

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2014.06.021

基于能量法的双晶压电悬臂梁发电装置 机电耦合系数分析*

刘祥建

(金陵科技学院 机电工程学院, 江苏 南京 211169)

摘要: 针对双晶压电悬臂梁发电装置机电两类能量通过压电效应耦合强弱的问题,将能量法应用到双晶压电悬臂梁发电装置机电耦合系数的分析中。开展了双晶压电悬臂梁发电装置机电耦合系数的理论分析,并建立了其与双晶压电悬臂梁发电装置尺寸参数和材料特性之间的关系,对双晶压电悬臂梁发电装置机电耦合系数与其尺寸参数和材料特性的关系模型进行了实验验证和数值模拟。研究表明,实验值与理论解有较好的一致性,且都在压电片厚度为0.25 mm时开路电压最大,验证了该理论模型的可靠性。此外,随着压电梁厚度比的不断增大,其机电耦合系数单调递增;同时,较大的弹性模量比有利于压电梁机电耦合系数的提高,且相对于钢弹性基片,铍青铜弹性基片更有利于压电梁机电耦合系数的提高。

关键词: 能量法; 双晶; 压电; 悬臂梁; 机电耦合系数

中图分类号: TH39; TM61; TN384 **文献标志码:** A

文章编号: 1001-4551(2014)06-0775-04

Analysis of electromechanical coupling coefficient for piezoelectric bimorph cantilever based on energy method

LIU Xiang-jian

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Jinling Institute of Technology, Nanjing 211169, China)

Abstract: In order to solve the problems of the piezoelectric effect of the piezoelectric bimorph cantilever, the energy method was investigated. After the analysis of the electromechanical coupling coefficient for piezoelectric bimorph cantilever, the theory model of the electromechanical coupling coefficient for piezoelectric bimorph cantilever was established. The theory model was validated by experiments and the relations between the electromechanical coupling coefficient for piezoelectric bimorph cantilever and structural parameters and material characteristics were simulated. The results indicate that the optimal thickness of the piezoelectric bimorph cantilever is 0.25 mm obtained by theory analysis, which is consistent with the experimental results. Moreover, with the increasing of thickness ratio, the electromechanical coupling coefficient increases. Meanwhile, with the increasing of elastic modulus ratio, the electromechanical coupling coefficient increases and beryllium bronze flexible substrate harvester is superior to the steel flexible substrate harvester.

Key words: energy method; bimorph; piezoelectric; cantilever; electromechanical coupling coefficient

0 引 言

随着现代电子技术和精密制造技术的发展,电子产品不断趋于微型化和集成化,同时,蓝牙技术和低功耗通讯标准的出现又促使电子产品日渐无线化和便携化。目前,这些电子产品的供能主要依赖于化学

电池,而化学电池在应用中的诸多弊端,如体积大、容易造成环境污染及需要定期更换等,限制了它的进一步应用^[1]。因此,为上述低功耗电子产品供能已成为目前亟待解决的关键性技术难题。振动作为日常生活中的常见现象,由于其几乎无处不在,且具有较高的能量密度^[2],对振动能量收集的研究日益受到相关

收稿日期: 2013-12-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51305183)

作者简介: 刘祥建(1980-),男,山东日照人,博士,讲师,主要从事智能材料与结构方面的研究. E-mail:xiangjianliu@126.com

科技工作者的青睐。

用于振动能量收集的方式主要有压电式^[3-9]、电磁式^[10-11]和静电式^[12] 3种。压电式振动能量收集装置以其结构简单、不发热、无电磁干扰及易于微型化等优点而成为目前的研究热点。其中,悬臂梁形压电振动能量收集装置由于具有低频和能量收集效率高等优点而被广泛研究。但大多数研究主要侧重于其开路电压与输出功率的大小,而很少关注悬臂梁机电两类能量通过压电效应耦合的强弱。

本研究基于能量法建立双晶压电悬臂梁发电装置机电耦合系数的理论模型,针对压电梁主要尺寸参数和材料特性对其机电耦合系数的影响进行数值模拟,为设计高能量收集效率的悬臂梁形压电发电装置提供理论依据与参考。

1 理论模型推导

双晶压电梁发电装置的结构示意图如图1所示,该装置主要由弹性金属基片、上/下两层压电片及固定基座组成。压电片分别粘贴在弹性金属基片的上、下两个表面,在金属层和压电片上分别引出电极,以输出产生的电荷。装置工作时,悬臂梁的一端固定在固定基座上,另一端随着外界环境的振动源振动。

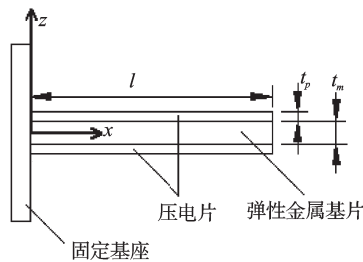


图1 双晶压电梁发电装置结构示意图

l, b —双晶压电梁的长和宽; t_p —压电片的厚度; t_m —弹性金属基片的厚度

双晶压电梁发电装置工作时,环境振动将引起双晶压电梁的受迫振动,使其产生弯曲变形,进而引起压电层内应变和应力的变化。根据压电学理论,当压电片内应变和应力发生变化时,其表面将有电荷产生,也即实现装置机械能到电能的转化。

双晶压电梁的机电耦合系数可由下式计算:

$$k_{\text{eff}}^2 = 1 - \frac{U^V}{U^I} \quad (1)$$

式中: U^V —恒压(短路状态)时,双晶压电梁具有的能量; U^I —恒流(开路状态)时,双晶压电梁具有的能量。

在恒压(短路状态)时,双晶压电梁的电压 $V=0$,基于该条件,接下来确定双晶压电梁具有的能量。

双晶压电梁中弹性金属基片在振动中产生的系

统微能可表示为:

$$du_m = \frac{1}{2} S_2 \sigma_2 = \frac{1}{2} E_m S_2^2 \quad (2)$$

式中: S_2 —弹性金属基片应变; σ_2 —弹性金属基片应力; E_m —弹性金属基片弹性模量。

从而弹性金属基片在振动中产生的能量为:

$$U_m = \int_{v_2} du_m dv_2 = \iiint_{v_2} du_m dx dy dz \quad (3)$$

式中: v_2 —弹性金属基片体积。

对上式进行求解,得到:

$$U_m = \frac{1}{24\lambda_1^2} E_m l b t_m^3 \left(\frac{1}{3} F^2 l + \lambda_2^2 + \lambda_2 F l \right) \quad (4)$$

其中:

$$\lambda_1 = E_p b t_p \left(\frac{2}{3} t_p^2 + \frac{1}{2} t_m^2 + t_m t_p \right) + \frac{1}{12} E_m b t_m^3;$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} e_{31} b (t_p + t_m) (V_3 - V_1)。$$

式中: E_p —压电片弹性模量; e_{31} —压电片压电应力常数; F —压电梁所受外力; V_3 —下层压电片开路电压; V_1 —上层压电片开路电压。

在恒压状态下,弹性金属基片产生的能量为:

$$U_m^V = \frac{1}{72\lambda_1^2} E_m l^2 b t_m^3 F^2 \quad (5)$$

双晶压电梁中压电片在振动中产生的系统微能可表示为:

$$du_p = \frac{1}{2} S_1 \sigma_1 + \frac{1}{2} D_3 E_3 = \frac{1}{2} E_p S_1^2 - \frac{1}{2} E_p d_{31}^2 E_3^2 + \frac{1}{2} \epsilon_{33} E_3^2 \quad (6)$$

式中: S_1 —压电片应变; σ_1 —压电片应力; D_3 —压电片电位移; E_3 —压电片电场强度; d_{31} —压电片压电应变常数; ϵ_{33} —压电片介电常数。

得到双晶压电梁上层压电片在振动中产生的能量为:

$$U_{p,1} = \int_{v_1} du_p dv_1 = \iiint_{v_1} du_p dx dy dz \quad (7)$$

式中: v_1 —上层压电片体积。

对上式进行求解,得到:

$$U_{p,1} = \frac{1}{6\lambda_1^2} E_p l b t_p \left(\frac{1}{3} F^2 l + \lambda_2^2 + \lambda_2 F l \right) \left(t_p^2 + \frac{3}{4} t_m^2 + \frac{3}{2} t_m t_p \right) - \frac{1}{2\lambda_1} e_{31} l b V_1 \left(\frac{1}{2} F l + \lambda_2 \right) (t_p + t_m) + \frac{1}{2t_p} \epsilon_{33} l b V_1^2 \quad (8)$$

在恒压状态下,则上层压电片产生的能量为:

$$U_{p,1}^V = \frac{E_p l^2 b t_p}{18\lambda_1^2} F^2 \left(t_p^2 + \frac{3}{4} t_m^2 + \frac{3}{2} t_m t_p \right) \quad (9)$$

同理,得到下层压电片在恒压状态时产生的能量为:

$$U_{p,3}^V = \frac{1}{18\lambda_1^2} E_p F^2 l^2 b t_p \left(t_p^2 + \frac{3}{4} t_m^2 + \frac{3}{2} t_m t_p \right) \quad (10)$$

从而,得到双晶压电梁在恒压状态时产生的总能量为:

$$U^V = U_m^V + U_{p,1}^V + U_{p,3}^V \quad (11)$$

在恒流状态时,施加在压电片上的电压等于压电片产生的耦合电压,则双晶压电梁中弹性金属基片在恒流状态时产生的能量为:

$$U'_m = \frac{1}{24\lambda_1^2} E_m b t_m^3 (\frac{1}{3} F^2 l + \lambda_2^2 + \lambda_2 F l) \quad (12)$$

双晶压电梁上层压电片在恒流状态时产生的能量为:

$$U'_{p,1} = \frac{1}{6\lambda_1^2} E_p b t_p (\frac{1}{3} F^2 l + \lambda_2^2 + \lambda_2 F l) (t_p^2 + \frac{3}{4} t_m^2 + \frac{3}{2} t_m t_p) - \frac{1}{2\lambda_1} e_{31} V_1 b l [\frac{1}{2} F l + \lambda_2] (t_p + t_m) + \frac{1}{2 t_p} \epsilon_{33} V_1^2 l b \quad (13)$$

双晶压电梁下层压电片在恒流状态时产生的能量为:

$$U'_{p,3} = \frac{1}{6\lambda_1^2} E_p b t_p (\frac{1}{3} F^2 l + \lambda_2^2 + \lambda_2 F l) (t_p^2 + \frac{3}{4} t_m^2 + \frac{3}{2} t_m t_p) + \frac{1}{2\lambda_1} e_{31} V_3 b l [\frac{1}{2} F l + \lambda_2] (t_p + t_m) + \frac{1}{2 t_p} \epsilon_{33} V_3^2 l b \quad (14)$$

双晶压电梁在恒流状态时产生的总能量为:

$$U' = U'_m + U'_{p,1} + U'_{p,3} \quad (15)$$

2 理论模型验证

本研究通过前述推导的理论模型可以得到双晶压电梁的机电耦合系数,考虑到理论推导过程中运用了相关的理论假设,因此,有必要对前述理论方程进行验证。验证理论模型的有效方法就是运用有限元仿真和实验。在分析中,压电片选用PZT-5H压电陶瓷材料,弹性金属基片选用铍青铜材料。分析中双晶压电梁的材料特性和初始尺寸参数如表1所示。

表1 双晶压电梁的初始尺寸参数及材料特性

材料	PZT-5H	铍青铜	钢
密度/(kg·m ⁻³)	7 500	8 290	7 800
弹性模量/GPa	82	131	210
泊松比		0.35	0.3
厚度/mm	0.25	0.5	0.5
宽度/mm	10	10	10
长度/mm	30	30	30

有限元仿真中,笔者应用Solid-5单元对压电片进行网格划分,应用Solid-45单元对弹性金属基片进行网格划分。压电片的压电应力常数矩阵($e \times C/m^2$)、压电弹性系数矩阵($c \times 10^{10} N/m^2$)及相对介电常数矩阵 ϵ ,分别如下:

$$e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -4.1 \\ 0 & 0 & -4.1 \\ 0 & 0 & 14.1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10.5 & 0 \\ 10.5 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$c = \begin{bmatrix} 13.2 & 7.1 & 7.3 & 0 & 0 & 0 \\ 7.1 & 13.2 & 7.3 & 0 & 0 & 0 \\ 7.3 & 7.3 & 11.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.6 \end{bmatrix};$$

$$\epsilon_r = \begin{bmatrix} 804.6 & 0 & 0 \\ 0 & 804.6 & 0 \\ 0 & 0 & 659.7 \end{bmatrix}。$$

为了实际检验双晶压电梁的发电性能,笔者搭建了双晶压电梁发电测试装置。主要实验仪器有HEV-50高能激振器、HEAS-5功率放大器、Agilent 33120A信号发生器、Agilent54622D示波器等。其测量原理为:由信号发生器产生频率可调的正弦激励信号,经功率放大器放大后输入到激振器以控制激振器的输出,将示波器直接连接压电片电极引线以获得压电片输出开路电压。

双晶压电梁压电片产生开路电压的解析解、有限元解和实验结果的对比曲线如图2所示,分析中施加在双晶压电梁末端的力为0.5 N。可以看到,无论是解析解、有限元解,还是实验结果,所得到的压电片的最优厚度都约为0.25 mm,从结果曲线的变化趋势看,解析解、有限元解和实验结果有较好的一致性,验证了理论模型有较好的可靠性。

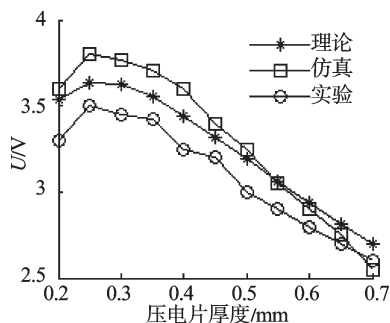


图2 开路电压与压电片厚度关系曲线

3 理论模型的数值模拟与分析

从前述理论模型不难看出,双晶压电梁的机电耦合系数取决于其材料及尺寸参数,为更加直观地说明双晶压电梁的主要材料特性、尺寸参数对其机电耦合系数的影响,笔者对前述建立的双晶压电梁的机电耦合系数理论模型进行了数值模拟。在数值模拟中,压电片材料选用PZT-5H压电陶瓷,弹性金属基片材料为铍青铜和钢。双晶压电梁的初始结构参数及材料特性参数如表1所示。

这里,将压电片的厚度与弹性金属基片的厚度之比记为:

$$\beta = t_p / t_m \quad (16)$$

式中: β —厚度比。

双晶压电梁机电耦合系数与厚度比的关系曲线如图3所示。从图中可以看到,随着厚度比的不断增大,双晶压电梁的机电耦合系数呈单调递增趋势,且在厚度比为0.5~1.0时,双晶压电梁具有较大的机电耦合系数。

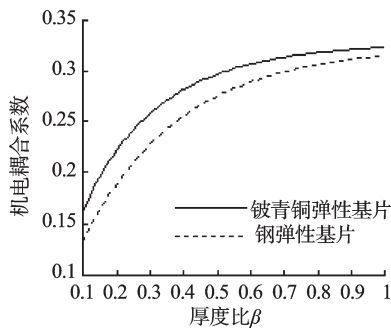


图3 机电耦合系数与厚度比关系曲线

同时可以看到,铍青铜基片压电梁的机电耦合系数都要大于钢基片压电梁的机电耦合系数。这说明,在双晶压电悬臂梁振动能量收集装置的设计中,铍青铜基片具有一定的优越性。

此外,将压电片的弹性模量与弹性金属基片的弹性模量之比记为:

$$\alpha = E_p/E_m \quad (17)$$

式中: α —弹性模量比。

双晶压电悬臂梁的机电耦合系数与弹性模量比的关系曲线如图4所示。图4中的曲线变化趋势表明,较大的弹性模量比有利于双晶压电梁机电耦合系数的提高。

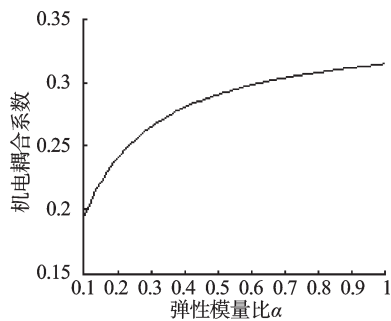


图4 机电耦合系数与弹性模量比关系曲线

4 结束语

本研究介绍了一种基于能量法的双晶压电悬臂梁发电装置机电耦合系数的计算方法。研究结果显示,双晶压电悬臂梁的材料参数和尺寸参数对其机电耦合系数有较大的影响。笔者通过有限元仿真验证了开路电压理论模型,得到解析解与有限元解有较好

的一致性。通过数值模拟得到:随着压电梁厚度比的不断增大,其机电耦合系数单调递增,且在厚度比为0.5~1.0时,压电梁具有较大的机电耦合系数;另外,较大的弹性模量比有利于压电梁机电耦合系数的提高,且相对于钢弹性基片,铍青铜弹性基片更有利于压电梁机电耦合系数的提高。本研究的理论分析及结果对于双晶压电梁的优化设计具有较好的参考价值。

参考文献(References):

- [1] GUAN M J, LIAO W H. On the efficiencies of piezoelectric energy harvesting circuits towards storage device voltages [J]. *Smart Materials and Structures*, 2007, 16(2): 498 - 505.
- [2] ROUNDY S, WRIGHT P K, PISTER K S. Micro-electrostatic Vibration to Electricity Converters [C]//Proceedings of ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition. New Orleans, Louisiana: ASME, 2002: 1-10.
- [3] CHEW Z J, LI L J. Design and characterization of a piezoelectric scavenging device with multiple resonant frequencies [J]. *Sensors and Actuators A*, 2010, 162(1): 82 - 92.
- [4] 王浩金, 鄢丹燕, 肖金, 等. 悬臂梁式压电发电结构理论模型及其仿真研究 [J]. *机电工程*, 2011, 28(11): 1412-1415.
- [5] 王淑云, 阚君武, 王鸿云, 等. 液压流体吸振器用圆形压电发电装置的建模与性能分析 [J]. *振动与冲击*, 2012, 31(16): 177-182.
- [6] 孙舒, 曹树谦. 双稳态压电悬臂梁发电性能分析 [J]. *压电与声光*, 2013, 35(4): 540-548.
- [7] LIAO Y, SODANO H A. Structural effects and energy conversion efficiency of power harvesting [J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2009, 20(5): 505 - 514.
- [8] 王淑云, 阚君武, 王鸿云, 等. 基于圆弧限位的压电发电装置 [J]. *光学精密工程*, 2013, 21(2): 342-348.
- [9] 郭帅, 郭吉丰. Cymbal型压电发电装置等效压电常数分析 [J]. *机电工程*, 2012, 29(4): 443-446.
- [10] FOISAL A R M, CHINSUK H, CHUNG G S. Multi-frequency electromagnetic energy harvester using a magnetic spring cantilever [J]. *Sensors and Actuators A*, 2012, 182(4): 106-113.
- [11] OWENS B A M, MANN B P. Linear and nonlinear electromagnetic coupling models in vibration-based energy harvesting [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2012, 331(4): 922-937.
- [12] MITCHESON P D, MIAO P, STARK B H, et al. MEMS electrostatic micropower generator for low frequency operation [J]. *Sensors and Actuators A*, 2004, 115(2-3): 523 - 529.

[编辑:李辉]

本文引用格式:

刘祥建. 基于能量法的双晶压电悬臂梁发电装置机电耦合系数分析 [J]. *机电工程*, 2014, 31(6): 775-778.

LIU Xiang-jian. Analysis of electromechanical coupling coefficient for piezoelectric bimorph cantilever based on energy method [J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2014, 31(6): 775-778.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>