DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2015.12.004

面向策略型客户的企业产品库存和定价决策研究*

金 鑫,王飞帆,王正肖*
(浙江大学 机械工程学院,浙江 杭州 310027)

摘要:针对不确定需求下企业的产品补货策略和定价策略的问题,对不同价格折扣的客户行为进行了分析,建立了企业决策和客户行为相互影响的博弈论模型,求出了企业的最优库存量、最优产品价格和不同价格折扣的客户的选择行为的解析表达式,并利用两个具体的算例对均衡解的性质进行了进一步的分析。研究结果表明,对于产品价格较高、客户价格折扣较大的企业,该博弈论模型能帮助其更好地应对客户的理性选择行为。

关键词:策略型客户;折扣分布;库存策略;定价策略;纳什均衡
中图分类号:F272.2;TH186 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-4551(2015)12-1544-05

Research on inventory and pricing strategies in the presence of strategic customers

JIN Xin, WANG Fei-fan, WANG Zheng-xiao
(College of Mechanical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: Game model is established with mutual relation between enterprise decision and customer behavior included. According to product inventory and pricing decision where demands are uncertain, customer behavior under different price discount was analyzed. Analytical expressions of the optimal inventory, optimal product price, and customer's choice to different discount were obtained. The properties of equilibrium solution of the game model are further analyzed by two case studies. The result of the study suggests that the game model is beneficial to enterprise with high product price and price discount. This model helps enterprise better deal with customers' rational selection.

Key words: strategic customers; discount distribution; inventory strategy; pricing strategy; Nash equilibrium

0 引 言

在新产品上市前,客户需求是企业制定其最优库存量和定价策略的重要因素之一。其中,库存量与需求的随机性有关,而定价策略与客户需求的价格分布有关[1]。

目前,绝大部分的研究工作都假设只要产品的价格低于客户的心理价位,客户就会购买。然而,相关研究结果表明,现在的客户在决策时,会充分利用不同行业和产品的特点、产品价格及历史经验等信息,而且还会考虑自己的长期利益[2]。此时,原来只是企业单方的决策模型实质上变成了企业和客户双方的博弈模型。这种类型的客户称为策略型客户或者理性客户[3],其表现为在新产品推出一段时间并打折时才会购买,这显然会对企业新产品上市的决策产生重要影响[4-6]。

针对策略型客户,有学者提出通过减少库存量或者一定程度的促销来诱使客户在产品全价时购买[7]。

收稿日期:2015-10-14
基金项目:国家科技支撑计划资助项目(2013BAF02B10)
作者简介:金 鑫(1987-),男,安徽黄山人,博士研究生,主要从事制造业信息化方面的研究. E-mail:tanwanzhexue@163.com
通信联系人:王正肖,男,副教授. E-mail:wangzhengxiao@zju.edu.cn

然而通过定量的数学模型研究策略型客户对库存量和定价策略尚不多。

本研究面对随机需求和策略型客户,企业采用一次备货两次定价的策略,建立企业和客户双方的不完全信息动态博弈模型,给出均衡解的性质和求解步骤和算例。

1　模型的建立及基础假设

本研究针对一个企业决策和客户行为相互影响的场景进行建模。在该场景中,事件发生的顺序如下:

(1)企业根据其对客户信息(包括客户的总需求量和价格折扣)的预测,确定产品的库存量及卖价;

(2)在预期之后可能会有降价的情况下,一部分客户仍选择在此时进行购买;

(3)若产品库存还有剩余,企业将根据一个外生价格,对它们进行降价处理;

(4)一部分客户选择在此时进行购买。

由于预期会有降价,不同"耐心"程度的客户会理性的选择是在降价前就立即购买还是等到降价后再购买。

考虑到客户的理性选择行为,笔者研究企业应如何制定产品的库存量及定价策略,才能最大化收益。

根据上述场景描述,可以建立一个单企业、单产品、随机需求且客户存在策略型行为的两阶段模型。其中:①企业在阶段 1 开始时,决定库存量和产品的卖价;②客户在不知道企业的库存量的情况下,决定是立刻购买产品还是等到阶段 2 企业降价后再购买;③企业在阶段 2 开始时,降价将剩余库存全部卖完。

假设产品总需求量为一随机变量,所有客户对产品的价格偏好相同,所有客户对产品的价格折扣构成一个分布。对本研究中出现的符号统一说明如下:

c—产品生产成本;

q—库存量,决策变量;

p—阶段 1 的产品价格,决策变量;

s—阶段 2 的产品价格,外生变量,为使模型有意义令 $s<c<p$;

Π—企业的期望收益,是 p 和 q 的函数;

v—客户对产品的价格偏好,$c<v$;

δ—价格折扣,体现客户的时间价格和对产品需求的"耐心"程度;

$f(.)$,$F(.)$—价格折扣的分布密度函数和累积分布函数;

x—客户总需求量,为随机变量;

$g(.)$,$G(.)$—客户总需求量的分布密度函数和累积分布函数;

$g_\delta(.)$,$G_\delta(.)$—价格折扣小于等于 v 的客户需求量的分布密度函数和累积分布函数,显然有:

$$g_\delta(.)=\frac{1}{F(\delta)}g\left[\frac{.}{F(\delta)}\right]$$

$$G_\delta(.)=G\left[\frac{.}{F(\delta)}\right]$$

式中:φ—客户预期自己在阶段 2 能买到产品的概率。

客户在阶段 1 购买时,将获得收益 $v-p$,而在阶段 2 购买将获得期望收益 $\delta\varphi(v-s)$,客户跟据自己的价格折扣和对 φ 的信念选择在哪个阶段购买以最大化自己的期望收益。企业根据哪些客户会在阶段 1 购买、哪些客户会在阶段 2 购买来决定 p 和 q 以最大化自己的期望收益。

2　模型求解

显然,客户的选择行为将会影响到企业的决策变量 p 和 q,而企业的决策变量 p 和 q 又会影响到客户的选择行为。因此,上述模型其实是由企业和客户构成的一个博弈。本研究下面将求解出此博弈的纳什均衡。

在求解均衡的解析表达式之前,首先需要确定均衡具有的性质。在上述模型达到均衡时,均衡解具有以下性质:

(1)所有客户对 φ 的信念将相同且和实际相符;

(2)对于给定 $p(c<p<v)$ 和 q,存在一个 $\tilde{\delta}$,使得所有价格折扣小于等于 $\tilde{\delta}$ 的客户都选择在阶段 1 购买,所有价格折扣大于 $\tilde{\delta}$ 的客户都选择在阶段 2 购买。$\tilde{\delta}$ 满足:

$$v-p=\tilde{\delta}\varphi(v-s) \tag{1}$$

(3)$\varphi=G\left[\frac{q}{F(\tilde{\delta})}\right]$;

(4)企业对于客户购买选择行为的信念将与 $\tilde{\delta}$ 相符。

根据上述均衡解的性质,可求出均衡解。

企业的期望收益函数可表示为:

$$\Pi_v(p,q)=\int_q^\infty pqg_{\tilde{\delta}}(x)\mathrm{d}x+\int_0^q[px+s(q-x)]g_{\tilde{\delta}}(x)\mathrm{d}x-cq=(p-c)q-(p-s)\int_0^q G_{\tilde{\delta}}(x)\mathrm{d}x$$

此时,$\frac{\partial\Pi_v(p,q)}{\partial q}=(p-c)-(p-s)G_{\tilde{\delta}}(x)$

令$\frac{\partial\Pi_v(p,q)}{\partial q}=0$,得:

$$G_{\tilde{\delta}}(q^*)=G\left[\frac{q^*}{F(\tilde{\delta})}\right]=\frac{p-c}{p-s} \tag{2}$$

$$\Pi_v(p) = F(\tilde{\delta})\left[(p-c)G^{-1}\left(\frac{p-c}{p-s}\right)-(p-s)\int_0^{G^{-1}\left(\frac{p-c}{p-s}\right)}G(x)\mathrm{d}x\right] \tag{3}$$

因此，$\varphi = G\left[\frac{q^*}{F(\tilde{\delta})}\right] = \frac{p-c}{p-s}$，代入式(1)得：

$$v-p=\tilde{\delta}\frac{p-c}{p-s}(v-s) \tag{4}$$

由于 $c<p<v$，因此 $0<\tilde{\delta}<1$，并且：

$$\tilde{\delta}=\frac{(v-p)(p-s)}{(p-c)(v-s)} \tag{5}$$

此时，式(3)可表示成：

$$\Pi_v(p) = F\left[\frac{(v-p)(p-s)}{(p-c)(v-s)}\right]\left[(p-c)G^{-1}\left(\frac{p-c}{p-s}\right)-(p-s)\int_0^{G^{-1}\left(\frac{p-c}{p-s}\right)}G(x)\mathrm{d}x\right] \tag{6}$$

令 $\partial\Pi_v(p)/\partial p=0$，得均衡时价格 p_v^* 及此时的收益 Π_v^*，并将 p_v^* 代入式(4)得均衡时的 $\tilde{\delta}_v^*$，最后将 p_v^* 和 $\tilde{\delta}_v^*$ 代入式(2)得到均衡时的库存量 q_v^*。

由上述求解过程易得，均衡时企业的期望收益可以表示成：

$$\Pi_v(p) = F[\delta_v(p)]\Pi(p) \tag{7}$$

式中：$\delta_v(p)$—产品价格为 p 时，会选择在阶段 1 购买的客户的价格折扣的最大值；$\Pi(p)$—产品卖价为 p 时，在所有客户都选择在阶段 1 购买的情况下企业的期望收益。

定理：Π_v^* 随 v 的增大而增大。

证明：设 $v_1 \leqslant v_2$。

因为 $F\left[\frac{(v-p)(p-s)}{(p-c)(v-s)}\right]$是 v 的增函数，所以：

$$\Pi_{v_2}(p_{v_1}^*) = F\left[\frac{(v_2-p)(p_{v_1}^*-s)}{(p_{v_1}^*-c)(v_2-s)}\right]\left[(p_{v_1}^*-c)G^{-1}\left(\frac{p_{v_1}^*-c}{p-s}\right)-(p_{v_1}^*-s)\int_0^{G^{-1}\left(\frac{p_{v_1}^*-c}{p_{v_1}^*-s}\right)}G(x)\mathrm{d}x\right]\geqslant$$
$$F\left[\frac{(v_1-p)(p_{v_1}^*-s)}{(p_{v_1}^*-c)(v_1-s)}\right]\left[(p_{v_1}^*-c)G^{-1}\left(\frac{p_{v_1}^*-c}{p-s}\right)-(p_{v_1}^*-s)\int_0^{G^{-1}\left(\frac{p_{v_1}^*-c}{p_{v_1}^*-s}\right)}G(x)\mathrm{d}x\right]=\Pi_{v_1}^* \tag{8}$$

而显然 $\Pi_{v_2}^* \geqslant \Pi_{v_2}(p_{v_1}^*)$，因此 $\Pi_{v_2}^* \geqslant \Pi_{v_1}^*$，即 Π_v^* 随 v 的增大而增大。

3　客户的理性行为对企业最优策略影响的数值计算

在上一节的模型求解过程中，并没有对客户的折扣与总需求量的分布做出任何限制。为了更直观地看出客户的理性行为对企业最优策略的影响，笔者在这一节通过假设企业面对的客户的折扣和总需求量是均匀分布的，来进行算例分析。

3.1　客户价格偏好对最优策略的影响分析

设 δ 是$[\bar{\delta},\bar{\delta}]$上的均匀分布，需求量是$[\bar{N},\bar{N}]$上的均匀分布。

根据上面的求解过程，令：

$$\bar{A}=v+s-\bar{\delta}(v-s)$$
$$\bar{A}=v+s-\bar{\delta}(v-s)$$
$$\bar{B}=-vs+\bar{\delta}vc-\bar{\delta}sc$$
$$\bar{B}=-vs+\bar{\delta}vc-\bar{\delta}sc$$

则：

$$\bar{p}=\frac{\bar{A}+\sqrt{A^2+4B}}{2}$$
$$\bar{p}=\frac{\bar{A}+\sqrt{A^2+4B}}{2}$$

易得：

$$\Pi_v(p)=\begin{cases}0, & \text{当 } p>\bar{p} \text{ 时}\\ \dfrac{\dfrac{(v-p)(p-s)}{(p-c)(v-s)}-\bar{\delta}}{\bar{\delta}-\bar{\delta}}\left[\dfrac{(p-c)^2(\bar{N}-\bar{N})}{2(p-s)}+(p-c)\bar{N}\right], & \text{当 } \bar{p}\leqslant p\leqslant\bar{p} \text{ 时}\\ \dfrac{(p-c)^2(\bar{N}-\bar{N})}{2(p-s)}+(p-c)\bar{N}, & \text{当 } p<\bar{p} \text{ 时}\end{cases} \tag{9}$$

算例 1：$\bar{N}=190$、$\bar{N}=50$、$\bar{\delta}=0.8$、$\bar{\delta}=0.2$、$c=3$、$s=2$，此时，可以求得随着 v 从一个比 c 稍大的值开始增大时，$\bar{p}$、p_v^*、Π_v^*、q_v^*、$\tilde{\delta}_v^*$ 和 φ_v^* 的变化规律。客户价格偏好对最优策略的影响如表 1、图 1 所示。

由上面的算例可以看出，Π_v^* 随 v 的增大而增大，而 q_v^* 基本保持不变。并且 v 当较小时，$p_v^*=\bar{p}$，而随着 v 进一步增大，p_v^* 逐渐减小，。也就是说，当其他条

表 1　客户价格偏好对最优策略的影响

v	$\bar{p}$	p_v^*	Π_v^*	q_v^*	$\tilde{\delta}_v^*$	φ_v^*
4	3.48	3.48	34.95	72.72	0.80	0.32
5	3.88	3.88	72.63	82.73	0.80	0.47
6	4.23	4.23	109.31	88.65	0.80	0.55
7	4.56	4.56	144.71	92.67	0.80	0.61
8	4.87	4.87	178.96	95.62	0.80	0.65

(续表)

v	$\bar{p}$	p_v^*	Π_v^*	q_v^*	$\tilde{\delta}_v^*$	φ_v^*
9	5.17	5.17	212.23	97.90	0.80	0.68
10	5.45	5.52	244.81	97.15	0.78	0.76
11	5.73	5.92	277.25	94.95	0.76	0.75
12	6.00	6.32	309.62	93.26	0.74	0.77
13	6.26	6.72	341.92	91.91	0.72	0.79
14	6.52	7.12	374.18	90.82	0.71	0.80
15	6.78	7.52	406.40	89.91	0.70	0.82

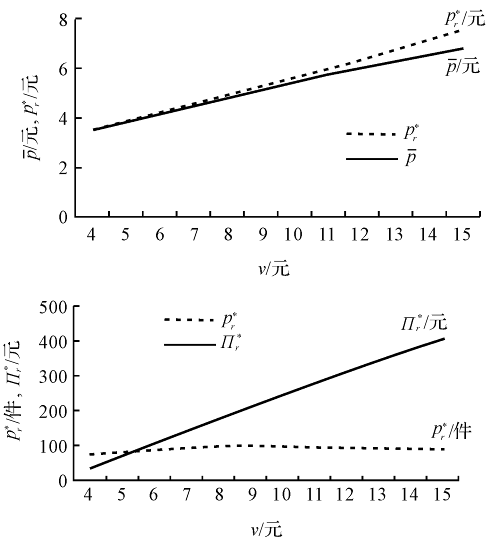

图 1　客户价格偏好对产品价格、库存量及企业收益的影响

件不变时,企业的最大期望收益确实随客户的价格偏好的增大而增大,而当客户的价格偏好较小时,企业制定的产品卖价等于使得所有客户都会在阶段 1 开始时购买的临界价格,当客户的价格偏好进一步增大时,企业的最优产品卖价的增大速度将超过临界价格,即企业将会制定一个大于临界价格的卖价,而一部分客户将会选择在阶段 2 购买。

3.2　客户折扣分布对最优策略的影响分析

若进一步设$\underline{\delta}=0$,$\underline{N}=0$,则$\bar{p}=v$,此时可以得到更简单的结果:

$$\Pi_v(p)=\begin{cases}0, & \text{当 } p>v \text{ 时}\\ \dfrac{\bar{N}(v-p)(p-c)}{2\bar{\delta}(v-s)}, & \text{当} \bar{p}\leqslant p\leqslant v \text{ 时}\\ \dfrac{(p-c)^2\bar{N}}{2(p-s)}, & \text{当 } p<\bar{p}\text{时}\end{cases} \tag{10}$$

易得:当$\bar{\delta}\geqslant\dfrac{\frac{v+c}{2}-s}{v-s}$时,

$$p_v^*=\frac{v+c}{2},$$

$$\Pi_v^*=\frac{\bar{N}(v-c)^2}{8\bar{\delta}(v-s)},$$

$$\tilde{\delta}_v^*=\frac{\frac{v+c}{2}-s}{v-s},$$

$$q_v^*=\bar{N}\frac{\frac{v+c}{2}-c}{\bar{\delta}(v-s)};$$

当$\bar{\delta}<\dfrac{\frac{v+c}{2}-s}{v-s}$时,

$$p_v^*=\bar{p}$$

$$\Pi_v^*=\frac{(\bar{p}-c)^2\bar{N}}{2(\bar{p}-s)},$$

$$\tilde{\delta}_v^*=\bar{\delta},$$

$$q_v^*=\bar{N}\frac{\frac{v+c}{2}-c}{\frac{v+c}{2}-s}。$$

算例 2:$\underline{\delta}=0$、$\underline{N}=0$、$\bar{N}=100$、$v=5$、$c=3$、$s=2$,此时,可以求得$\bar{p}$、p_v^*、Π_v^*、q_v^*、$\tilde{\delta}_v^*$ 和 φ_v^* 随$\bar{\delta}$的变化规律。客户折扣分布对最优策略的影响如表 2、图 2 所示。

表 2　客户折扣分布对最优策略的影响

$\bar{\delta}$	p_v^*	Π_v^*	$\tilde{\delta}_v^*$	q_v^*	φ_v^*	$\bar{p}$
0.00	5.00	66.67	0.00	50.00	0.67	5.00
0.05	4.90	62.32	0.05	50.00	0.66	4.90
0.10	4.81	58.16	0.10	50.00	0.64	4.81
0.15	4.72	54.20	0.15	50.00	0.63	4.72
0.20	4.63	50.44	0.20	50.00	0.62	4.63
0.25	4.54	46.89	0.25	50.00	0.61	4.54
0.30	4.47	43.54	0.30	50.00	0.59	4.47
0.35	4.39	40.40	0.35	50.00	0.58	4.39
0.40	4.32	37.46	0.40	50.00	0.57	4.32
0.45	4.25	34.72	0.45	50.00	0.56	4.25
0.50	4.19	32.18	0.50	50.00	0.54	4.19
0.55	4.13	29.82	0.55	50.00	0.52	4.13
0.60	4.07	27.64	0.60	50.00	0.52	4.07
0.65	4.02	25.63	0.65	50.00	0.50	4.02
0.70	4.00	23.81	0.67	47.62	0.50	3.97
0.75	4.00	22.22	0.67	44.44	0.50	3.92
0.80	4.00	20.83	0.67	41.67	0.50	3.88
0.85	4.00	19.61	0.67	39.22	0.50	3.84
0.90	4.00	18.52	0.67	37.03	0.50	3.80
0.95	4.00	17.54	0.67	35.09	0.50	3.76
1.00	4.00	16.67	0.67	33.33	0.50	3.73

上面的算例表明,Π_v^* 随着$\bar{\delta}$的增大而减小,并且当$\bar{\delta}<0.67\left(=\dfrac{\frac{v+c}{2}-s}{v-s}\right)$时,$p_v^*=\bar{p}$,此时 $\tilde{\delta}_v^*=\bar{\delta}$,且 q_v^*

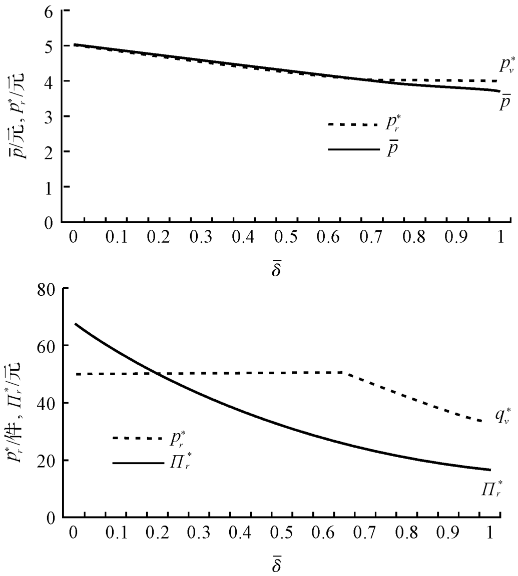

图 2　客户折扣分布对产品价格、库存量及企业收益的影响

基本保持不变；当$\bar{\delta} \geqslant 0.67\left(=\frac{\frac{v+c}{2}-s}{v-s}\right)$时，$p_v^* > \bar{p}$，$\tilde{\delta}_v^* = 0.67\left(=\frac{\frac{v+c}{2}-s}{v-s}\right)$，且 q_v^* 随着$\bar{\delta}$的增大而减小。也就是说，当其他条件不变时，随着客户“耐心”程度的增大，企业的最优期望收益逐渐下降，并且当客户“耐心”程度小于某个临界值时，企业制定的产品卖价等于使得所有客户都会在阶段 1 开始时购买的临界价格，而当客户的“耐心”程度进一步增大时，企业制定的最优产品卖价将会使“耐心”程度小于等于临界值的客户选择在阶段 1 开始时购买，其他客户选择在阶段 2 购买。

4　结束语

本研究针对需求不确定情况下的库存补货策略及定价策略，考虑客户的理性选择行为，建立了包含企业和客户双方的博弈模型，给出了均衡解的一些重要性质，并具体求解出了均衡时企业的最优库存量、最优产品价格和不同价值折扣的客户的选择行为，最后通过两个算例，求出了不同情况下均衡解的变化规律，获得了企业在库存量和定价决策上的一些启示。

（1）对于那些较贵重的产品，企业应提高第一阶段的产品卖价，使一部分客户选择在第二阶段购买，这样对企业更有利。

（2）随着客户“耐心”程度的提高，企业需要一方面提高第一阶段的产品卖价，另一方面降低产品的库存量。

客户理性选择行为的存在会对企业的管理策略产生何种影响是一个非常复杂的问题。本研究只是进行了一些初步的研究工作。在此基础上，未来可以沿着以下几条路径进一步深入研究：

（1）通过将时间因素纳入考虑，将本研究的两阶段模型拓展成离散多阶段模型甚至连续时间模型；

（2）降价价格不是外生变量，而是企业的策略变量时的模型；

（3）不同客户的价格偏好不同；

（4）企业的其他策略（如快速补货）与客户理性选择行为之间的相互影响。

参考文献（References）：

[1] AXSATER S. Inventory control[M]. Springer Science & Business Media, 2007.

[2] WARRINGTON T. Treasure Hunt: Inside the Mind of the New Consumer[J]. **Journal of Consumer Marketing**, 2007, 24(1): 59 – 60.

[3] ROZHON T. Worried merchants throw discounts at shoppers[N]. New York Times, 2004(December 4).

[4] GHEMAWAT P, NUENO J L, DAILEY M. ZARA: Fast fashion[M]. Boston, MA: Harvard Business School, 2003.

[5] Cachon P. Purchasing, Pricing, and Quick Response in the Presence of Strategic Consumers[J]. **Management Science**, 2009, 55(3): 497 – 511.

[6] Cachon P. The Value of Fast Fashion: Quick Response, Enhanced Design, and Strategic Consumer Behavior[J]. **Management Science**, 2011, 57(4): 778 – 795.

[7] O'DONNELL J. Retailers try to train shoppers to buy now[N]. USA Today, 2006-09-25.

［**编辑：**李　辉］

本文引用格式：

金　鑫，王飞帆，王正肖．面向策略型客户的企业产品库存和定价决策研究[J]．机电工程，2015，32(12)：1544 – 1548.

JIN Xin, WANG Fei-fan, WANG Zheng-xiao. Research on inventory and pricing strategies in the presence of strategic customers[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2015, 32(12): 1544 – 1548.