

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2016.06.004

# 基于神经网络的冗余机械臂运动学逆解研究<sup>\*</sup>

欧群文<sup>1</sup>, 负超<sup>1\*</sup>, 杨学兵<sup>2</sup>, 胡掌稳<sup>3</sup>

(1. 北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100191; 2. 北京中电华强焊接工程技术有限公司,  
北京 100076; 3. 北京三一重机有限公司, 北京 100220)

**摘要:** 针对冗余自由度机械臂逆运动学求解的难题, 提出了一种基于 RBF 神经网络的新方法。针对一款新型的七轴冗余机械臂, 建立了机械臂的正运动学方程, 提出了一种基于加权最小二乘法的“最佳柔顺性”规则, 基于此规则运用遗传算法求解了全局最优解, 由此得到了训练神经网络的样本数据, 对神经网络进行了训练, 使网络达到了稳定状态。设计了仿真和实验对 RBF 神经网络进行了测试, 分析了神经网络的性能。研究结果表明, 该 RBF 神经网络精度高、收敛速度快, 从而为任意冗余机械臂逆解求解提供了一种新方法。

**关键词:** 遗传算法; RBF 神经网络; 冗余自由度; 运动学逆解

中图分类号: TP242; TH112

文献标志码: A

文章编号: 1001-4551(2016)06-0663-05

## Algorithm based on neural network for inverse kinematics of redundant manipulator

OU Qun-wen<sup>1</sup>, YUN Chao<sup>1</sup>, YANG Xue-bing<sup>2</sup>, HU Zhang-wen<sup>3</sup>

(1. School of Mechanical Engineering and Automation, Beihang University, Beijing 100191, China;  
2. Beijing Wise Welding Technology & Engineering Co. Ltd., Beijing 100076, China;  
3. Beijing SANY Heavy Industry Co. Ltd., Beijing 100220, China)

**Abstract:** Aiming at the difficulties of gaining inverse kinematics solution of redundant manipulator, a new method based on RBF neural network was proposed. The forward kinematics equation was established for a new 7-DOF manipulator. A rule of “best compliance” based on weighted least square method was supposed. Based on this rule, genetic algorithm was used to search for the global optimal solution, which was used as the training data of artificial neural network. Then the neural network was trained to achieve a stable state. The simulation and experiment were designed to test the RBF neural network, and the performance of the neural network was analyzed. The results indicate that the RBF neural network has high precision and fast convergence speed, and it can provide a new method for solving the inverse kinematics solution of any redundant manipulator.

**Key words:** genetic algorithm; RBF neural network; redundant degree of freedom; inverse kinematics

## 0 引言

一般的通用工业机器人为 6 个自由度, 然而增加自由度能带来很多优良的性能, 比如: 能改善机械臂的运动学性能, 增加灵活性, 消除奇异性, 避障等等<sup>[1-2]</sup>。

但与此同时, 获得其运动学逆解也变得更为困难。运动学逆解的求解是冗余机械臂研究中的一项重要研究内容, 通常需要通过复杂的过程求解雅可比矩阵的伪逆<sup>[3]</sup>。传统的数值解法速度太慢, 难以满足冗余机械臂的实时控制需求。冗余机械臂的运动学方程是一个

收稿日期: 2015-11-30

基金项目: 北京市科学技术委员会资助项目 (HT0100081-2014)

作者简介: 欧群文(1989-), 男, 江西抚州人, 硕士研究生, 主要从事工业机器人控制方面的研究. E-mail: 784491448@qq.com

通信联系人: 负超, 男, 教授, 博士生导师. E-mail: cyun18@vip.sina.com

非线性系统,而人工神经网络对非线性系统具有强大的逼近能力。基于神经网络的智能方法已经被引入到了冗余机械臂求解中,然而建立网络所采用的数据样本是从“已知的实例数据”或实验法测量得到<sup>[4-5]</sup>。实验测量法有很多不足之处:比如建立实验平台比较复杂、代价高;受限于实验设备的测量精度,不能近距离测量末端点的位姿等等。罗小平等<sup>[6]</sup>对平面冗余机械臂进行了研究,而平面冗余机械臂所含参数较少。该文献中先建立了适应度函数,并通过几何方法建立一个新的参数使得参数数量最小化,从而使多参数的优化问题转化为遗传算法中单参数的优化问题。然而,三维空间冗余机械臂比平面机械臂复杂的多,不能通过简单的几何方法来解决。本研究中,笔者的研究对象是一个新型七自由度机械臂。首先笔者通过加权最小二乘法建立适应度函数,通过正向运动学方程和关节变量范围建立约束,即可由遗传算法得到全局最优解。这个最优解将作为逆运动学方程与特定条件下(期望的空间范围内)的末端点位姿矩阵的解。最常用的神经网络为 BP(反向传播)神经网络和 RBF(径向基函数)神经网络。其中,BP 神经网络存在训练时间长、容易陷入局部极小的问题。

为了加强控制精度和提高应用的方便性,本研究采用 RBF 人工神经网络方法,采用遗传算法得到的运动学逆解,将其作为训练神经网络的样本数据,经过训练以后,人工神经网络算法将具有更好的逼近能力和评估能力,从而使得求解过程更准确和快速。

## 1 正向运动学方程的建立

D-H 模型是对机器人的连杆和关节进行建模的一种非常简便的方法,它采用齐次变换矩阵描述两个相邻连杆坐标系间的空间位姿关系。本研究中的冗余机械臂即可采用 D-H 建模方法。根据建模规则,对机械臂建立坐标系如图 1 所示。

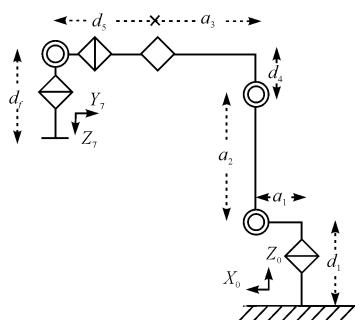


图 1 七自由度机械臂 D-H 坐标系

根据图 1 所建立的坐标系,可以得出 D-H 参数表如表 1 所示。

表 1 D-H 参数表

关节	$\alpha$	$a$	$d$	$\theta$
1	0	0	$d_1$	$\theta_1$
2	$90^\circ$	$a_1$	0	$\theta_2$
3	0	$a_2$	0	$\theta_3$
4	$-90^\circ$	$a_3$	$d_4$	$\theta_4$
5	$90^\circ$	0	$d_5$	$\theta_5$
6	$90^\circ$	0	0	$\theta_6$
7	$90^\circ$	0	0	$\theta_7$

根据表 1 中的参数,可以得到连杆变换矩阵如下:

$$\begin{aligned} {}^0 \mathbf{T} &= \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^1 \mathbf{T} = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ {}^2 \mathbf{T} &= \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & a_2 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^3 \mathbf{T} = \begin{bmatrix} c\theta_4 & -s\theta_4 & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & 1 & d_4 \\ -s\theta_4 & -c\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ {}^4 \mathbf{T} &= \begin{bmatrix} c\theta_5 & -s\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_5 \\ s\theta_5 & c\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ {}^5 \mathbf{T} &= \begin{bmatrix} c\theta_6 & -s\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s\theta_6 & c\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ {}^6 \mathbf{T} &= \begin{bmatrix} c\theta_7 & -s\theta_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s\theta_7 & c\theta_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

从而可以得到从基坐标系到第 7 坐标系的连杆变换矩阵 ${}^0 \mathbf{T}_7$ 。七自由度冗余机械臂的正向运动学方程如下式所示:

$${}^0 \mathbf{T}_7 = {}^0 \mathbf{T}_1 {}^1 \mathbf{T}_2 {}^2 \mathbf{T}_3 {}^3 \mathbf{T}_4 {}^4 \mathbf{T}_5 {}^5 \mathbf{T}_6 {}^6 \mathbf{T}_7 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

## 2 基于遗传算法的机械臂逆解

### 2.1 适应度函数的建立

在正运动学方程中,共有 12 个方程,其中只有 6 个方程式独立的<sup>[7]</sup>。由于存在冗余自由度,机械臂存在无穷多组运动学逆解。为了获得唯一的逆解,需要附加约束条件。通过附加合适的约束,可以获得符合约束的最优解。本研究基于加权最小二乘法,提出一组“最佳柔顺性”规则。通过附加该约束,可以获得唯

一的逆解。最佳柔顺性的定义是:

$$\minf(\theta) = \sum_{i=1}^7 [w_i(\theta_i(k) - \theta_i(k-1))]^2, i = 1, \dots, 7 \quad (2)$$

式中: $\theta_i(k) - \theta_i(k-1)$ —关节*i*的当前关节角与其自身前一个位置关节角的差值。加权系数的选取遵循以下原则:“少运动上臂,多运动下臂”。该原则有很多优点,比如:运动更为平稳;由于下臂一般更轻,可以节约能源,提高效率等等。在本研究中,设计加权系数如下:

$$w_1 = 1, w_2 = w_3 = 0.5, w_4 = w_5 = w_6 = w_7 = 0.1.$$

## 2.2 遗传算法问题规划

基于约束条件的优化问题可以表示如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} \minf(\theta) = \sum_{i=1}^7 [w_i(\theta_i(k) - \theta_i(k-1))]^2, \\ i = 1, 2, 3 \dots 7 \\ \\ {}^0_7 T = {}^0_1 T^1 {}^1_2 T^2 {}^2_3 T^3 {}^3_4 T^4 {}^4_5 T^5 {}^5_6 T^6 {}^6_7 T = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & P_x \\ n_y & o_y & a_y & P_y \\ n_z & o_z & a_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \\ a \leq \theta_i \leq b, i = 1, 2, 3 \dots 7 \end{array} \right. \quad (3)$$

其中:正向运动学方程是一个非线性约束,关节角的范围( $a \leq \theta_i \leq b$ )是一个约束域。

使用遗传算法搜索最优解的流程图如图2所示。

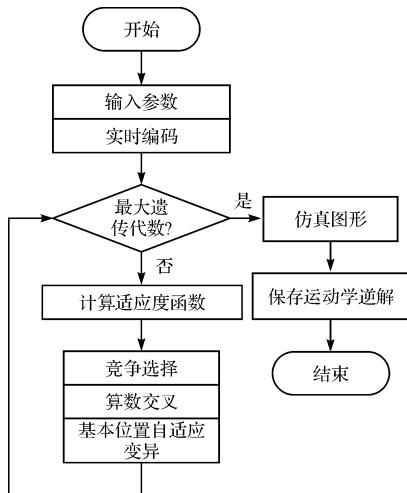


图2 遗传算法流程图

该算法中首先输入已知的参数,执行实时编码,估计最大遗传代数,之后执行循环体。循环体主要包括:使用补偿函数计算适应度函数,然后选择,交叉,计算变量的变异。

### 2.2.1 实时编码

FGA(浮点遗传算法)是一种连续关节角参数优化的直接描述,不需要编码和解码。和基于二进制系统的遗传算法比较,FGA拥有许多优势<sup>[8]</sup>,例如:更高的准确度和更快的速度,对于大范围的搜索这种优势

更加明显;由于没有编解码过程,可以避免编解码过程中所出现的额外困难<sup>[9]</sup>;更易于和其他技术融合等等。

### 2.2.2 包含补偿函数的适应度函数

补偿函数如下:

$$p(\theta) = (C \times t)^\alpha \sum_{j=1}^m f_j^\beta(\theta) \quad (4)$$

式中: $t(t=2000)$ —进化的代数;大多数情况下都取 $C=0.5, \alpha=\beta=2$ ; $m$ —约束条件的数量; $f_j(\theta)=|h_j(\theta)|, h_j(\theta)$ —正运动学方程约束的程度。随着遗传代数的增大,对那些不可行的解的补偿的压力增加。最后,新的适应度函数如下:

$$F(\theta) = \begin{cases} \minf(\theta), & \theta \in \text{可行域} \\ \minf(\theta) + p(\theta), & \theta \notin \text{可行域} \end{cases} \quad (5)$$

### 2.2.3 选择,交叉和变异操作

在本研究中,选择是由竞争性的选择算子实现;交叉是由算数交叉算子实现,交叉概率设为0.25;变异是基本位置自适应变异,其概率设为0.08。

### 2.2.4 仿真图

拥有了一个完整的达到预期位姿的参数后,每个关节的参数可以通过遗传算法求解。再通过正运动学方程,可以获得三维空间中机械臂的位姿。然后,机械臂的末端和可达范围内的预期点之间的距离可以通过仿真图直接观察到。通过仿真图,研究人员可以判断通过遗传算法获得的运动学正解是否优良。

## 3 RBF 神经网络的结构和理论

如今,神经网络理论已经逐渐成熟,由于其具有学习能力和灵活性等优点,使其在冗余度机械臂逆运动学求解中得到了广泛应用。和BP神经网络相比,RBF神经网络更具有优势,例如,收敛速度更快;全局最优解更容易获得。因此,在本研究中,采用RBF神经网络。其结构包含一个输入层,一个隐含层和一个输出层,如图3所示。在该结构中,输入层包含6个节点(3个位置参数,3个姿态参数),隐含层含有*n*个节点,输出层包含7个节点(7个关节角)。

隐含层的第*i*个神经元输入是:

$$k_i^q = \sqrt{\sum_j (IW_{ji} - x_i^q)^2} \times b_{1i} \quad (6)$$

其输出是:

$$\begin{aligned} R_i^q &= \exp(- (k_i^q)^2) = \\ &\exp(- (\sqrt{\sum_j (IW_{ji} - x_i^q)^2} \times b_{1i})^2) = \\ &\exp(- (||IW_i - x^q|| \times b_{1i})^2) \end{aligned} \quad (7)$$

输出层的输入是所有隐含层神经元的加权总和。由于线性激活函数的作用,输出层的输出是:

$$q_i = \sum_{i=1}^n r_i \times LW_i + b_{2i} \quad (8)$$

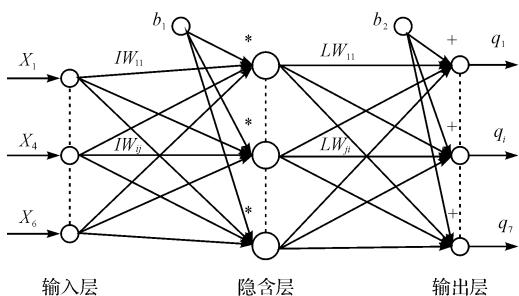


图 3 RBF 神经网络拓扑结构

$IW_{ij}$ —输入层中第  $i$  个神经元和隐含层中第  $j$  个神经元之间的加权系数;  $LW_{ji}$ —隐含层中第  $j$  个神经元和输出层中第  $i$  个神经元之间的加权系数;  $b_1$ ,  $b_2$ —隐含层和输出层的阈值

## 4 仿真与实验

对于一个神经网络,要获得足够好的性能,网络的训练非常关键。对于样本数据,正向运行一次并反传修改连接权一次称为一次训练。对于六轴机械臂,由于逆解的唯一性,直接使用正运动学方程即可获得训练样本。而对于冗余度机械臂,由于逆解有无穷多个,需要获取符合特定限定条件的逆解作为训练样本。本研究应用遗传算法结合“最佳柔顺性”准则,计算得到具有代表性的 400 组训练样本后,对 RBF 神经网络进行训练,网络达到稳定状态。然后,即可对神经网络进行仿真分析和实验验证。

### 4.1 仿真分析

为了验证 RBF 神经网络的可行性,笔者首先选择对单个位姿数据进行验算。选择一个非样本的末端位姿点  $P_1, P_1$  的具体数值如下:

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.5166 & -0.8562 & -0.0108 & 1751.6169 \\ -0.8557 & -0.5166 & 0.0305 & 658.5783 \\ -0.0317 & -0.0065 & -0.9995 & 917.7522 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

使用遗传算法,得到对应的运动学逆解如下:

$$\theta_1(1 \cdot 7) = \begin{pmatrix} 20.1701 & 8.3899 & -23.5102 & 0.0001 \\ 2.0200 & -23.5198 & -19.5901 & \end{pmatrix}$$

使用训练后的 RBF 神经网络,可以求得对该位姿的运动学逆解为:

$$\theta_2(1 \cdot 7) = \begin{pmatrix} 20.1752 & 8.3901 & -23.5057 & 0.0043 \\ 2.0180 & -23.5218 & -19.58079 & \end{pmatrix}$$

将 RBF 神经网络求得的逆解代入式(1)中,可以求得对应的位姿矩阵  $P_2$  如下:

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0.5224 & -0.8579 & -0.01438 & 1751.6200 \\ -0.8491 & -0.5216 & 0.0332 & 658.5836 \\ -0.0337 & -0.0102 & -0.9984 & 917.7620 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

比较  $P_1, \theta_1$  和  $P_2, \theta_2$  的值,可以看出,它们的数值几乎相等,误差很小。其中,位姿的误差小于 0.1 mm。

为了进一步验证算法的有效性,本研究设计了一条空间直线轨迹,末端位姿点仿真图如图 4 所示。

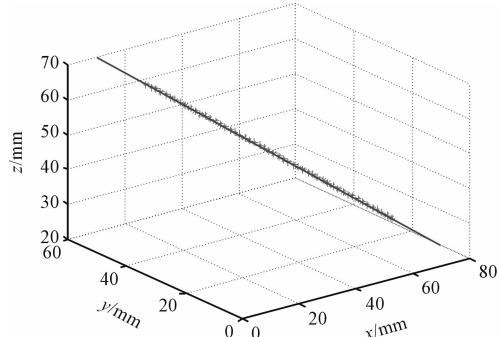


图 4 末端位姿点仿真图

笔者在一条直线轨迹上均匀选择 50 个位姿参数,然后使用 RBF 神经网络求取各个位姿的运动学逆解。再将求得的运动学逆解代入正向运动学方程,即可得到操作臂末端的空间位置(在图 4 中用“\*”绘出)。从图 4 中可以看到,操作臂的空间位置点和直线重合度非常好,从而可以证明 RBF 神经网络的有效性。

### 4.2 实验验证

实验平台是一种用于焊接作业的七自由度机械臂,机械臂的机械结构如图 5 所示。



图 5 七自由度焊机机械臂

该机械臂的 7 个关节都为旋转关节,1 关节为腰关节,2 和 3 关节平行,4 关节实现偏转,最后三个关节为球形手腕,其简图如图 1 所示。其控制系统采用 IPC + 运动控制卡控制模式,IPC 为工控机,控制卡为台达 PCI-DMC-B01。

在该运动控制卡中,为用户提供了 DDA 指令以供调用,该指令的工作周期是 1 ms。当用户将规划好的各轴插补点关节角数据输入 DDA 缓冲区时,控制卡会自动向驱动器发送指令,缓冲区可以保存 1 000 条指令。用这种方式可以控制七个轴联动,从而实现所规划的轨迹。

本研究的七自由度机械臂设计用于焊接作业,而直线、圆弧是最常见的焊接轨迹。因此,本研究设计一条圆弧轨迹。在焊接机器人操作流程中,圆弧轨迹通常是通过示教 3 个焊枪末端位姿点来实现。先给定 3

个末端位姿点 A、B 和 C 如下:

$A =$

$$\begin{bmatrix} 0.5166 & -0.8562 & -0.0108 & 1751.6169 \\ -0.8557 & -0.5166 & 0.0305 & 658.5783 \\ -0.0317 & -0.0065 & -0.9995 & 917.7522 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix},$$

$B =$

$$\begin{bmatrix} 0.5165 & -0.8561 & -0.0116 & 1850.2075 \\ -0.8557 & -0.5166 & 0.0301 & 531.9698 \\ -0.0318 & -0.0056 & -0.9995 & 916.4665 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix},$$

$C =$

$$\begin{bmatrix} 0.5164 & -0.8563 & -0.0118 & 1723.7870 \\ -0.8557 & -0.5164 & 0.02996 & 428.2752 \\ -0.0318 & -0.0054 & -0.9995 & 919.3640 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix}.$$

具体的轨迹规划方法如下:首先,在笛卡尔空间中,对焊枪末端位姿进行插补,获得中间点的位姿,再使用 RBF 神经网络求取所有插补点的运动学逆解,得到插补点对应各轴的关节角。然后,调用 DDA 指令,将插补点对应各轴的关节角数据送入 DDA 缓冲区中,机械臂即可实现所规划的圆弧运动轨迹,最终规划的轨迹效果如图 6 所示。

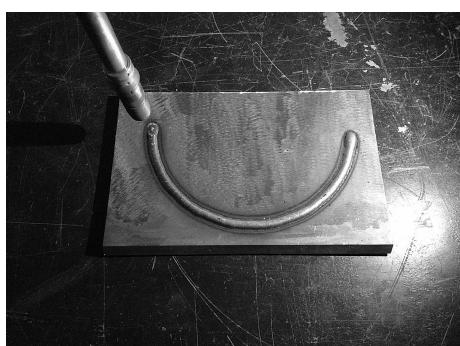


图 6 圆弧焊接轨迹

从图 6 中可以看出,焊接轨迹光滑规整,误差很小,完全能满足焊接的工艺要求。从而表明,采用 RBF 神经网络的方法求取冗余自由度运动学逆解的方法是可行的。

## 5 结束语

为了解决冗余机械臂逆解的多解性问题,本研究

首先建立了机械臂的正向运动学方程,提出了基于加权最小二乘法的“最佳柔顺性”法则,从而使得运动学逆解唯一。然后,笔者应用遗传算法寻找目标函数的最优解,从而获得符合“最佳柔顺性”法则的逆解,并将该逆解作为训练神经网络的样本数据。本研究使用样本数据对神经网络进行训练,使得神经网络达到稳定状态。最后,对达到稳定状态的 RBF 神经网络进行了仿真和实验。仿真和实验结果表明本研究提出的方法是有效的。

因此,该方法可为任意冗余自由度机械臂求解运动学逆解提供一种新的方法。

## 参考文献(References):

- [1] 陆震,何广平.冗余自由度机器人原理及应用[M].北京:机械工业出版社,2007.
- [2] 黄梁松,姜如康,姜雪梅.七自由度带电作业机器人逆运动学求解方法研究[J].自动化技术与应用,2013,32(4):18-21.
- [3] ARTEMIADIS P K, KATSIARIS P T, KYRIAKOPOULOS K J. A biomimetic approach to inverse kinematics for a redundant robot arm[J]. Autonomous Robots, 2010, 29(3-4): 293-308.
- [4] KÖKER R. A genetic algorithm approach to a neural-network-based inverse kinematics solution of robotic manipulators based on error minimization[J]. Information Sciences, 2013, 222(3):528-543.
- [5] JIANG Chun-fu, YU Yue-qing. Kinematic Model Identification of Spatial 7R Redundant Robot Based on Neural Network[J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2002, 10(4):418-428.
- [6] 罗小平,韦巍.一种基于生物免疫遗传学的冗余机械手轨迹规划新方法[J].模式识别与人工智能,2002,15(3):299-304.
- [7] 庞尔军,于虹,唐贵基,等.基于遗传算法优化的 BP 网络变压器可靠度计算[J].机电工程,2013,30(8):997-1000.
- [8] SUI Z, JIANG L, TIAN Y T, et al. Genetic Algorithm for Solving the Inverse Kinematics Problem for General 6R Robots[C]// The 2015 Chinese Intelligent Automation Conference, Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2015:151-161.
- [9] DENG G, HUANG X, GAO Q, et al. Development of an improved Genetic Algorithm for resolving inverse kinematics of virtual human's upper limb kinematics chain[J]. Applied Methods and Techniques for Mechatronic Systems, 2014(452):189-211.

[编辑:李辉]

## 本文引用格式:

欧群文,负超,杨学兵,等.基于神经网络的冗余机械臂运动学逆解研究[J].机电工程,2016,33(6):663-667.

OU Qun-wen, YUN Chao, YANG Xue-bing, et al. Algorithm based on neural network for inverse kinematics of redundant manipulator[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2016,33(6):663-667.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>