

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2016.07.008

# 碳纤维复合材料低速冲击特性及损伤分析研究

钭李昕,王秋成\*,陈光耀

(浙江工业大学 机械工程学院,浙江 杭州 310014)

**摘要:**针对碳纤维复合材料汽车保险杠的低速耐冲击性能问题,利用真空辅助树脂扩散成型工艺制备了不同铺层比例与铺层顺序的碳纤维复合材料试样,对其进行了简支梁低速冲击性能试验,根据低速冲击响应特性曲线及损伤模式探究了复合材料能量吸收机理;同时基于 ABAQUS/Explicit 对典型铺层试样建立了简支梁冲击仿真模型,利用 Hashin 失效准则进行失效判断,研究了低速冲击响应应力变化及损伤过程并将模拟结果与实验值进行了比较。研究结果表明:碳纤维复合材料简支梁低速冲击主要损伤模式为纤维断裂,通过增加(0,90)铺层能够提高接触力载荷与冲击韧性强度,通过在试样冲击表面铺设( $\pm 45$ )铺层能够缓解结构剧烈破坏。峰值载荷误差为 5.1%,峰值位移误差为 3.2%,证明了模型的有效性,为碳纤维复合材料保险杠提供了设计基础。

**关键词:**碳纤维复合材料;低速冲击;损伤分析;有限元仿真

中图分类号:TH145.4;TB332

文献标志码:A

文章编号:1001-4551(2016)07-0815-07

## Analysis on low velocity impact performance and damage behavior of carbon fiber composite beam

TOU Li-xin, WANG Qiu-cheng, CHEN Guang-yao

(College of Mechanical Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China)

**Abstract:** Aiming at the impact resistance of the woven carbon fiber composite bumper beam, different layers of the plain woven carbon fiber composite laminates were made by VARIM, and tested with charpy impact. The mechanism of energy absorption was explored through the results of impact responses and damage behaviour. ABAQUS/Explicit was used to set up the analysis model of the charpy impact with the modified Hashin failure criteria to explore the process of the dynamic response and damage behavior. The results indicate that the main damage behavior of the carbon fiber composite beam is fiber fracture. The contact force and impact strength can be improved by increasing the number of (0,90) layers. The intense damage can be alleviated by ( $\pm 45$ ) layers when put it on the surface. The experimental results indicate that the error of the simulated peak force is 5.1% and the peak displacement is 3.2%, the validity of the FE model is proved which can be the basis of the carbon fiber composite bumper design.

**Key words:** carbon fiber composite; low velocity impact; damage behavior; finite element simulation

## 0 引言

碳纤维复合材料拥有较高的比强度与比刚度,是优质的轻量化材料,广泛应用于航天航空及汽车等行业。但是复合材料结构在使用过程中会承受低能量冲

击作用,造成损伤破坏。为了保证耐冲击结构件在使用过程中具有良好的冲击韧性与吸能特点,利用低速冲击的方法探究其冲击特性及其破坏模式。Tiberkak 等<sup>[1]</sup>通过有限元分析方法研究了落锤低速冲击响应下的损伤预测。结果显示,随着 90°铺层的增加,接触

收稿日期:2016-03-21

作者简介:钭李昕(1990-),女,浙江丽水人,硕士研究生,主要从事复合材料结构可靠性方面的研究。E-mail:dlx0925@163.com

通信联系人:王秋成,男,教授,博士生导师。E-mail:wqc@zjut.edu.cn

力载荷会随之增加。胡靖元<sup>[2]</sup>研究了纤维织物增强复合材料落锤低速冲击特性的试验研究,探究了其低速破坏模式与能量吸收机理。范金娟<sup>[3]</sup>针对平面编织复合材料层合板进行不同能量的落锤冲击试验,分析了其失效行为,提出穿透损伤主要为纤维断裂。国内外针对复合材料层合板落锤冲击性能及损伤做出了大量研究<sup>[4-5]</sup>。除了使用落锤试验研究复合材料低速冲击性能外,还有一类模拟低速冲击的摆锤式冲击试验方法,也称为简支梁冲击试验。Ghasemnejad 等<sup>[6]</sup>针对碳纤维与玻璃纤维混杂复合材料进行了简支梁冲击试验,并基于 chang - chang 失效准则进行有限元模拟,但是并未具体阐述低速冲击过程中冲击动态响应过程及其损伤模式。在汽车结构件中,保险杠设计原则是在低速碰撞时充分吸收能量,保证其具有良好的耐冲击性能,保护车身及其他零件减轻损伤,并保证其性能不变或更优,达到轻量化目的<sup>[7]</sup>,将复合材料保险杠简化为梁结构件,利用简支梁试验对复合材料试样探究其耐冲击性能更为合适。

为了保证碳纤维复合材料汽车保险杠的低速耐冲击性能,本研究根据真空辅助树脂扩散成型工艺制备碳纤维复合材料简支梁冲击试样;对不同铺层方式碳纤维复合材料试样进行简支梁冲击试验,探究其动态冲击响应特性及能量吸收机理;基于 ABAQUS/Explicit 建立简支梁冲击仿真模型,对碳纤维复合材料试样进行数值模拟,利用修正的 Hashin 失效准则对其进行失效判断,将仿真结果与试验进行对比,以验证模型的有效性,为碳纤维复合材料保险杠提供一定的设计基础。

## 1 简支梁冲击试验

### 1.1 试样准备

碳纤维复合材料增强材料采用某国产 6K 平面正交织物碳纤维布,基体树脂采用 IN - 2 环氧导流树脂,AT30 固化剂,树脂与固化剂的混合比例为 100:30,固化时间为 24 h。利用真空辅助树脂扩散成型工艺(vacuum assisted resin infusion molding, VARIM)制成碳纤维复合材料层合板<sup>[8]</sup>,密度为 1.45 g/cm<sup>3</sup>,工艺示意图如图 1 所示。

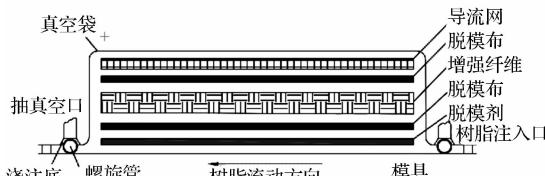


图 1 VARIM 工艺示意图

层合板规格如表 1 所示。

表 1 碳纤维复合材料层合板规格

铺层方式	铺层比例/%
[(0,90)] <sub>4</sub>	100/0
[(0,90) <sub>3</sub> /(±45)]	75/25
[(0,90) <sub>2</sub> /(±45) <sub>2</sub> ]	
[(0,90)/(±45)] <sub>2</sub>	50/50
[(0,90)/(±45)] <sub>2s</sub>	
[(±45)/(0,90)] <sub>2s</sub>	
[(0,90)/(±45) <sub>3</sub> ]	25/75
[(±45)] <sub>4</sub>	0/100

VARIM 工艺采用单面模具,在模具上铺设多层增强纤维材料,利用真空袋密封,在零部件设置多个树脂入口,确保树脂能够完全浸润纤维,最后静置室温固化。采用机械加工的方法,自无缺陷层合板中切割取样,试样尺寸为 80 mm × 15 mm × 1.5 mm。

### 1.2 试验方法

本研究根据 GB/T 1043. 1 – 2008/ISO 179 – 1:2000《塑料简支梁冲击性能的测定第 1 部分:非仪器化冲击试验》对碳纤维复合材料试样进行简支梁无缺口贯层冲击试验。试验设备采用 CEAST9050 摆锤式冲击试验机,摆锤质量 1.19 kg,摆臂长度 200 mm,刀刃半径 2 mm,跨距为 62 mm。每组分别测试 5 个试样。冲击试验前,释放摆锤排除空气阻力及摆锤轴承摩擦损失能量带来的误差。之后将试样两端平衡放置在支座上,使冲击线位于试样中部,释放摆锤撞击试样中线,摆锤冲击能量为 5 J,瞬时打击速度为 2.9 m/s。简支梁冲击试验图如图 2 所示。

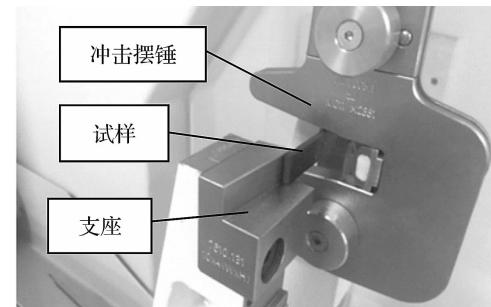


图 2 简支梁冲击试验图

冲击韧性强度  $a_{cu}$ (单位:kJ/m<sup>2</sup>)按下式计算:

$$a_{cu} = \frac{E}{b \times d} \times 10^3 \quad (1)$$

式中: $E$ —破坏试样所吸收的能量,J; $b$ —试样宽度,mm; $d$ —试样厚度,mm。

## 2 试验结果分析

### 2.1 铺层比例对冲击响应的影响

不同铺层比例试样的载荷-位移曲线如图3所示。

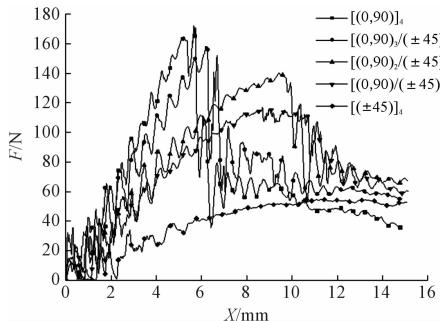


图3 不同铺层比例试样的载荷-位移曲线

从图3可以看出,由于冲击载荷集中作用力的影响,冲击摆锤的位移增加,各个试样整体发生剧烈变化,接触力载荷呈现锯齿状上升趋势。 $(0,90)$ 铺层比例越高,接触力载荷上升越快,但相对应的峰值位移提前,使得试样较早达到极限强度而发生大量纤维断裂失效,而增加 $(\pm 45)$ 铺层相反。这是因为在低速冲击过程中,随着 $(\pm 45)$ 铺层比例的增加, $(\pm 45)$ 起到了分散集中作用力的作用,接触力载荷上升较慢,试样达到极限载荷的位移量增加。

### 2.2 铺层顺序对冲击响应的影响

不同铺层顺序试样载荷-位移曲线如图4所示。

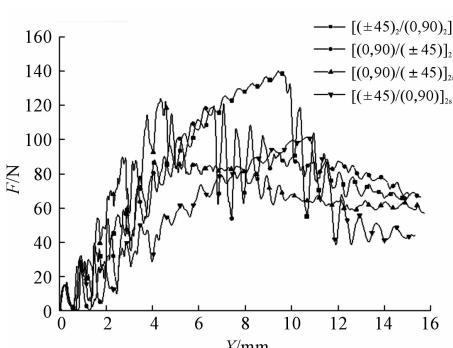


图4 不同铺层顺序试样载荷-位移曲线

碳纤维复合材料试样冲击性能如表2所示。

表2 碳纤维复合材料试样冲击性能

试样	吸收能量 E/J	冲击强度 $a_{cu}/(KJ \cdot m^{-2})$
$[(0,90)]_4$	1.48	65.80
$[(0,90)_3/(\pm 45)]$	1.35	60.20
$[(\pm 45)_2/(0,90)_2]$	1.30	57.81
$[(0,90)/(\pm 45)]_2$	1.19	53.05
$[(0,90)/(\pm 45)]_{2s}$	1.21	53.57
$[(\pm 45)/(0,90)]_{2s}$	1.13	50.22
$[(0,90)/(\pm 45)]_3$	1.14	50.67
$[(\pm 45)]_4$	0.83	36.84

观察图4相同铺层比例不同铺层顺序试样的载荷-位移曲线发现,铺层顺序极大影响了碳纤维复合材料的低速冲击响应特性。 $[(0,90)/(\pm 45)]_2$ 冲击表面与试样背面的铺层均为 $(0,90)$ ,其接触力载荷上升最快,但其最早发生失效,说明 $(0,90)$ 不适用于铺设至表面。 $[(\pm 45)_2/(0,90)_2]$ 与 $[(0,90)/(\pm 45)]_2$ 冲击力载荷上升速率相似,但 $[(\pm 45)_2/(0,90)_2]$ 峰值载荷远大于 $[(0,90)/(\pm 45)]_2$ 。两者试样内部铺层相同,只改变了试样表面铺层。 $[(\pm 45)_2/(0,90)_2]$ 试样冲击表面为 $(\pm 45)$ ,更好地起到了分散集中载荷的作用,使之较晚达到极限强度。 $[(\pm 45)/(0,90)]_{2s}$ 表面铺层均为 $(\pm 45)$ ,虽然试样峰值载荷对应的位移最大,接触力载荷上升较慢,比较表2可见,其吸收能量最少,冲击韧性最差。

复合材料表面铺设 $(0,90)$ 有利于提高接触力载荷。表面铺设 $(\pm 45)$ 铺层,尤其在冲击表面铺设有利于缓解样断裂失效,使之达到较高的接触力载荷。

### 2.3 损伤模式与能量吸收的机理

在集中力载荷或冲击载荷作用下,一般金属材料的损伤模式较为单一,而纤维增强复合材料有多种损伤模式,如基体开裂,纤维与基体脱粘,纤维断裂,分层等相互组合。不同失效模式的能量吸收方式及大小不同。

复合材料存在单层板内与层间的相互作用,受到低速冲击过程中失效模式较为复杂。能量吸收主要来自试样的拉伸破坏,压缩破坏,剪切破坏。冲击刀接触试样表面时,会产生应力波,应力波以两种方式传播:一种为沿纤维方向传播,受到作用的纤维通过基体以及交织纤维之间的相互作用传播应力,使得纤维发生变形,此时较多能量被吸收;另一种层内基体承受外力作用,发生开裂,变形,吸收较小能量。随着外力沿厚度方向传递,纤维与基体之间的界面层层间受到外力作用。当外力载荷大于层间结合强度,会发生纤维与基体之间脱粘,不同纤维方向之间的各单层之间发生分层,吸收部分能量。当纤维变形量逐渐增大时,位于冲击表面的纤维承受压缩应力,当压应力达到压缩强度极限,纤维发生断裂翘曲;同时位于试样背面的纤维的承载的拉伸应力增大,当拉应力达到拉伸强度极限时,纤维从基体拔出发生拉伸断裂失效,吸收大量能量。

由图3,图4载荷-位移曲线图所围成的面积即试样冲击试验中所吸收的能量。以图3中 $[(0,90)]_4$ 试样载荷-位移曲线为例,随着位移量的增加,试样发生弯曲变形,同时试样开始积累损伤,内部发生基体与纤维脱粘现象,能量吸收逐渐增加;当位移量达到5.8 mm时,接触力载荷突然发生卸载,这是因为试样

达到强度极限,发生大量纤维断裂失效,同时吸收了大量的能量。而断裂纤维周围载荷重新分布,继续承受冲击载荷,当位移达到 14.5 mm 时,试样被撞飞。比较表 2,随着增加(0,90)铺层,能量吸收水平明显提高,同时冲击韧性强度也随之增大。试样通过纤维断裂吸收了大量能量。冲击表面铺设( $\pm 45$ )能够起到缓解剧烈失效的作用,通过分散集中力载荷,使得试样达到极限载荷的位移量增加,试样变形吸收变形能。因此在构件表面增加铺设( $\pm 45$ )能够起到保护构件表面的作用,但是吸收能量及冲击韧性会降低。因此在碳纤维复合材料保险杠的设计过程中,为了提高其耐冲击性能,可增加(0,90)铺层比例,同时在冲击表面铺设( $\pm 45$ )铺层,有利于缓解结构破坏。

### 3 有限元仿真

#### 3.1 失效判据及刚度退化准则

Hashin 失效准则适用于各向异性弹性断裂材料的失效预测,主要用于判断纤维增强复合材料失效。在原 Hashin 失效准则中,1 方向代表平行纤维方向(纤维失效),2 方向代表垂直纤维方向(基体失效)。针对平面织物复合材料,1,2 方向均表示纤维方向,即径向、纬向纤维方向,典型平面织物经纬向纤维方向如图 5 所示<sup>[9]</sup>。

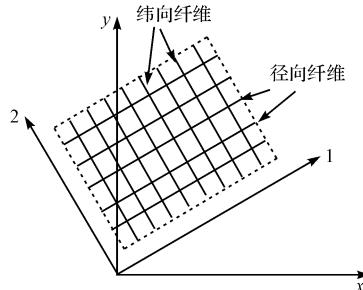


图 5 平面织物纤维方向示意图

因此需要对 Hashin 准则进行修正,使其能够反映平面织物碳纤维复合材料层合板的力学特性。

由于平面织物复合材料 1,2 两个方向性能均由纤维控制,2 方向的性能应与 1 方向相一致。修正后的 Hashin 准则包括以下 4 种失效模式:

径向纤维拉伸失效( $\sigma_{11} \geq 0$ ):

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 = 1 \quad (2)$$

径向纤维压缩屈曲失效( $\sigma_{11} \leq 0$ ):

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_C}\right)^2 = 1 \quad (3)$$

纬向纤维拉伸失效( $\sigma_{22} \geq 0$ ):

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 = 1 \quad (4)$$

纬向纤维压缩屈曲失效( $\sigma_{22} \leq 0$ ):

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_C}\right)^2 = 1 \quad (5)$$

式中: $X_T, X_C$ —径向纤维拉伸与压缩强度; $Y_T, Y_C$ —纬向纤维拉伸与压缩强度; $S$ —剪切强度; $\sigma_{11}, \sigma_{22}$ —径纬向拉伸应力; $\tau_{12}$ —剪切应力。

在冲击过程中,材料出现损伤后材料性能会发生退化。模型对损伤区域单元进行刚度退化来模拟材料性能退化<sup>[10]</sup>。

刚度退化方法如表 3 所示。

表 3 刚度退化方法

失效模式	刚度退化
径向纤维拉断	$E_1 = 0.01E_1$ $G_{12} = 0.01G_{12}$ $G_{13} = 0.01G_{13}$
径向纤维挤压	$E_1 = 0.01E_1$ $G_{12} = 0.01G_{12}$ $G_{13} = 0.01G_{13}$
纬向纤维拉断	$E_2 = 0.01E_2$ $G_{12} = 0.01G_{12}$ $G_{23} = 0.01G_{23}$
纬向纤维挤压	$E_2 = 0.01E_2$ $G_{12} = 0.01E_{12}$ $G_{23} = 0.01G_{23}$

$E_1, E_2$ —经纬向弹性模量; $G_{12}, G_{13}, G_{23}$ —剪切模量

#### 3.2 有限元建模

本研究利用 ABAQUS/Explicit 对碳纤维复合材料试样进行简支梁冲击仿真模拟。结合试验原型,本研究对仿真模型进行简化。冲击摆锤采用实体单元 C3D8R,约束其为刚体,假设摆锤最低端小位移水平移动,加载速度为 2.9 m/s,冲击能量为 5 J。约束刚体支座所有自由度。复合材料试样采用缩减积分单元 S4R,利用沙漏控制。在冲击载荷集中的位置细化试样网格,有限元模型网格划分如图 6 所示。

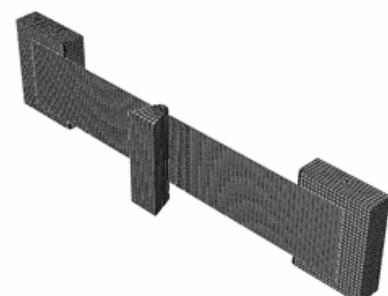


图 6 有限元模型网格划分

笔者根据相关试验标准,测得碳纤维复合材料基本力学性能如表 4 所示。

表4 碳纤维复合材料基本力学性能

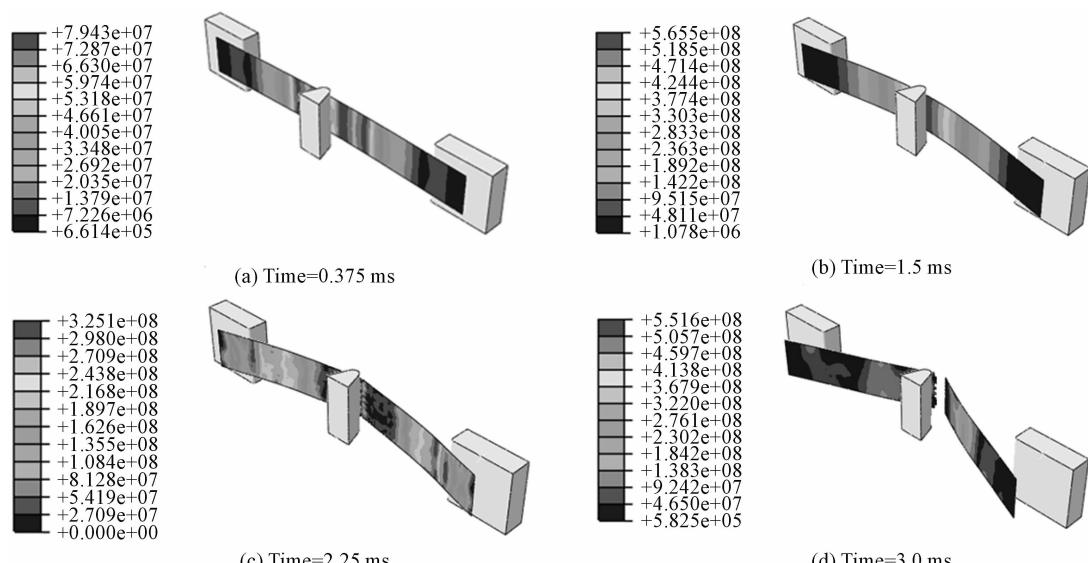
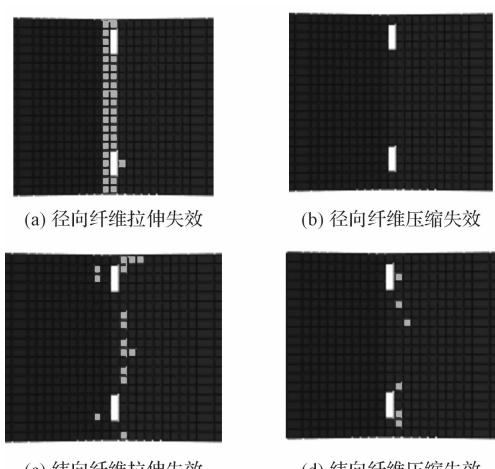
参数	参数值
拉伸强度 $X_t = Y_t/\text{MPa}$	656
压缩强度 $X_c = Y_c/\text{MPa}$	500
拉伸模量 $E/\text{GPa}$	51.0
剪切强度 $S/\text{MPa}$	107.5
剪切模量 $G_{12}/\text{GPa}$	7.1
泊松比 $\nu$	0.05

试样与支座间接接触采用面面接触,设置摩擦系数为0.35。试样与冲击摆锤之间采用无摩擦面面接触算法。忽略基体与增强纤维之间的脱粘及分层失效模式,以复合材料层合板试样为整体,讨论其冲击响应特性与失效模式。复合材料单层沿厚度方向设置适当的积分点以表示沿厚度方向性能。

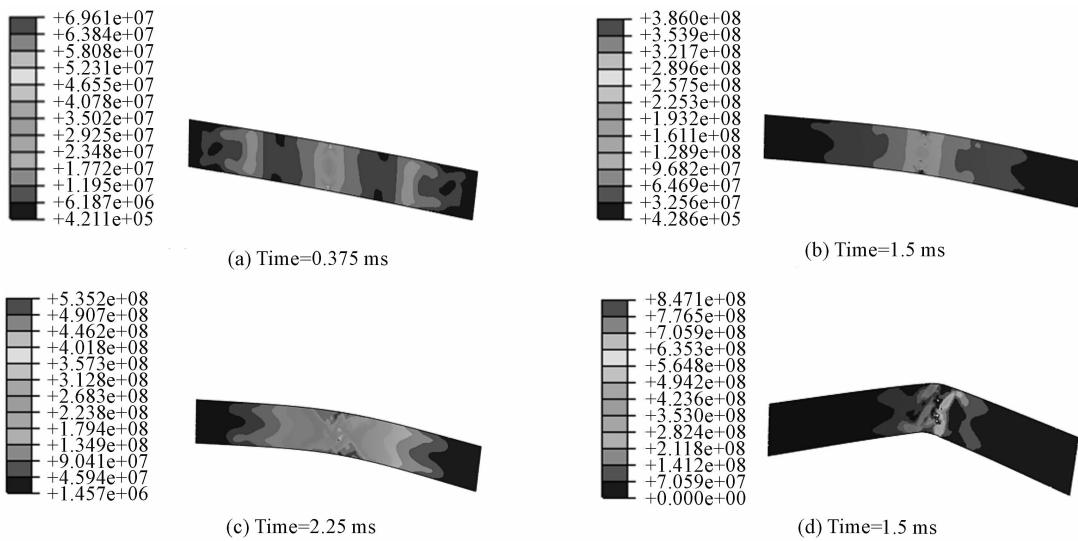
### 3.3 仿真结果分析

由于实际试验过程冲击时间短,通过肉眼无法直接观察试样在冲击过程中的变化,通过有限元仿真方

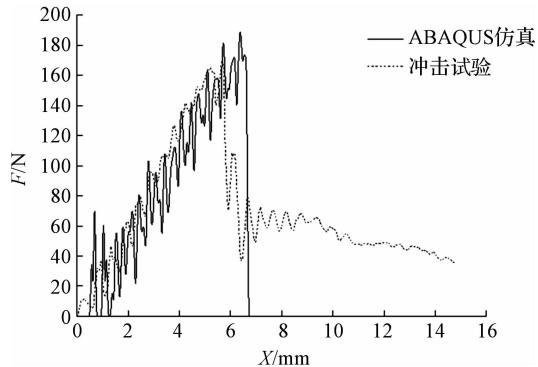
法,可观察任意时刻试样的应力变化及形貌状态。 $[(0,90)]_4$  试样在冲击过程中的应力云图如图7所示。由于冲击刃的冲击载荷的作用,试样中部产生应力集中现象,试样发生明显的弯曲变形。随着冲击刃位移的增大,应力出现较大提升。当  $t = 2.25 \text{ ms}$  时,试样应力发生突变。调取该时刻试样承受集中载荷区域的失效模式,仿真结果如图8所示(灰色代表损伤单元,黑色代表未损伤单元)。从图中可以看出,试样的仿真失效模式主要为承受集中载荷的试样中部单元发生径向纤维拉伸失效,伴有少量纬向纤维压缩与拉伸失效,单元完全失效后,系统自动删除。冲击过程中,试样冲击表面纤维发生挤压作用,试样背部纤维发生拉伸作用。实际试样背部首先发生开裂,并沿厚度方向延伸,是因为背部试样受拉纤维拉伸应力首先达到了拉伸强度极限,发生纤维断裂失效。这与仿真结果相一致。

图7  $[(0,90)]_4$  试样冲击应力云图图8  $[(0,90)]_4$  试样冲击损伤失效仿真结果

$[(\pm 45)]_4$  试样在冲击过程中的应力云图如图9所示。从整个仿真模拟过程中可以看出,当冲击刃与试样接触  $t = 0.375 \text{ ms}$  时,试样整体应力呈现沿中心对称,仅试样中心与冲击刃接触与支座接触区域出现应力较大值,但接触应力值远小于 $[(0,90)]$ 铺层试样。之后应力呈现X型方向扩展,说明应力波通过纤维方向传递能量;当  $Time = 7.5 \text{ ms}$  时,试样位移达到最大值被撞飞,但并未出现大面积单元删除,即说明试样整体应力并没有超过材料的强度极限,因此未出现断裂现象。由于 $[(\pm 45)]_4$  试样在 $(\pm 45)$ 纤维作用下,分散集中力载荷,使之发生较大弯曲变形。

图 9  $[(-45)4]$  试样冲击应力云图

简支梁冲击试验的载荷-位移曲线如图 10 所示。

图 10  $[(0,90)4]$  试样载荷-位移曲线对比图

简支梁低速冲击响应仿真结果与试验结果的趋势相一致,从冲击刃接触试样开始,接触力载荷呈现波动上升,当仿真试样达到峰值载荷时,承受集中力载荷的单元达到极限强度发生失效使其失去承载能力,因此接触力载荷发生突变,降低至 0。而在实际试验过程中,复合材料层合板失效后,周围的纤维基体会重新分布载荷,使之存在一定的承载能力,因此在计算仿真结果的能量吸收值低于实际试验值。仿真预测峰值载荷为 185 N,试验结果为 176 N,误差 5.1%,仿真达到峰值载荷相对应的位移为 6.4 mm,试验位移为 6.2 mm,误差为 3.2%。该模型冲击响应仿真结果与试验结果较为吻合。

## 4 结束语

为了保证碳纤维复合材料汽车保险杠的低速耐冲击性能,本研究根据真空辅助树脂扩散成型工艺制备碳纤维复合材料层合板,利用机械加工方法制成简支梁冲击试样,对不同铺层方式碳纤维复合材料试样进

行简支梁冲击试验与仿真。研究结果如下:

- (1) 铺层比例与铺层顺序影响材料的低速冲击性能。为了提高碳纤维复合材料保险杠的耐冲击性能,可增加(0,90)铺层比例,同时在构件冲击表面铺设 $(\pm 45)$ 铺层,有利于缓解结构剧烈破坏。
- (2) 纤维增强复合材料有多种损伤模式,如基体开裂,纤维与基体脱粘,纤维断裂,分层等。简支梁冲击的主要损伤模式是纤维断裂,并通过纤维断裂吸收大量能量。

- (3) 利用有限元仿真方法可较好的模拟碳纤维复合材料冲击响应趋势及其失效模式,可用该仿真模型预测不同铺层角度的碳纤维试样简支梁冲击响应特性,为碳纤维复合材料保险杠提供了设计基础。

## 参考文献(References):

- [1] TIBERKAK R, BACHENE M, RECHAK S, et al. Damage prediction in composite plates subjected to low velocity impact [J]. *Composite Structure*, 2008, 83(1): 73-82.
- [2] 胡靖元,陈利阳,齐风华,等. 编织复合材料低速冲击响应与破坏模式分析[J]. 工程与试验, 2013, 53(2): 8-11.
- [3] 范金娟,侯学勤,刘杰. 平面编织复合材料层压板的冲击失效行为[J]. 高分子材料科学与工程, 2013, 39(1): 92-95.
- [4] 董惠民,安学峰,益小苏等. 纤维增强聚合物基复合材料低速冲击研究进展[J]. 材料工程, 2015, 43(5): 89-100.
- [5] SANDEEP A, KALYAN K S. Impact damage on fibre-reinforced polymer matrix composite-A review [J]. *Journal of Composite Materials*, 2014, 48(3): 317-332.
- [6] GHASEMNEJAD H, FURQUAN A S M, MASON P J. Charpy impact damage behaviour of single and multi-delaminated hybrid-composite beam structures[J]. *Materials and Design*, 2010, 31(81): 3653-3660.

- [7] 张晓红,郑欲锋,冯奇,等.碳纤维复合材料缓冲梁的设计研究[J].上海汽车,2015(5):58-62.
- [8] 黄家康,复合材料成型技术及应用[M].北京:化学工业出版社,2011.
- [9] 王耀先.复合材料力学与结构设计[M].上海:华东理工大学出版社,2012.
- [10] 朱炜垚,许希武.复合材料层合板低速冲击损伤的有限元模拟[J].复合材料学报,2010,27(6):200-207.

[编辑:李辉]

## 本文引用格式:

斜李昕,王秋成,陈光耀.碳纤维复合材料低速冲击特性及损伤分析研究[J].机电工程,2016,33(7):815-821.

TOU Li-xin, WANG Qiu-cheng, CHEN Guang-yao. Analysis on low velocity impact performance and damage behavior of carbon fiber composite beam[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2016,33(7):815-821.

《机电工程》杂志:<http://www.meem.com.cn>

(上接第 787 页)

## 参考文献(References):

- [1] ERDMAN A G, SANDOR G N. Mechanism Design: Analysis and Synthesis[M]. Upper Saddle River Prentice Hall, 2001.
- [2] 邹慧君,颜鸿森.机械创新设计理论与方法[M].北京:高等教育出版社,2008.
- [3] LINDSTRÖM J NILSSON, K PARIDA, et al. Sustainable management of operation for functional products: which customer values are of interest for marketing and sales[J]. *Procedia CIRP*, 2015,30(1):299-304.
- [4] HUNT K H. Kinematic geometry of mechanisms[M]. Oxford: Oxford University Press, 1978.
- [5] YAN H S, CHIU Y T. On the number synthesis of kinematic chains[J]. *Mechanism & Machine Theory*, 2015,89(1):128-144.
- [6] REDA ALHAJJ JOH ROKNE. Graph Theory [M]. New York Springer, 2014.
- [7] LUO X H, LI LIANG-ZHEN, LI-TAO, et al. Topological graph and isomorphism identification of Kinematic chains in a mechanism with compound hinges[J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2014(3):247-250.
- [8] LU Y, YE N, LU Y, et al. Analysis and Determination of Associated Linkage, Redundant, and Degree of Freedom of Closed Mechanisms With Redundant Constraints and/or Passive Degree of Freedom[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2012,134(6):579-580.
- [9] LU Y, LU Y, YE N, et al. Derivation of valid contracted graphs from simpler contracted graphs for type synthesis of closed mechanisms[J]. *Mechanism & Machine Theory*, 2012,52(3):206-218.
- [10] HUNG CHIH-CHING, YAN HONG-SEN, PENNOCK R. G. A procedure to count the number of planar mechanisms subject to design constraints from kinematic chains[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2008,43(6):676-694.
- [11] DING HUA-FENG, HOU FENG-MAO, KECSKEMÉTHY, et al. Synthesis of the whole family of planar 1-DOF kinematic chains and creation of their atlas database[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2012,47(1):1-15.
- [12] YAN HONG-SEN, CHIU YU-TING. An improved algorithm for the construction of generalized kinematic chains[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2014,78(4):229-247.
- [13] SIMO-SERRA E, PEREZ-GRACIA A. Kinematic synthesis using tree topologies[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2014,72(72):94-113.
- [14] POZHBELKO V, ERMOSHINA EKATERINA. Number structural synthesis and enumeration process of all possible sets of multiple joints for 1-DOF up to 5-loop 12-link mechanisms on base of new mobility equation[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2015,90(6):108-127.
- [15] YU Y W, DENG Y M, LU W F, et al. Analysis of mechanical systems with adaptable functions for the evaluation of functional coupling and component importance[J]. *Int Adv Manuf Technol*, 2014,76(528):1449-1458.
- [16] 余远文,邓益民,杨鹏,等.基于全关联矩阵的可变功能机械功能耦合分析[J].宁波大学学报(理工版),2014,27(4):88-93.
- [17] 颜鸿森.机械装置的创造性设计[M].北京:机械工业出版社,2002.
- [18] 吴昌憲,魏洪增,刘向丽.矩阵理论与方法学习指导[M].北京:电子工业出版社,2013.

[编辑:李辉]