

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2014.02.023

# 基于状态反馈的 $H^\infty$ 重复控制逆变技术研究\*

陈礼恭, 洪潇潇, 胡克用, 胥芳\*

(浙江工业大学 特种装备制造与先进加工技术教育部/浙江省重点实验室, 浙江 杭州 310014)

**摘要:** 针对提高逆变器的动态特性和跟踪精度, 提出了融合 $H^\infty$ 控制、重复控制以及状态反馈控制的PWM电压源型逆变器电压控制策略。该策略先引入了电感电流状态反馈, 能有效增加逆变器系统阻尼比, 改善系统的动态性能, 然后加入了重复控制环节, 能提高系统的电压跟踪精度, 最后将重复控制器的设计通过解决一个标准 $H^\infty$ 问题来实现, 减少了反复调节参数的过程, 兼顾了系统的稳定性与跟踪精度。仿真结果表明, 该策略能保证逆变器系统具有良好的动态特性和高稳态精度, 克服了突加负载的“瞬态”电压跌落问题, 在加入整流负载后仍能输出高质量的正弦电压波形。

**关键词:**  $H^\infty$ 控制; 重复控制; 状态反馈控制; 动态性能; 跟踪精度

中图分类号: TH878; TP391.41 文献标志码: A

文章编号: 1001-4551(2014)02-0234-05

## $H^\infty$ repetitive control strategy based on state-feedback for PWM inverters

CHEN Li-gong, HONG Xiao-xiao, HU Ke-yong, XU Fang

(Key Laboratory of E&M, Ministry of Education & Zhejiang Province, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China)

**Abstract:** In order to improve PWM inverters' dynamic performance and tracking accuracy, a new control strategy incorporating  $H^\infty$  control, repetitive control and state-feedback control was proposed for PWM inverters. In this strategy, the inductor current state-feedback was introduced firstly, which can effectively increase damping ratio of the inverter system and improve its dynamic performance, and then repetitive control was added, which can improve the system's tracking accuracy, and finally repetitive controller by solving a standard  $H^\infty$  problem was achieved, which reduces repeated process of adjusting the parameters and takes the system's stability and tracking accuracy into account. Simulation results show that the strategy can guarantee inverter system with satisfying dynamic performance and high steady-state accuracy, overcoming the "transient" voltage drop problem because of sudden load, even after joining the rectifier load inverter system can output sinusoidal voltage waveform of high quality.

**Key words:**  $H^\infty$  control; repetitive control; state-feedback control; dynamic performance; tracking accuracy

## 0 引言

动态响应快和稳态精度高是PWM电压型逆变器能输出高质量正弦电压波形的两个关键因素。基于内模原理<sup>[1]</sup>的重复控制技术能保证系统的高跟踪精

度, 因为重复控制器在基波频率处的增益为无穷大, 理论上可以实现无静差跟踪, 将重复控制运用于逆变器控制中能有效提高系统的稳态精度<sup>[2-5]</sup>。但是重复控制技术存在明显的缺点, 即动态响应速度慢。为了弥补以上不足, 学术界相应提出了多种基于重复控制的复合控制, 在保证系统高跟踪精度的前提下, 提高

收稿日期: 2013-08-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50805129); 国家高技术研究发展计划("863"计划)资助项目(2013AA050405); 浙江省自然科学基金资助项目(LY13E070003)

作者简介: 陈礼恭(1988-), 男, 浙江温州人, 主要从事机械电子自动化控制方面的研究. E-mail: mynameis Chenligong@126.com

通信联系人: 胥芳, 女, 教授, 博士生导师. E-mail: fangx@zjut.edu.cn

逆变器系统的动态性能。无论是文献[6-9]采用的模糊控制、PI控制或神经网络控制,还是文献[10-12]采用的不同状态反馈控制,都是致力于引入一种合适的控制方法来有效改善逆变器系统的动态性能,但是它们都采用最常用的方法来设计重复控制器,在选择补偿器参数时需要反复调节,多少有些试凑的痕迹<sup>[13]</sup>。

将状态反馈控制和重复控制相结合,可以使逆变器系统具有高动态响应速度和高稳态精度。通过引入电感电流反馈来改善逆变器系统的动态性能,简单有效且便于工程实现。LC逆变器是一个阻尼比很小的二阶系统,其动态性能很差,通过引入电感电流反馈能有效加强该系统的阻尼比,改善系统的动态性能。常用的重复控制器设计方法比较繁琐,本研究将重复控制器的设计通过解决一个标准H $\infty$ 问题来实现,不仅能减少反复调节各参数的过程,还能很好兼顾系统稳定性和稳态精度。

### 1 逆变器动态性能改进与建模

单相全桥逆变器的主电路图如图1所示。则空载逆变器传递函数可表示为:

$$G(s) = \frac{1}{LC} \frac{1}{s^2 + \frac{r}{L}s + \frac{1}{LC}} \quad (1)$$

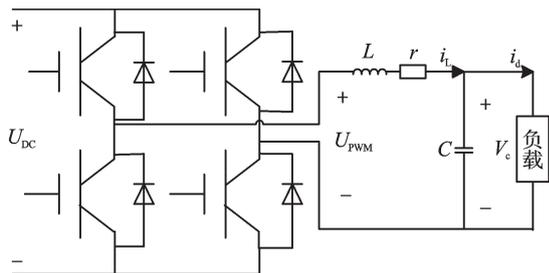


图1 单相全桥逆变器主电路图

$U_{DC}$ —直流母线电压;  $U_{PWM}$ —逆变器输出PWM电压;  $L$ —滤波电感;  $C$ —滤波电容;  $r$ —考虑到电感寄生阻抗和死区等阻尼因素的综合;  $i_d$ —负载电流扰动输入量

空载逆变器阻尼比为  $r \cdot \sqrt{C/L}/2$ , 因为  $r$  很小, 阻尼比是一个远小于1的常数, 空载逆变器是一个欠阻尼二阶系统, 动态性能极差。

本研究在空载逆变器系统中引入电感电流状态反馈, 逆变器控制系统总框图如图2所示, 其中  $G_c(s)$  为控制器表达式, 取逆变桥等效放大倍数  $K_{PWM}$  为1, 系统  $P$  的传递函数可表示为:

$$P(s) = \frac{1}{LC} \frac{1}{s^2 + \frac{r+k}{L}s + \frac{1}{LC}} \quad (2)$$

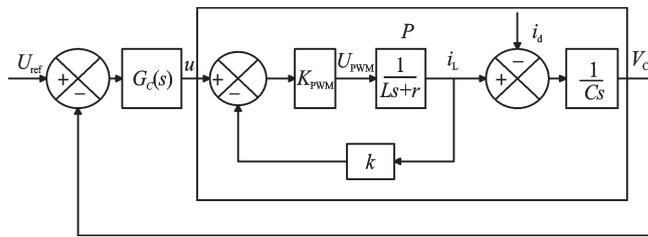


图2 逆变器控制系统总框图

阻尼比变为  $(r+k) \cdot \sqrt{C/L}/2$ , 因此通过改变电感电流反馈系数能调整系统的阻尼比, 改善逆变器系统的动态性能。使调整后系统的阻尼比为1.5, 令  $(r+k) \cdot \sqrt{C/L}/2 = 1.5$ , 则  $k = 3\sqrt{L/C} - r$ 。把  $x = [i_d \ V_c]^T$  作为状态变量,  $w = [i_d \ U_{ref}]^T$  为扰动输入量,  $u$  为控制量,  $y = U_{ref} - V_c$  为输出量, 则系统  $P$  的状态空间表达式可表示为:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + [B_1 \ B_2] \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \\ y &= Cx + [D_1 \ D_2] \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

其中:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{r+k}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix}, B = [B_1 \ B_2] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ L \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \ -1], D = [D_1 \ D_2] = [0 \ 1 \ 0]$$

系统  $P$  可表示为:

$$P = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = [P_{yw} \ P_{yu}] \quad (4)$$

式中:  $P_{yw}$ ,  $P_{yu}$ — $w$  到  $y$  和  $u$  到  $y$  的传递函数矩阵, 系统  $P$  对应的传递函数矩阵为:  $P(s) = D + C(sI - A)^{-1}B$ 。

### 2 重复控制器的设计与分析

重复控制器包括由延时环节反馈回路构成的内模结构和补偿器。内模结构在基波频率处的增益为无穷大, 能实现无静差跟踪。补偿器是重复控制器的核心, 它决定了重复控制器的工作性能以及系统的稳定性。补偿器一般由滞后一个工频周期的延时环节、二阶低通滤波器、梳状零相移滤波器和超前环节构成。延时环节的存在使系统的动态性能变差; 补偿器中所含的环节较多, 而且各个环节的参数又相互影响, 各个参数的选择往往需要反复调节。结合H $\infty$ 控制理论, 本研究将重复控制器的补偿器通过解决一个标准H $\infty$ 问题来获得, 减少了补偿器参数反复调节过程且兼顾了系统的稳定性和稳态精度。

#### 2.1 重复控制器内模改进

重复控制的内模结构可表示为:

$$M(s) = \frac{1}{1 - e^{-Ts}} \quad (5)$$

当  $w = 2k\pi/L$ ,  $k$  为自然数时:

$$M(jw) = \frac{1}{1 - e^{-jwL}} = \infty \quad (6)$$

重复控制器内模在周期信号的基波频率以及其谐波频率处的增益为无穷大,因此能实现无静差跟踪。但是如式(5)所示的内模结构处于临界稳定状态,为了改善系统的稳定性,往往在内模结构中加入一个低通滤波器  $W$ 。改善后的重复控制内模结构可表示为:

$$M(s) = \frac{1}{1 - W(s)e^{-Ls}} \quad (7)$$

最常用的滤波器  $W$  为一阶低通滤波器,可表示为:

$$W(s) = \frac{w_c}{s + w_c} \quad (8)$$

在选择  $w_c$  时,若  $w_c$  太小,内模  $M$  只有少数极点接近虚轴,系统跟踪目标信号的能力下降;反之,若  $w_c$  太大,系统的稳定性会大打折扣。因此,要采取折中的方法取  $w_c$  的值<sup>[14]</sup>。本研究取  $w_c = 2\ 500$  rad/s,延时时间  $L = 0.02$  s,低通滤波器  $W$  可记为:

$$W = \begin{bmatrix} A_w & B_w \\ C_w & D_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -w_c & w_c \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\ 500 & 2\ 500 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

内模结构  $M$  可表示为:

$$M(s) = \frac{1}{1 - \frac{2\ 500}{s + 2\ 500} e^{-0.02s}} \quad (10)$$

其伯德增益图如图3所示,在基波频率处的增益不超过 45 dB,为了改善系统的稳定性,适当地牺牲了系统的跟踪精度。

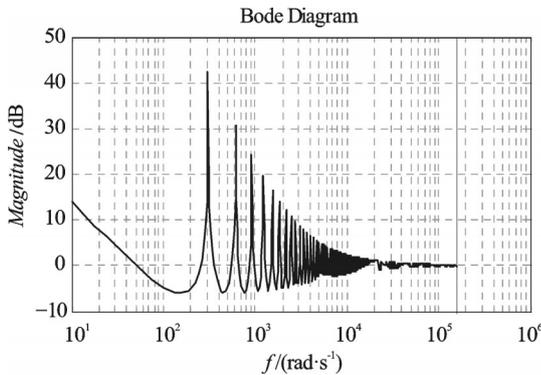


图3 内模结构伯德图

### 2.2 重复控制器补偿器设计

将图2所示控制系统中的重复控制器具体化后,逆变器控制系统框图如图4所示。重复控制器由一个内模  $M$  以及一个补偿器  $K$  构成。内模结构是实现高精度跟踪的基础;补偿器  $K$  的设计要保证整个逆变器系统的稳定性并兼顾系统的跟踪精度。

保持系统的稳定性是补偿器设计的首要要求。根据文献[14],要使整个闭环系统处于稳定,图3中的延时环节  $e^{-Ls}$  去除后,从  $a$  到  $b$  的传递函数矩阵  $T_{ba}$  必

须满足  $\|T_{ba}\|_\infty < 1$ 。取  $\gamma = \|T_{ba}\|_\infty$ ,  $\gamma_0 = \|T_{ew}\|_\infty$  ( $T_{ew}$  是  $w$  到  $e$  的传递函数矩阵),所设计的补偿器  $K$  不仅要满足系统稳定性要求,还要尽量减小  $\gamma_0/(1-\gamma)$  的值,确保系统的稳态误差在一个较小的范围内。将补偿器  $K$  的状态空间表达式记为:

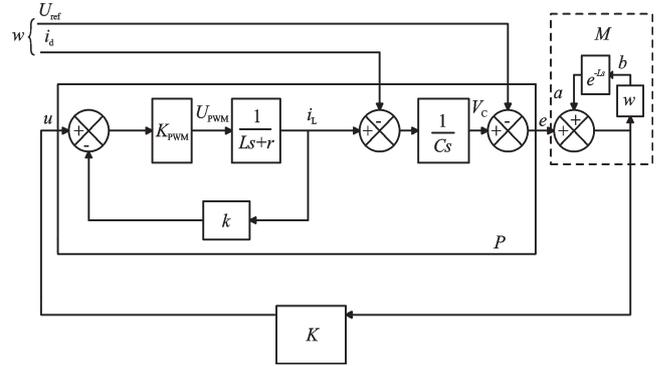


图4 控制系统框图

$U_{ref}$ ,  $i_d$ —2个扰动输入信号;  $U_{ref}$ —电压参考信号;  $i_d$ —负载电流扰动信号

$$K = \begin{bmatrix} A_K & B_K \\ C_K & D_K \end{bmatrix} \quad (11)$$

则  $T_{ba}$  可记为:

$$T_{ba} = \begin{bmatrix} A + B_2 D_K C & B_2 C_K & B_2 D_K C_w & 0 \\ B_K C & A_K & B_K C_w & 0 \\ 0 & 0 & A_w & B_w \\ C & 0 & C_w & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

根据  $\|T_{ba}\|_\infty$  的大小可以判断系统的稳定性。

将重复控制器的设计转化为解决一个标准的  $H^\infty$  问题<sup>[15]</sup>(其配置示意图如图5所示)。

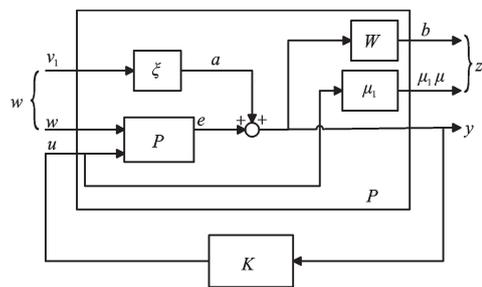


图5 标准  $H^\infty$  问题控制系统配置

设广义控制对象为  $\tilde{P}$ ,  $\tilde{w} = [v_1 \ v_2 \ w]^T$ ,  $\tilde{z} = [\tilde{z}_1 \ \tilde{z}_2]^T$ , 则有:

$$\begin{bmatrix} \tilde{z} \\ \tilde{y} \end{bmatrix} = \tilde{P} \begin{bmatrix} \tilde{w} \\ u \end{bmatrix}, u = K\tilde{y} \quad (13)$$

其中:

$$\tilde{P} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & B_1 & B_2 \\ B_w C & A_w & \zeta B_w & B_w D_1 & B_w D_2 \\ D_w C_1 & C_w & \zeta D_w & D_w D_1 & D_w D_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u_1 \\ C & 0 & \zeta & D_1 & D_2 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{z}_1 = W(\zeta v_1 + e) = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & B_1 & B_2 \\ B_w C & A_w & B_w \zeta & B_w D_1 & B_w D_2 \\ 0 & C_w & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ w \\ u \end{bmatrix},$$

$$\tilde{z}_2 = \mu_1 u,$$

$$\tilde{y} = e + \zeta v_1 = \begin{bmatrix} A & 0 & B_1 & B_2 \\ C & \zeta & D_1 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ w \\ u \end{bmatrix}.$$

系统的相关参数如表1所示,取  $\zeta = 30$ ,  $\mu_1 = 0.001$ , 调用 hintsyn 函数可获得补偿器  $K$ , 其表达式为:

$$K(s) = \frac{376\ 188\ 434\ 162.616\ 4(s + 7\ 614)(s + 2.176 \times 10^4)}{(s + 5.883 \times 10^9)(s + 1.03 \times 10^5)(s + 2\ 500)} \quad (14)$$

降阶后可表示为:

$$K(s) = \frac{86.34(s + 7\ 614)(s + 2.176 \times 10^4)}{(s + 1.03 \times 10^5)(s + 2\ 500)} \quad (15)$$

表1 系统相关参数值

参数	值
滤波电感 $L/\text{mH}$	5
滤波电容 $C/\mu\text{F}$	8
电阻 $r/\Omega$	0.1

### 3 系统仿真与验证

空载逆变器引入电感电流状态反馈前后的传递函数  $G(s)$  和  $P(s)$  分别如式(1)和式(2)所示,将表1中的系统参数代入式(1)和式(2),采用 50 kHz 采样频率零阶保持器的方式离散化后,可得:

$$G(z) = \frac{0.004\ 995z + 0.004\ 995}{z^2 - 1.99z + 0.999\ 6} \quad (16)$$

$$P(z) = \frac{0.004\ 539z + 0.004\ 114}{z^2 - 1.736z + 0.744\ 5} \quad (17)$$

$G(z)$  和  $P(z)$  的伯德图如图6所示。系统加入电感电流状态反馈后,改善了相频特性曲线,消除了逆变器系统谐振峰并增加了系统的相位裕度。将式(15)采用 50 kHz 采样频率零阶保持器的方式离散化后,可得:

$$K(z) = 86.34 \frac{z^2 - 1.786z + 0.799\ 5}{z^2 - 1.183z + 0.22} \quad (18)$$

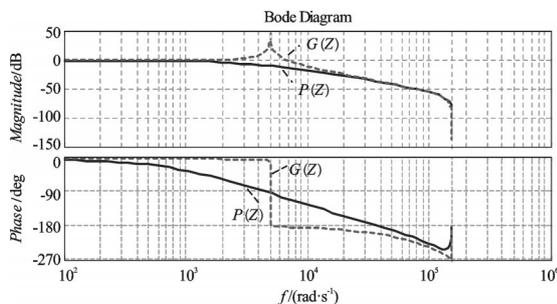


图6 系统频率响应

$K(z)$ ,  $P(z)$  和  $P(z)K(z)$  的伯德图如图7所示。 $P(z)K(z)$  在低频处获得 30 dB 左右的增益,增强系统的跟踪精度;在高频处增益快速下降,相位裕度为  $45^\circ$ ,保证系统具有良好的稳定性。将式(9)内模结构采用 50 kHz 采样频率零阶保持器的方式离散化后,可得:

$$M(z) = \frac{1}{1 - \frac{0.048\ 77}{z - 0.951\ 2} z^{-1\ 000}} \quad (19)$$

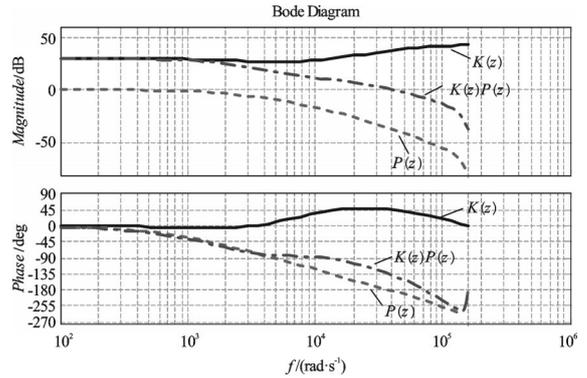


图7  $K(z)$ ,  $P(z)$  和  $K(z)P(z)$  伯德图

将式(18,19)分别代入逆变器仿真模型中的补偿器  $K$  和内模结构  $M$  中,突加负载仿真波形和稳态整流负载仿真波形分别如图10、图11所示。与基于PI控制逆变器突加负载仿真波形和稳态整流负载仿真波形(分别如图8、图9所示)相比,基于电感电流状态

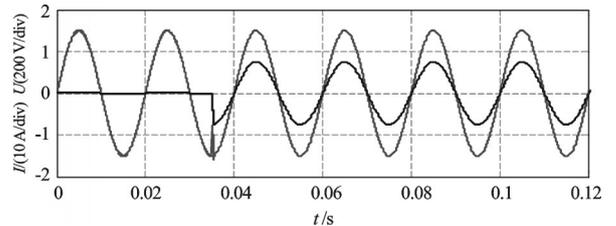


图8 基于PI控制逆变器突加负载仿真波形

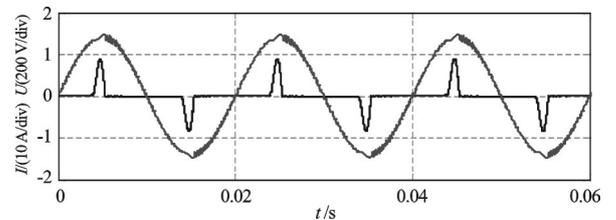


图9 基于PI控制逆变器稳态整流负载仿真波形

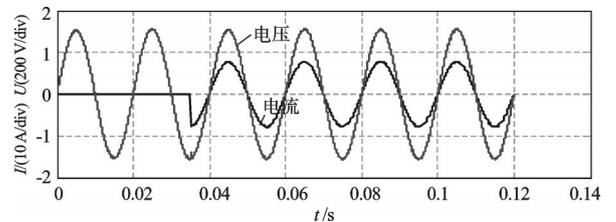


图10 基于状态反馈的H $\infty$ 重复控制逆变器突加负载仿真波形

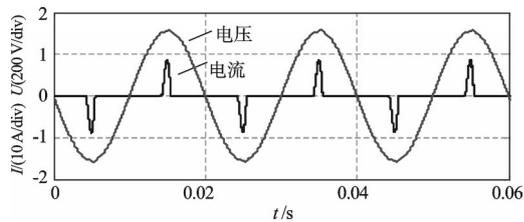


图11 基于状态反馈的 $H^\infty$ 重复控制逆变器稳态整流负载仿真波形

反馈的 $H^\infty$ 重复控制逆变器系统具有更好的动态性能,能克服突加负载的“瞬态”电压跌落问题;在带整流型负载时,输出电压的 $THD$ 较小,仍能输出高质量的正弦电压波形。

## 4 结束语

本研究将电感电流状态反馈与重复控制相结合并应用于PWM逆变器的输出电压控制,通过引入电感电流状态反馈以有效改善系统的动态性能,重复控制技术以有效保证逆变器系统的高精度输出。重复控制器补偿器通过解决一个 $H^\infty$ 标准问题来获得,减少了选择补偿器参数时反复调节的过程并兼顾了系统的稳定性与稳态精度。仿真结果表明,该控制策略能保证逆变器系统具有高稳定精度和快响应速度,克服了突加负载的“瞬态”电压跌落问题,在加入整流负载后仍能输出高质量的正弦电压波形。

### 参考文献(References):

- [1] FRANCIS B A, WONHAM W M. The internal model principle for linear multivariable regulators [J]. **Appl. Math. Opt.**, 1975, 2(2): 170-194.
- [2] ZHANG K, KANG Y, XIONG J. Direct repetitive control of SPWM inverter for UPS purpose [J]. **IEEE Transactions On Power Electronics**, 2003, 18(3): 784-792.
- [3] TZOU Y Y, OU R S, JUNG S L, et al. High-performance programmable AC power source with low harmonic distortion using DSP-based repetitive control technique [J]. **IEEE Transactions On Power Electronics**, 1997, 12(4):

715-725.

- [4] 刘 飞, 皱云屏, 李 辉. 基于重复控制的电压源型逆变输出电流波形控制方法[J]. **中国电机工程学报**, 2005, 25(19): 48-63.
- [5] 孔雪娟, 王荆河, 彭 力, 等. 基于内模原理的三相电压源型逆变电源的波形控制技术[J]. **中国电机学报**, 2003, 23(7): 67-70.
- [6] LI Jian, KANG Yong, CHEN Jian. A Novel Fuzzy-repetitive Control Scheme for Inverters [C]//Proceedings of the 2002 IEEE International Symposium Intelligent Control. Vancouver, Canada: [s.n.], 2002: 104-109.
- [7] LUO Ling, ZHOU Yong-peng, XU Jin-bang, et al. Parameters Self-adjusting Fuzzy PI Control with Repetitive Control Algorithms for 50 Hz On-line UPS Controlled by DSP [C]//IECON 2004. Busan: [s.n.], 2004: 1487-1491.
- [8] 胡雪峰, 谭国俊. 应用神经网络和重复控制的逆变器综合控制策略[J]. **中国电机工程学报**, 2009, 29(6): 43-47.
- [9] 李 剑, 康 勇, 陈 坚. 400 Hz 恒频恒压逆变器的一种模糊-重复混合控制方案[J]. **中国电机工程学报**, 2005, 25(9): 54-61.
- [10] 熊 健, 史鹏飞, 张 凯. 基于积分环节电压微分反馈的逆变器重复控制策略[J]. **电工技术学报**, 2007, 1(22): 85-90.
- [11] 张 凯, 彭 力, 熊 健. 基于状态反馈与重复控制的逆变器控制技术[J]. **中国电机工程学报**, 2006, 26(10): 56-62.
- [12] ZHANG Kai, LI Peng, KANG Yong, et al. State-feedback-with-integral Control Plus Repetitive Control for UPS Inverters [C]//APEC 2005. Austin: [s.n.], 2005: 553-559.
- [13] 吴 敏, 兰永红, 余锦华, 等. 线性不确定系统的 $H^\infty$ 状态反馈鲁棒控制[J]. **控制理论与应用**, 2008, 25(3): 427-433.
- [14] WEISS G, HÄFELE M. Repetitive control of MIMO systems using  $H^\infty$  design [J]. **Automatica**, 1999, 35(7): 1185-1199.
- [15] HORNIK T, ZHONG Qing-chang. A current-control strategy for voltage-source inverters in microgrids based on  $H^\infty$  and repetitive control [J]. **IEEE Transactions On Power Electronics**, 2011, 26(3): 943-952.

[编辑: 罗向阳]

### 本文引用格式:

陈礼恭, 洪潇潇, 胡克用, 等. 基于状态反馈的 $H^\infty$ 重复控制逆变技术研究[J]. **机电工程**, 2014, 31(2): 234-238.

CHEN Li-gong, HONG Xiao-xiao, HU Ke-yong, et al.  $H^\infty$  repetitive control strategy based on state-feedback for PWM inverters [J]. **Journal of Mechanical & Electrical Engineering**, 2014, 31(2): 234-238.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>