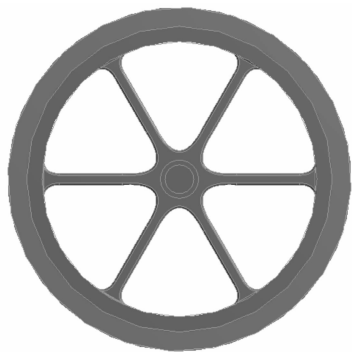


图 1 飞轮的几何模型

复合材料飞轮外径为 190 mm,轴向长度为90 mm。考虑到飞轮转子的特点,飞轮轮毂部分采用铝合金,其中: E —弹性模量, $E = 71 \text{ GPa}$; μ —泊松比, $\mu = 0.3$; ρ —密度, $\rho = 2\,800 \text{ kg/m}^3$ 。

飞轮轮缘采用碳纤维复合材料,T700 的材料参数如表 1 所示。

表 1 碳纤维 T700 的材料参数

E_r / MPa	E_θ / GPa	E_z / MPa	$\mu_{r\theta}$	$\mu_{z\theta}$	μ_{rz}	$G_{r\theta} / \text{GPa}$	$G_{z\theta} / \text{GPa}$	G_{rz} / GPa
6 940	114	6 940	0.007 3	0.007 3	0.27	2	2	5

3 飞轮模态分析

3.1 均布初应力

初应力影响结构的刚度矩阵,从而影响结构的固有频率。以图 1 所示的飞轮为例,仅对轮缘沿环向施加均布的初应力 σ_{y0} ,取初应力值分别为 50 MPa、100 MPa、200 MPa、300 MPa、400 MPa 和 500 MPa 6 种情况时,计算得到飞轮的前十阶固有频率如图 2 所示。

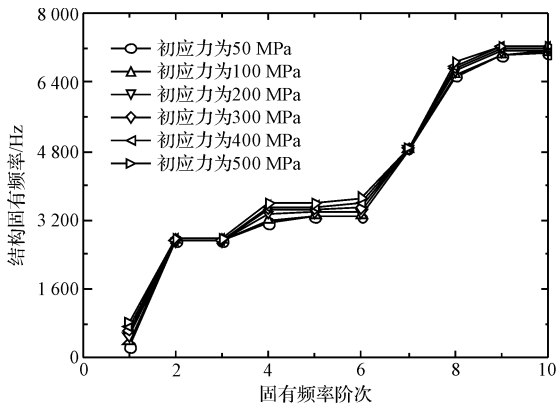


图 2 前十阶固有频率

由图 2 可知,初应力对第二、三阶固有频率没影响,但对第一阶固有频率影响显著。

固有频率和比率系数的关系如图 3 所示。

一阶固有频率下飞轮绕 Z 轴转动的比率系数为 1,其他方向运动的比率系数远小于 1,故一阶固有频

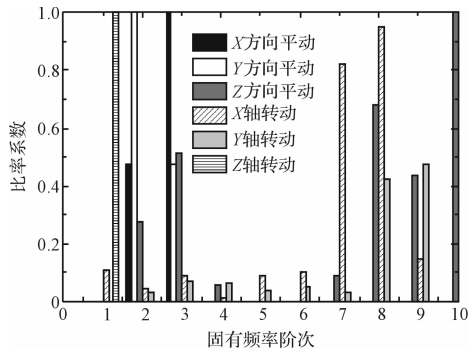


图 3 比率系数与固有频率阶次关系

率下的振型为绕 Z 轴转动;第二阶固有频率下,平面内沿 Y 方向平动的比率系数为 1,第三阶固有频率下,平面内沿 X 方向平动的比率系数为 1,其他方向较小,故此时结构的振型分别为沿着 X 或 Y 方向的平动,由于飞轮为轴对称结构,故二、三阶固有频率一致。高阶时固有频率与比率系数关系类似。

由于飞轮工作转速很高,过大的切向速度导致惯性力很大,这对飞轮的强度和稳定性都不利。对飞轮施加初应力,不但可以明显降低等效力,还在一定程度上提高结构刚度,从而改变结构的固有频率。从考虑初应力的分析结果看,初应力对于一阶固有频率影响显著,可以明显降低飞轮结构的一阶固有频率,随着初应力增大,一阶固有频率逐渐趋于平缓,初应力对高阶固有频率影响不大。

初应力对第一阶固有频率影响如图 4 所示。

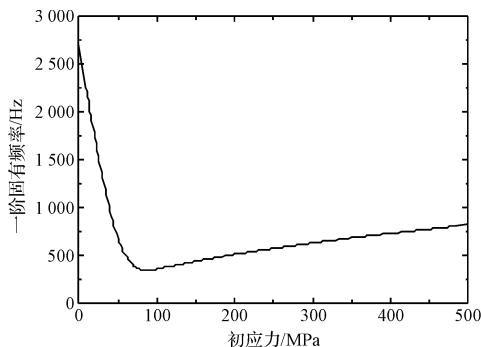


图 4 初应力对第一阶固有频率影响

初应力对高阶固有频率影响如图 5 所示。

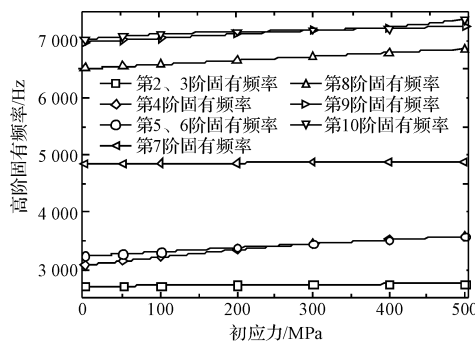


图 5 初应力对高阶固有频率影响

3.2 变初应力

考虑到环向线速度与轮缘的径向位置有关,笔者对初应力沿径向变化的情况进行了分析研究。假定环向的初应力 $\sigma_{\theta 0}$ 在 300 MPa ~ 600 MPa 之间,沿径向线性递增(↗)、线性递减(↘)、上凸抛物线(∩)、下凸抛物线(∪)以及平均分布(—)5 种形式,平均应力均为 450 MPa 时,分别对飞轮进行模态分析,计算得到前十阶固有频率,结果如表 2 所示。

表 2 考虑初应力分布情况下飞轮的固有频率

分布形式 阶次	线性 (↗)	线性 (↘)	抛物线 (∩)	抛物线 (∪)	均布 (—)
1	786.19	777.31	781.76	781.77	781.77
2	2 750.8	2 754.6	2 752.8	2 752.6	2 752.7
3	2 750.8	2 754.6	2 752.9	2 752.6	2 752.7
4	3 547.3	3 553.4	3 551.4	3 549.4	3 550.4
5	3 547.3	3 553.4	3 551.4	3 549.4	3 550.4
6	3 656.8	3 665.6	3 663.2	3 659.3	3 661.3
7	4 878.9	4 882.2	4 880.6	4 880.6	4 880.6
8	6 821.9	6 825.5	6 825.1	6 822.4	6 823.8
9	7 233.8	7 235.0	7 234.9	7 233.9	7 234.4
10	7 233.8	7 235.0	7 234.9	7 233.9	7 234.4

从表 2 所示的结果看,初应力分布对飞轮的一阶固有频率影响不大。考虑到飞轮的最高转速为 45 kr/min,一阶固有频率高于飞轮的正常工作效率,故满足飞轮转子动态要求。

除一阶固有频率外,初应力对高阶频率的影响很小,不同的施加方法对结构的固有频率影响也不大。由于等初应力并不完全符合飞轮旋转的特性,过大易使飞轮的径向和环向应力过大致破坏,而变初应力情况下,尽管其对高阶固有频率影响甚微,由于飞轮的径向应力与内部产生梯度,在旋转时不易发生松脱,能更好地提高飞轮的整体性能。

4 结束语

以现代碳纤维为基础的飞轮系统,通常处于高速运转状态,外表面周围任何空气的摩擦都可能会导致碳纤维快速剥离,故飞轮良好的动态特性可以充分发挥其储能优势。笔者通过对考虑初应力效应复合材料飞轮的模态分析发现,初应力仅对其一阶固有频率影响显著,对高阶固有频率影响甚微,初应力的施加方式对结构的固有频率影响也不大。

由于初应力施加方式与飞轮强度密切相关,故研

究者要综合考虑初应力大小和分布方式的影响,为飞轮的设计制造提供科学依据。

参考文献(References):

- [1] 王秋野,尹航. 复合材料储能飞轮发展与应用[J]. 纤维复合材料,2014,31(1):8-10.
- [2] 张振龙,高琳. 复合材料飞轮研究进展[J]. 纤维复合材料,2014,56(2):56-58.
- [3] 苑美实. 高速复合材料飞轮转子结构设计及工艺优化[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学机电工程学院,2012.
- [4] 孔繁鑫,黄勤,李光喜,等. 高储能飞轮转子动态特性及应力分析[J]. 机械设计与制造,2014(5):28-30.
- [5] 李文逸,宋以国,李翀. 基于 ANSYS 的复合材料飞轮系统模态分析[J]. 新技术新工艺,2012(4):4-6.
- [6] 张兴蕾. 复合材料单层飞轮转子模态分析[J]. 枣庄学院学报,2014,31(5):22-24.
- [7] WANG L, REN X J, SHATIL G. Assessment of fatigue and fracture strength of transportation energy storage flywheel using finite element simulation[C]. 2002WIT Pree, Southampton: Damage and Fracture Mechanics VII, 2003: 235-244.
- [8] ARVIN A C, BAKIS C E. Optimal design of press-fitted filament wound composite flywheel rotors[J]. Composite Structures,2006,72(1):47-57.
- [9] 李成,刘治华,张平. 具有初始位移的两层转子结构复合材料储能飞轮的应力及位移分析[J]. 吉林大学学报,2007,37(4):828-832.
- [10] 李成,铁瑛,郑艳萍. 两层预应力转子结构复合材料储能飞轮的应力及位移计算[J]. 机械工程学报,2009,45(12):263-268.
- [11] 郭志猛,高学续,杨芳,等. 一种钢丝预应力缠绕飞轮转子轮毂[P]. 中国:202851812U,2013.
- [12] 蒋涛. 一种钢丝预应力缠绕飞轮转子轮毂[P]. 中国:102678821A,2012.
- [13] 克拉夫. 结构动力学[M]. 北京:高等教育出版社,2006.
- [14] 曾攀. 有限元分析及应用[M]. 北京:清华大学出版社,2004.
- [15] YEONG-BIN YANG, WILLIAM MCGUIRE. Stiffness matrix for geometric nonlinear analysis[J]. Journal of structural engineering,1986,112(4):853-877.
- [16] 郭乙木,陶伟明,庄苗. 线性与非线性有限元及其应用[M]. 北京:机械工业出版社,2005.
- [17] 胡郑州,吴明儿. 基于共转法 U. L. 列式三节点壳单元几何非线性有限元分析[J]. 同济大学学报,2014,42(7):1044-1050.

[编辑:李辉]

本文引用格式:

李红艳,许涛,李东岳. 轮辐式复合材料飞轮的模态分析[J]. 机电工程,2016,33(12):1467-1470.

LI Hong-yan, XU Tao, LI Dong-yue. Modal analysis of the wheel-spoke shaped composite material flywheel[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2016,33(12):1467-1470.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>