

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2014.06.001

# 介入机器人运动学及轨迹规划研究\*

陈 华, 刘 龙, 曹 彤\*  
(北京科技大学 机械工程学院, 北京 100083)

**摘要:** 针对介入机器人运动学和轨迹规划问题,基于D-H坐标系理论建立了血管介入主端机器人的运动学方程,并对该方程进行了求解;其次,在关节空间内采用五次多项式插值方法,结合介入机器人运动参数对关节轨迹进行了插值计算,实现了对血管介入机器人关节空间的PTP轨迹规划;最后,利用Matlab机器人工具箱建立了该机器人的三维仿真模型,并且对机器人运动学、轨迹规划进行了仿真验证。研究表明:该机器人连杆参数设计合理,活动空间适应手术要求,运动学方程准确可靠,在关节空间内利用五次多项式进行轨迹规划保证了机器人运动连续平滑。目前该技术已应用于血管介入手术临床试验中。

**关键词:** 血管介入机器人; 运动学; 轨迹规划; Matlab; D-H理论

**中图分类号:** TH113.2; TP242.2 **文献标志码:** A

**文章编号:** 1001-4551(2014)06-0679-05

## Study of kinematics and trajectory planning for intervention robot

CHEN Hua, LIU Long, CAO Tong

(School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Aiming at solving the problems of robot kinematics and trajectory planning, the kinematics equations of vascular intervention robot were built to analyze robot kinematics problems which were based on D-H coordinate system theory. Secondly, in the joint space, quintic polynomial interpolation method was involved in the joint trajectory interpolation calculation, which combined the parameters of the robot. PTP trajectory planning of vascular intervention robot was realized in joint space. Finally, the model of the robot was established to simulate the robot kinematics and trajectory planning via Matlab toolbox. The results indicate that robot parameter is reasonable, and quintic polynomial trajectory planning in joint space ensure the continuous and smooth motion of robot. At present, the technology have been used in clinical trials of vascular interventional procedures.

**Key words:** vascular intervention robot; kinematics; trajectory planning; Matlab; D-H theory

## 0 引 言

工业自动化技术的不断提高,使高精度工业机器人应用到医疗行业变成可能。现阶段,工业机器人精度大幅提高,重复定位精度可达 $\pm 0.02$  mm,由于其精度高、稳定性好等优点,本研究采用UR5机器人作为血管介入推进机构的夹持装置,实现末端精确定位。为保证介入手术过程中机器人连续平稳运动,需要控

制末端执行器的位姿、速度及加速度,同时还要求其运动轨迹为连续平滑的曲线。

本研究首先运用D-H坐标系理论<sup>[1]</sup>,分析该机器人的运动学问题;其次,由于血管介入机器人主要作用是末端推进机构的精确定位,而对点到点间的轨迹没有严格要求,因此笔者采用更加可靠的关节空间运动规划方式,采用五次多项式函数插值方法,研究机器人轨迹规划的问题;最后,运用Matlab机器人工具箱<sup>[2-3]</sup>

收稿日期: 2014-03-20

基金项目: 国家高技术研究发展计划("863"计划)资助项目(2010AA044001)

作者简介: 陈 华(1974-),女,内蒙古呼伦贝尔人,讲师,主要从事医疗机器人技术相关研究。E-mail: chenhua@ustb.edu.cn

通信联系人: 曹 彤,女,副教授,硕士生导师。E-mail: caotong1601@163.com

进行仿真,以验证机器人运动学及轨迹规划的合理性。

### 1 机器人运动学分析

运动学分析是机器人动力学、轨迹规划和位置控制的重要基础,主要研究各连杆间的位移、速度和加速度的关系。本研究采用的UR5机器人具有6个旋转关节,根据D-H参数法建立的UR5机器人的坐标系如图1所示;利用齐次矩阵和D-H参数法建立机器人运动学方程<sup>[4-5]</sup>,UR5机器人的连杆运动参数如表1所示。

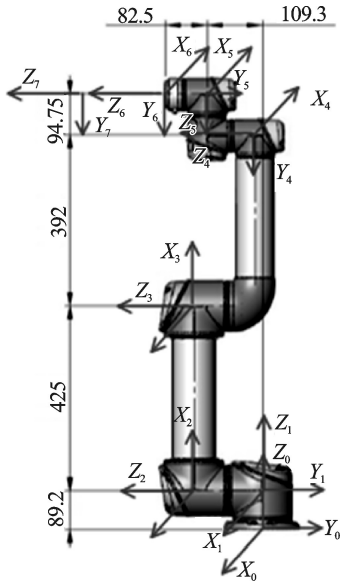


图1 机器人D-H坐标系的建立

机器人运动学正问题是:给定机器人各杆件的几何参数和关节变量,求解末端连杆坐标系相对于基坐标系的位姿。为建立运动学方程,本研究用齐次变换矩阵表示连杆*i*坐标系在连杆*i-1*坐标系中的位置和姿态,机器人运动学方程可表示为:

$$T_0^6 = T_0^1 T_1^2 T_2^3 T_3^4 T_4^5 T_5^6 \quad (1)$$

根据D-H法建立坐标系的原则,可得:

$${}_{i-1}T_i = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i c\alpha_i & s\theta_i s\alpha_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i c\alpha_i & -c\theta_i s\alpha_i & a_i s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

将表1中的参数代入公式(1,2)中,可以将机器人末端在基坐标系下的位姿简化表示为:

$$T_0^6 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中:

$$\begin{aligned} n_x &= c\theta_6(s\theta_1 s\theta_5 + c\theta_5 c\theta_1 c\theta_{234}) - s\theta_6 c\theta_1 s\theta_{234} \\ n_y &= c\theta_6(c\theta_5 s\theta_1 c\theta_{234} - c\theta_1 s\theta_5) - s\theta_6 s\theta_1 s\theta_{234} \\ n_z &= c\theta_5 c\theta_6 s\theta_{234} + s\theta_6 c\theta_{234} \\ o_x &= -s\theta_6(c\theta_5 c\theta_1 c\theta_{234} + s\theta_1 s\theta_5) - c\theta_6 c\theta_1 s\theta_{234} \\ o_y &= -s\theta_6(c\theta_5 s\theta_1 c\theta_{234} - c\theta_1 s\theta_5) - c\theta_6 s\theta_1 s\theta_{234} \\ o_z &= c\theta_6 c\theta_{234} - c\theta_5 s\theta_6 s\theta_{234} \\ a_x &= -s\theta_5 c\theta_1 c\theta_{234} + c\theta_5 s\theta_1 \\ a_y &= -s\theta_5 s\theta_1 c\theta_{234} - c\theta_1 c\theta_5 \\ a_z &= -s\theta_5 s\theta_{234} \\ p_x &= d_5 c\theta_1 s\theta_{234} + d_4 s\theta_1 + d_6(c\theta_5 s\theta_1 - s\theta_5 c\theta_1 c\theta_{234}) + \\ &\quad a_2 c\theta_1 c\theta_2 + a_3 c\theta_1 c\theta_3 \\ p_y &= d_5 s\theta_1 s\theta_{234} - d_4 c\theta_1 - d_6(s\theta_5 s\theta_1 c\theta_{234} + c\theta_1 c\theta_5) + \\ &\quad a_2 c\theta_2 s\theta_1 + a_3 s\theta_1 c\theta_3 \\ p_z &= d_1 - d_5 c\theta_{234} + a_2 s\theta_2 + a_3 s\theta_{23} - d_6 s\theta_5 s\theta_{234} \end{aligned}$$

### 2 关节空间轨迹规划

关节空间的轨迹规划<sup>[6]</sup>,要求用户对于选定的插值点上的位姿、速度和加速度给出一组显式的约束,轨迹规划算法将从一类函数中选取参数化轨迹,对结点进行插值,并满足约束条件。只要知道各关节变量在每一时刻的值,就能根据机器人运动方程确定末端执行器在空间的位姿;这种方法控制简单直接,不发生机构奇异性,比较适合于点到点运动的规划。五次多项式轨迹规划的初始条件中包含了加速度,能够保证机器人的运行更平稳。本研究中对“点到点”关节空间规划采用五次多项式插值。

五次多项式及其一阶导数函数、二阶导数函数的通式见下式,共有6个待定系数:

表1 UR5机器人的连杆运动参数

关节编号	扭角 $\alpha_i$	杆长 $a_i$ /mm	偏置 $d_i$ /mm	关节角 $\theta_i$	关节变量	备注
1	$\pi/2$	0	89.2	0	$\theta_1$	$\pm 360^\circ$
2	0	-425	0	$-\pi/2$	$\theta_2$	$\pm 360^\circ$
3	0	-392	0	0	$\theta_3$	$\pm 360^\circ$
4	$\pi/2$	0	109.3	$-\pi/2$	$\theta_4$	$\pm 360^\circ$
5	$-\pi/2$	0	94.75	0	$\theta_5$	$\pm 360^\circ$
6	0	0	82.5	0	$\theta_6$	$\pm 360^\circ$

$$\theta(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5 \quad (4)$$

$$\dot{\theta}(t) = a_1 + 2a_2t + 3a_3t^2 + 4a_4t^3 + 5a_5t^4 \quad (5)$$

$$\ddot{\theta}(t) = 2a_2 + 6a_3t + 12a_4t^2 + 20a_5t^3 \quad (6)$$

可以同时起点和终点的角度、角速度、角加速度给出约束条件,列出6个方程:

$$\theta_0 = a_0 \quad (7)$$

$$\theta_f = a_0 + a_1t_f + a_2t_f^2 + a_3t_f^3 + a_4t_f^4 + a_5t_f^5 \quad (8)$$

$$\dot{\theta}_0 = a_1 \quad (9)$$

$$\dot{\theta}_f = a_1 + 2a_2t_f + 3a_3t_f^2 + 4a_4t_f^3 + 5a_5t_f^4 \quad (10)$$

$$\ddot{\theta}_0 = 2a_2 \quad (11)$$

$$\ddot{\theta}_f = 2a_2 + 6a_3t_f + 12a_4t_f^2 + 20a_5t_f^3 \quad (12)$$

式中:  $\theta_0, \theta_f$  一起始点和终止点的关节角;  $\dot{\theta}_0, \dot{\theta}_f$  一起始点和终止点的关节角速度;  $\ddot{\theta}_0, \ddot{\theta}_f$  一起始点和终止点的关节角加速度。

解得系数为:

$$\begin{cases} a_0 = \theta_0 \\ a_1 = \dot{\theta}_0 \\ a_2 = \frac{\ddot{\theta}_0}{2} \\ a_3 = \frac{20(\theta_f - \theta_0) - (8\dot{\theta}_f + 12\dot{\theta}_0)t_f - (3\ddot{\theta}_0 - \ddot{\theta}_f)t_f^2}{2t_f^3} \\ a_4 = \frac{-30(\theta_f - \theta_0) + (14\dot{\theta}_f + 16\dot{\theta}_0)t_f + (3\ddot{\theta}_0 - 2\ddot{\theta}_f)t_f^2}{2t_f^4} \\ a_5 = \frac{12(\theta_f - \theta_0) - 6(\dot{\theta}_f + \dot{\theta}_0)t_f - (\ddot{\theta}_0 - \ddot{\theta}_f)t_f^2}{2t_f^5} \end{cases}$$

当  $\dot{\theta}_0 = 0, \ddot{\theta}_0 = 0, \dot{\theta}_f = 0, \ddot{\theta}_f = 0$  时,得到特解:

$$\begin{cases} a_0 = \theta_0 \\ a_1 = 0 \\ a_2 = 0 \\ a_3 = \frac{10(\theta_f - \theta_0)}{t_f^3} = \frac{10}{t_f^3} \cdot \Delta\theta \\ a_4 = \frac{-15(\theta_f - \theta_0)}{t_f^4} = \frac{-15}{t_f^4} \cdot \Delta\theta \\ a_5 = \frac{6(\theta_f - \theta_0)}{t_f^5} = \frac{6}{t_f^5} \cdot \Delta\theta \end{cases}$$

式中:  $\Delta\theta$  — 关节角的增量,  $\Delta\theta = \theta_f - \theta_0$ 。

$$\theta(t) = \theta_0 + \frac{10(\theta_f - \theta_0)}{t_f^3}t^3 + \frac{15(\theta_0 - \theta_f)}{t_f^4}t^4 + \frac{6(\theta_f - \theta_0)}{t_f^5}t^5 \quad (13)$$

公式(13)就是该关节的轨迹函数,确定了从0~t任意时刻的关节位置。由公式(5,6)可以得出该关节的速度和加速度曲线,如下两式所示:

$$\dot{\theta}(t) = \frac{30(\theta_f - \theta_0)}{t_f^3}t^2 + \frac{60(\theta_0 - \theta_f)}{t_f^4}t^3 + \frac{30(\theta_f - \theta_0)}{t_f^5}t^4 \quad (14)$$

$$\ddot{\theta}(t) = \frac{60(\theta_f - \theta_0)}{t_f^3}t + \frac{180(\theta_0 - \theta_f)}{t_f^4}t^2 + \frac{120(\theta_f - \theta_0)}{t_f^5}t^3 \quad (15)$$

由此可以看到,其速度曲线和加速度曲线均为抛物线轨迹。

### 3 仿真实验

#### 3.1 机器人建模

在 Matlab 下构建工业机器人对象,需要使用 Robotics Toolbox 中的 Link 函数分别构建各个关节,其调用格式:L=Link([theta D A alpha sigma offset], CONVENTION)。

其中,参数 CONVENTION 可以取“standard”和“modified”,“standard”代表采用标准的 D-H 参数,“modified”代表采用改进的 D-H 参数;“theta”、“D”、“alpha”、“A”为机器人的4个连杆参数,“D”代表横距,“theta”代表关节角,“alpha”代表扭转角,“A”代表杆件长度;“sigma”代表关节类型,0代表旋转关节,非0代表移动关节。

根据 UR5 机器人的 D-H 参数构建的 UR5 机器人三维仿真模型如图2所示。

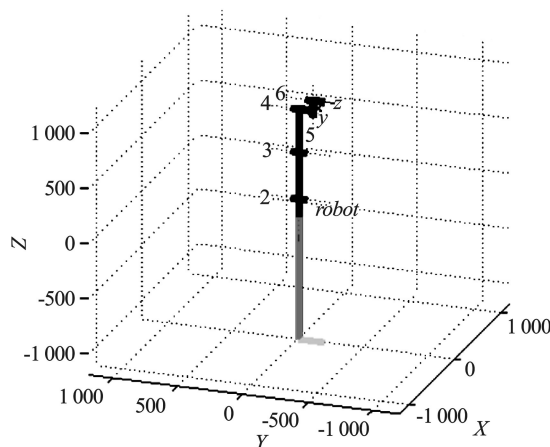


图2 机器人三维仿真模型

#### 3.2 运动学仿真

为验证运动学方程式的正确性,笔者给定任意关节变量,代入运动学方程求得末端连杆坐标系相对于基坐标系的设定位姿;将相同数值输入机器人控制器中,直接读取实际末端位姿进行比较<sup>[7]</sup>,结果如表2所示。

分析表2数据可知,机器人末端实际值和设定值误差很小,证明了所建立的运动学方程是正确可靠的。

表2 UR5机器人末端设定位置与实际位置比较

组别	设定值/mm			实际值/mm		
	$P_x$	$P_y$	$P_z$	$P_x$	$P_y$	$P_z$
1	-6.451 9	263.367 1	201.824 6	-6.451 9	263.367	201.824 5
2	1.570 8	52.966 2	370.812 3	1.570 8	52.966 0	370.812

本研究利用 Matlab 进行正运动学仿真,设置起点坐标为  $qz = [0 \ 0.789 \ -1.756 \ 2.278 \ 0 \ 0]$ , 终点坐标为  $qr = [1.603 \ 4 \ -1.234 \ 0.179 \ -1.428 \ 2.231 \ -1.072 \ 3]$ , 仿真时间为 3 s, 采样时间为 56 ms, 那么  $fkine(UR, qz)$  将返回末端执行器齐次变换矩阵。如果有了关节的轨迹规划之后, 也可以用  $fkine$  来进行运动学的正解。

部分程序如下:

$t=0:0.056:3; q=jtraj(qz,qr,t); T=fkine(UR,q);$

返回的矩阵  $T$  为一个三维的矩阵, 前两维是  $4 \times 4$  的矩阵代表坐标变化, 第三维是时间变化量。

正运动学关节位移曲线的仿真结果如图 3 所示。

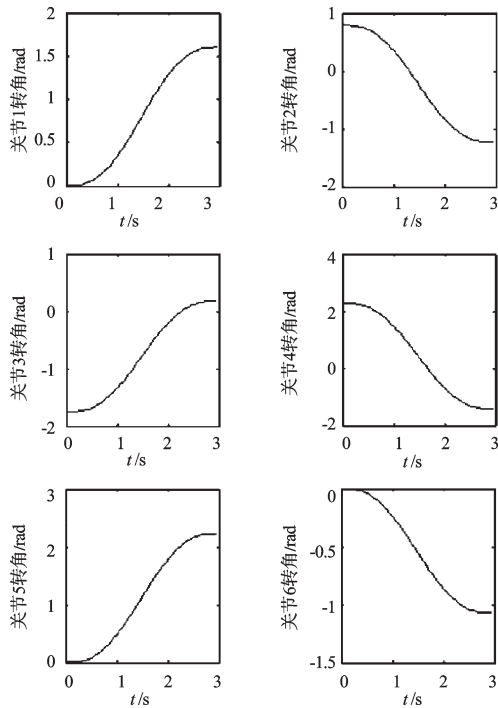


图3 UR5正运动学关节位移

末端执行器空间坐标曲线如图 4 所示。

通过仿真, 可以观察到 UR5 机器人各关节在运动过程中情况正常, 运动平稳, 连杆之间没有错位冲突情况。由此验证了机器人设计参数的合理性和正运动学求解的正确性。

### 3.3 轨迹规划仿真

在关节空间中进行规划<sup>[8-9]</sup>时, 是将关节变量表示为时间的函数, 并规划它的一阶和二阶时间导数, 即速度与加速度。利用机器人工具箱进行基于关节空间方

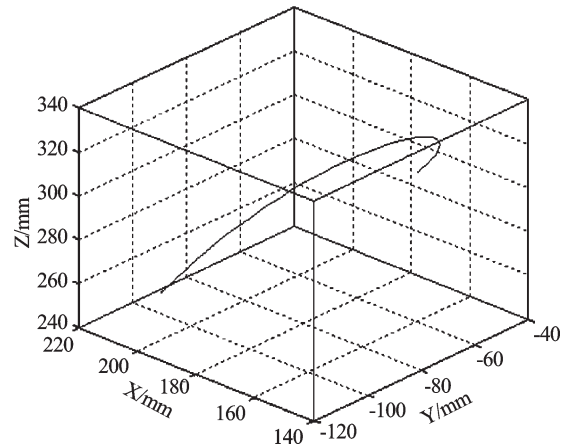


图4 UR5正运动学末端点空间轨迹曲线

案的轨迹规划时, 需要用到  $jtraj$  函数, 调用格式如下:

$[qqdqdd]=jtraj(q0,q1,T)$

其中: 参数  $q$ —从状态  $q0$  到  $q1$  的关节空间规划轨迹;  $T$ —给定的时间向量的长度;  $qd, qdd$ —返回的规划轨迹的速度和加速度。起点坐标为  $qz = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ , 终点坐标为  $qr = [1.245 \ 6 \ -0.567 \ 5 \ 1.756 \ 2.357 \ -1.423 \ 0.956 \ 3]$ , 仿真时间为 3 s, 采样时间为 56 ms。

仿真结果如图(5~7)所示。

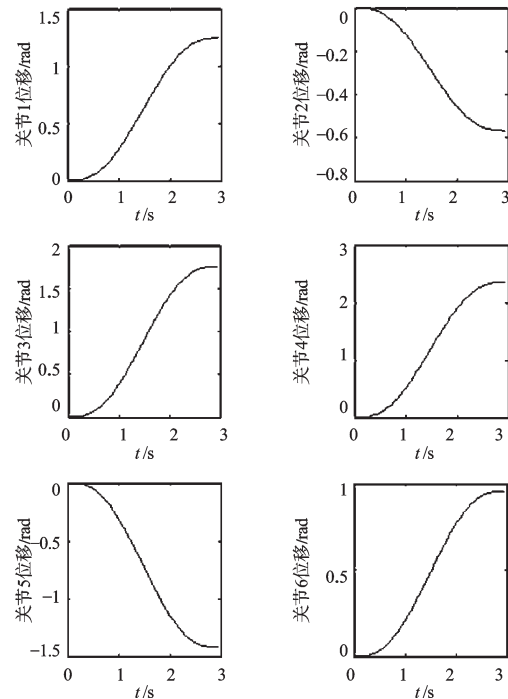


图5 各关节位移变化曲线图

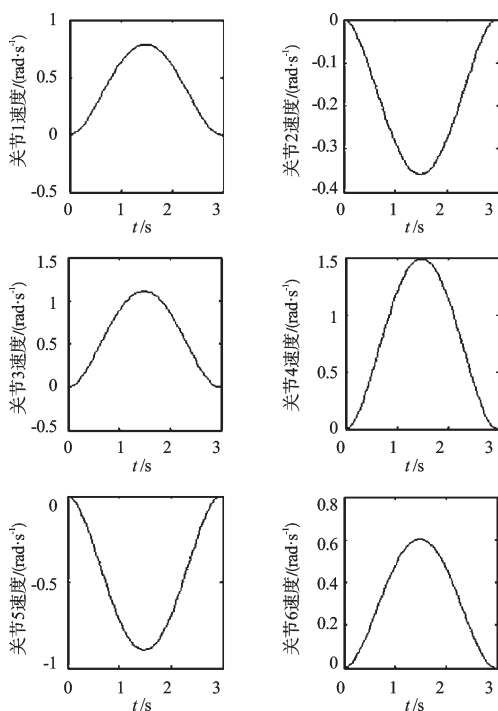


图6 各关节速度变化曲线图

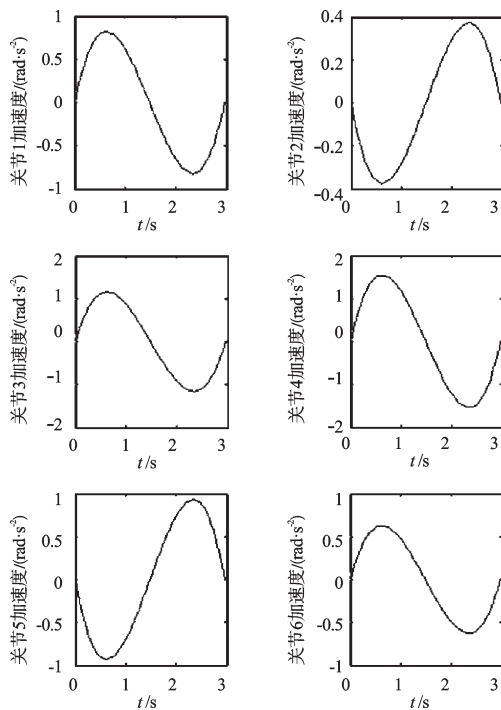


图7 各关节加速度变化曲线图

由图5~7可以看出,机器人各个关节位移、速度及加速度曲线连续且平滑,说明在该工作过程中机器人运行比较平稳,整个结构不会产生较大振动,能够满

足实际手术要求。

## 4 结束语

本研究利用D-H参数法对血管介入手术机器人进行了运动学建模分析,基于Matlab机器人工具箱,验证了机器人的运动学模型建立正确;在此基础上,笔者采用五次多项式函数插值法,实现了机器人在关节空间的轨迹规划,使机器人运动的研究变得更为直观。

笔者利用Matlab进行运动学和关节空间轨迹规划的仿真验证,研究结果表明:

(1) 介入机器人各关节运动平稳,所有关节均不存在速度、加速度突变的情况;

(2) 连杆之间没有错位冲突情况,验证了机器人连杆参数的合理性和正运动学求解的正确性;

(3) 基于关节空间的五多项式函数插值算法的轨迹规划方法合理可行。

## 参考文献(References):

- [1] 刘极峰. 机器人技术基础[M]. 北京:高等教育出版社, 2006.
- [2] 左富勇,胡小平,谢珂,等. 基于MATLAB Robotics工具箱的SCARA机器人轨迹规划与仿真[J]. 湖南科技大学学报:自然科学版,2012,27(2):41-44.
- [3] 阮启刚,黄磊. 6R机器人轨迹规划及仿真[J]. 机械制造与自动化,2011,40(1):168-170.
- [4] 刘鹏,宋涛,负超,等. 焊接机器人运动学分析及轨迹规划研究[J]. 机电工程,2013,30(4):390-394.
- [5] 张有良,徐强,常晓煜,等. 码垛机械手运动轨迹的研究[J]. 包装与食品机械,2011(3):20-23.
- [6] LIU Hua-shan, LAI Xiao-bo, WU Wen-xiang. Time-optimal and jerk-continuous trajectory planning for robot manipulators with kinematic constraints [J]. **Robotics and Computer Integrated Manufacturing**, 2013, 29(2): 309-317.
- [7] 王智兴,樊文欣,张保成,等. 基于Matlab的工业机器人运动学分析与仿真[J]. 机电工程,2012,29(1):33-37.
- [8] WAPENHANS H, HÖLZL J, STEINLE J, et al. Optimal trajectory planning with application to industrial robots [J]. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, 1994, 9(1):49-55.
- [9] 张凯,刘成良,付庄,等. 6R机器人轨迹规划及其在焊接中的应用[J]. 机械设计,2012(10):20-22.

[编辑:罗向阳]

### 本文引用格式:

陈 华,刘 龙,曹 彤. 介入机器人运动学及轨迹规划研究[J]. 机电工程,2014,31(6):679-683.

CHEN Hua, LIU Long, CAO Tong. Study of kinematics and trajectory planning for intervention robot[J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2014, 31(6):679-683.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>