

DOI: 10.3969/j.issn.1001-4551.2013.06.025

Duhamel 数值积分算法在电力系统暂态稳定分析中的应用

武同心, 吕晓祥, 王建全*

(浙江大学 电气工程学院, 浙江 杭州 310027)

摘要: 基于 Duhamel 积分的数值求解方法被广泛地应用于非线性动力学研究中,为解决传统隐式梯形积分方法在电力系统暂态分析中的不足,将非线性动力学中的数学模型引入到电力系统暂态稳定分析中,对电力系统微分方程矩阵的齐次项部分作对角化处理,使矩阵指数函数的计算得到了简化,以提高计算效率,并对 Duhamel 项中非齐次项部分进行了线性拟合,形成了一种高效、稳定的数值积分方法;以电力系统综合程序(PSASP)的仿真结果作为标准值,比较了步长变化时对基于该算法和基于隐式梯形积分算法的暂态稳定计算结果的影响。研究结果证明,该算法在大步长下数值计算时具有比传统方法更好的准确性和稳定性,能够在电力系统的暂态稳定分析中得到利用,为基于时域仿真的电力系统紧急控制和预防控制做了准备。

关键词: Duhamel 积分; 电力系统; 暂态稳定; 数值计算; 时域仿真; 电力系统综合程序

中图分类号: TM712 文献标志码: A

文章编号: 1001-4551(2013)06-0741-05

Application of Duhamel integrals in power system transient stability analysis

WU Tong-xing, LV Xiao-xiang, WANG Jian-quan

(College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: The algorithm based on the duhamel integrals has been widely applied to solve non-linear system. Aiming at overcoming the weaknesses of the implicit trapezoidal integration, the mathematical model in non-linear system was used for transient stability analysis in power system. The homogeneous team of the power system characteristic matrix was diagonalized to simplify matrix exponent function and improve the efficiency of the computation burden. Besides, the nonhomogeneous team was linearized. The simulations of power system analysis software package(PSASP) of the proposed approach and the implicit trapezoidal integration were compared in order to explain the influence of integration step. The results indicate that the proposed time-integration method is better in the calculation precision and constancy than the traditional integration method with the big integration step. The method could be prepared for the emergency and preventive control of power system for its accuracy and stability.

Key words: Duhamel integrals; power system; transient stability; numerical calculation; time-domain simulation; power system analysis software package(PSASP)

0 引 言

电力系统的暂态稳定性是指电力系统在受到扰动后,能否经过暂态过程达到新的稳定运行状态或者

恢复到原来的状态^[1]。常用的电力系统稳定分析方法主要分为3类:时域仿真法、直接法以及人工智能法。文献[2-3]研究了将时域仿真与直接法结合的混合算法,文献[4-5]对基于Taylor级数的暂态稳定分析方法

收稿日期: 2012-12-17

作者简介: 武同心(1986-),男,黑龙江佳木斯人,主要从事电力系统稳定与控制方面的研究. E-mail: wutongxin@zju.edu.cn

通信联系人: 王建全,男,副教授,硕士生导师. E-mail: wangjq@zju.edu.cn

进行了研究。另外,并行算法^[6-7]、自动微分^[8]、快速非迭代技术^[9]等也被一些学者引入暂态稳定分析中以提高计算效率。

在电力系统基于时域仿真的暂态稳定分析方法中,数值积分方法占有重要的地位。常用的数值积分方法包括改进欧拉法、龙格-库塔法、隐式梯形积分方法及New Mark法等,这些数值积分方法大部分基于差分方法,存在着差分误差难以消除的缺点。近年来在非线形动力学问题中发展起来的基于Duhamel积分的数值积分方法,为运用高精度微分方程求解方法研究电力系统暂态稳定分析提供了一条新思路。对非齐次项引起的Duhamel积分的处理方式,通常有钟、林格式^[10],增维方法^[11]以及直接数值积分技术^[12]等3种方法。另外,为解决线性矩阵因求逆计算量大、忽视矩阵指数而影响计算精度等问题,文献[13]提出一种基于Duhamel项的精细积分的方法,对非齐次线性项用多项式、指数、正(余)弦函数及其组合函数的非齐次项进行拟合也能得到计算机上的精确解,文献[14]在其基础上,结合传统的数值积分技术对Duhamel项的精细积分方法的快速计算作了改进。文献[15]对动力学的精细时程算法在电力系统领域应用作了初步探索,文献[16]关于精细积分在电力系统中应用作了进一步扩展,并取得了良好的结果。

在以上对Duhamel项处理方法的基础上,本研究将其运用到电力系统暂态稳定分析中,对非线性项进行线性拟合,并结合矩阵特点进行对角化处理,提出一种计算迅速、实现过程简单的电力系统动态计算方法。为检验计算方法的有效性,将计算结果与电力系统综合程序PSASP仿真结果及基于隐式梯形积分的仿真结果进行比较,通过仿真结果证明该算法在大步长下计算结果的准确性。

1 算法理论基础

1.1 电力系统暂态分析中Duhamel积分模型

电力系统暂态过程数学模型可统一描述为如下一般形式的微分-代数方程组:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, y) \quad (1)$$

$$0 = g(x, y) \quad (2)$$

式中: x —描述系统动态特性的状态向量; y —描述系统节点电压幅值、相位等运行变量。

微分方程组(1)主要包括描述发电机组、感应电动机和其他动态装置动态特性的微分方程,其中每一台发电机组的微分方程可表示为:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\delta_i}{dt} \\ \frac{d\omega_i}{dt} \\ \frac{d\tilde{x}_i}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{i1}(t) \\ f_{i2}(t) \\ \tilde{F}_i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_s(\omega_i(t)-1) \\ \frac{1}{T_{ji}} \left(\frac{P_{mi}(t)}{\omega_i(t)} - \frac{P_{ei}(t)}{\omega_i(t)} \right) \\ \tilde{F}_i(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: δ_i , ω_i , $P_{mi}(t)$, $P_{ei}(t)$, T_{ji} —第 i 台发电机的功角、角频率、机械功率、电磁功率及惯性时间常数; ω_s —系统同步角频率; \tilde{x}_i —第 i 台发电机的暂态和次暂态电势、励磁及调速系统各动态环节状态变量组成的状态向量; $\tilde{F}_i(t)$ —与状态向量 \tilde{x}_i 对应的微分方程右侧的函数向量。

这样,每一台发电机组的状态向量 x_i 可表示为: $x_i = [\delta_i \ \omega_i \ \tilde{x}_i]^T$ 。

电力系统动态特性的数学模型式(1,2)可抽象为如下—阶刚性微分方程组:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(t, x(t)); & t \in [a, b], |x(t)| < \infty \\ x(a) = x_0 \\ x \in R^n, & f = [f_1 \ f_2 \ \dots \ f_n]^T \end{cases} \quad (4)$$

从函数向量 $f(t, x(t))$ 分离出一个满秩定常矩阵 H , 则在哈密尔顿体系下上式可表示为:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Hx(t) + F(t) \\ x(a) = x_0 \end{cases} \quad (5)$$

其中:

$$F(t) = f(t, x(t)) - Hx(t)$$

则方程式(5)的解可表示为:

$$x(t) = e^{Ht} x_0 + \int_0^t e^{H(t-\tau)} F(\tau) d\tau \quad (6)$$

其中,解的右边的第2项即为由非齐次项引起的状态响应,称为Duhamel积分。

1.2 Duhamel积分模型中齐次项和非齐次项的处理

数值计算时,将时间分成时间步长为 h 的一系列时间间隔,则其任意分段时刻表示为 $t_k = kh (k=0, 1, 2, \dots)$, 下一时刻为 $t_{k+1} = t_k + h$, 根据式(6)得到 t_{k+1} 的状态为:

$$x(t_{k+1}) = e^{Hh} x(t_k) + \int_0^h e^{H(h-\tau)} F(t_k + \tau) d\tau \quad (7)$$

对Duhamel积分项中的 $r(t_k + \tau)$ 可以用多项式、正余弦、指数等形式进行拟合,本研究采用线性拟合:

$$F(t_k + \tau) = F(t_k) + \frac{F(t_k + h) - F(t_k)}{h} \tau \quad (8)$$

将式(8)代入式(7),可以得到 $x(t_{k+1})$ 的迭代表达式,即可通过迭代求得其收敛值,对于矩阵指数的求解,在下文中可结合电力系统暂态稳定分析的具体情况简化求解,从而加快求解速度。

状态变量功角 δ_i 和角频率 ω_i 的求取需要在求出电磁功率 $P_{ei}(t)$ 等变量之后获得,本算法先通过对微分方程 $d\tilde{x}_i/dt = \tilde{F}_i(t)$ 求解出状态变量 \tilde{x}_i , 之后获得

$P_a(t)$ 等变量,既而求出功角 δ_i 和角频率 ω_i 。下面主要介绍对微分方程组 $d\tilde{x}_i/dt = \tilde{F}_i(t)$ 的求解方法。

在对 $d\tilde{x}_i/dt = \tilde{F}_i(t)$ 这一微分方程组进行求解时,采用如式(5)的描述形式,并将其 H 矩阵对角化处理,最后可得到下式:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \dot{\tilde{x}}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_3 \\ \dot{\tilde{x}}_4 \\ \dot{\tilde{x}}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \\ \tilde{x}_4 \\ \tilde{x}_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ r_5 \end{bmatrix} = H' + R' \quad (9)$$

式中: $[\tilde{x}_i]$ —关于励磁器、调速器等发电机详细模型的参数变量,如励磁电压、导水叶(汽门)开度等; h_i —微分方程中 \tilde{x}_i 的系数; r_i —关于参数变量 \tilde{x}_i 的其余方程变量。

将式(9)中的 H' 代入式(7)中计算,因为 H' 已经为对角形式,故在计算指数矩阵 e^{mh} 和 $e^{H(h-\tau)}$ 时达到了简便、快速的效果,也提高了整体计算速度。

2 基于 Duhamel 积分暂态稳定分析方法流程

2.1 基于 Duhamel 积分算法的流程

本研究中提出基于 Duhamel 算法的计算方法,主要步骤如下:

步骤1:输入系统的原始参数,进行潮流计算,得到变量初值;

步骤2:根据发电机的励磁器、调速器等模型的参数变量,形成基于对角化的 Duhamel 积分矩阵微分方程;

步骤3:形成描述系统暂态过程的代数方程;

步骤4:置暂态稳定计算初值时刻 $t=0$,确定暂态稳定计算采用的积分步长 h ,进行暂态稳定仿真计算;

步骤5:判断是否有故障或操作发生,若有,执行步骤6;若无,则执行步骤7;

步骤6:重新计算此时刻节点电压幅值、相位等变量;

步骤7:计算 $t+h$ 时刻的系统的状态变量及运行变量;

步骤8:判断系统是否稳定,若稳定将仿真时间推进一个步长,令 $t=t+h$,返回重新计算;否则输出计算结果并结束计算。

值得注意的是,在步骤2的计算公式中,笔者采用了矩阵对角化的计算格式,这样大大提高了计算效率,

并且本研究仿真算例将采用基于励磁的发电机模型。

根据以上算法推导和步骤分析,本研究建立的基于 Duhamel 积分的暂态稳定分析程序流程图如图1所示。

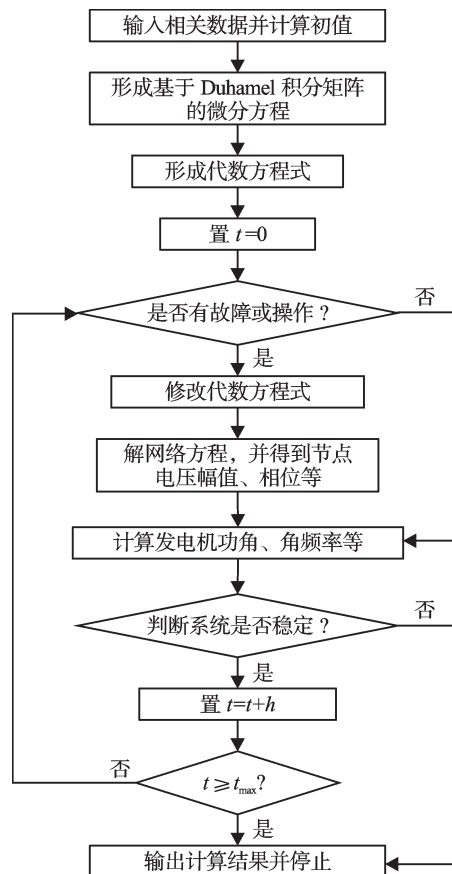


图1 隐式精细积分法程序流程

3 仿真计算结果及分析

本研究以 VC++6.0 软件为开发环境,采用 C++ 语言编写暂态稳定仿真程序。研究仿真分析以新英格兰 10 机 39 节点系统^[17]为例,其包括 10 台发电机,39 个节点,12 台变压器,34 条线路。以电力系统分析综合程序 PSASP 在积分步长为 0.01 s 时所得计算结果为准确性参照标准。

设定故障发生在线路 28-29 靠近母线 28 侧发生三相短路故障,在 0.0 s 发生故障,经 0.15 s 继电保护动作将故障切除,仿真时间取 3.0 s。下面本研究通过几个算例验证算法的准确性。

3.1 步长取 0.01 s 时算例结果及分析

首先本研究考察在积分步长取 0.01 s 时综合程序 PSASP、隐式梯形积分、Duhamel 积分三者的仿真准确性情况,考察任意两台机中最大功角差情况。

由于在步长取 0.01 s 时三者全过程仿真曲线相差无几,若绘制全过程图像将近乎重合,为体现三者差异,取局部时间段效果如图2所示,可见三者图像偏差极小。进一步选取几个时间点进行数值结果对照,如

表1所示,三者最大功角相差始终不超过5°,也说明了在步长为0.01 s时 Duhamel 积分具有与隐式梯形积分相同的准确性,表明其适用于电力系统暂态稳定计算。

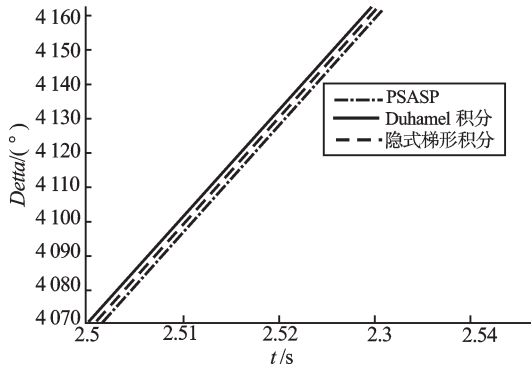


图2 局部放大图

表1 步长为0.01 s时最大功角差情况(°)

	0.1 s	1.0 s	2.0 s	3.0 s
PSASP	74.9	685.2	2 622.3	5 780.4
隐式梯形积分	74.9	687.2	2 622.6	5 783.6
Duhamel 积分	74.9	686.7	2 625.0	5 784.5

3.2 步长取0.03 s和0.05 s时算例结果及分析

依次增加步长,分别对步长为0.03 s、0.05 s两种情况进行仿真计算,并以电力系统综合程序(PSASP)在0.01 s步长情况下的计算结果为准值,进行最大功角误差分析,即将隐式梯形积分和 Duhamel 积分两种算法在3种情况下得到的最大功角差值与准确值求差并绘制曲线,所得结果如图3、图4所示。

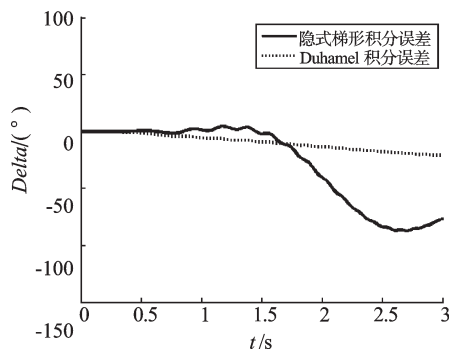


图3 步长0.03 s时最大功角差误差曲线

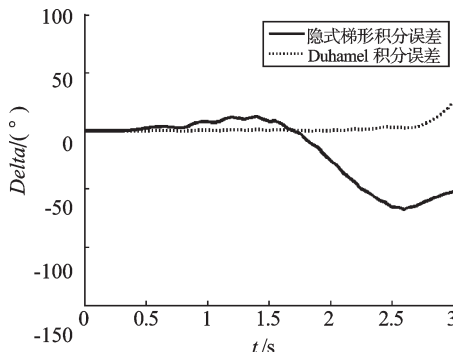


图4 步长0.05 s时最大功角差误差曲线

从图中可以看出,步长变大时,Duhamel 积分仍可

保证仿真计算的准确性,与隐式梯形积分相比,有效地减少了计算结果误差,并且随着步长的不断增加,隐式梯形积分的计算误差变化尤为明显,在步长取0.05 s时其误差已经达到接近100°,这也说明了基于 Duhamel 积分算法在大步长下的计算精度和计算时间明显要优于隐式梯形积分算法。数值对照结果如表2、表3所示。

表2 步长为0.03 s时最大功角差情况(°)

	0.12 s	1.02 s	2.01 s	3.0 s
PSASP	79.5	712.8	2 647.8	5 780.4
隐式梯形积分	79.5	713.8	2 606.8	5 703.5
Duhamel 积分	79.5	706.9	2 634.4	5 759.0

表3 步长为0.05 s时最大功角差情况(°)

	0.1 s	1.0 s	2.0 s	3.0 s
PSASP	74.9	685.2	2 622.3	5 780.4
隐式梯形积分	74.9	693.0	2 596.6	5 727.8
Duhamel 积分	74.9	685.8	2 622.4	5 805.2

其原因在于:电力系统在小步长下系统的各状态变量变化非常小,而当步长增大时,状态变量的变化就加大,这样每一步的精度就会直接影响到最后的结果,随着仿真时间的变长,隐式梯形积分的积累性误差就越来越大。

3.3 步长取0.1 s算例结果及分析

当步长增大为0.1 s时,隐式梯形积分与 Duhamel 积分的最大功角差值曲线图与数值表如图5及表4所示。

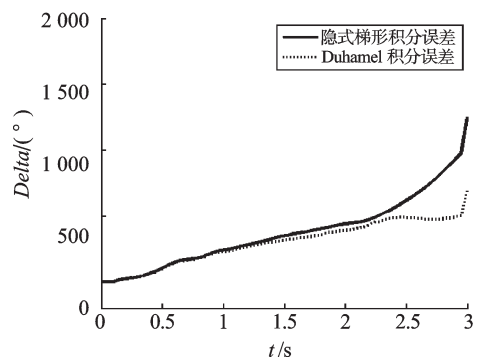


图5 步长0.1 s时最大功角差误差曲线

表4 步长为0.1 s时最大功角差情况(°)

	0.1 s	1.05 s	2.05 s	3.0 s
PSASP	74.9	755.4	2 751.5	5 780.4
隐式梯形积分	74.9	1 003.4	3 197.4	7 027.7
Duhamel 积分	74.9	991.3	3 147.2	6 489.2

此时,基于隐式梯形积分仿真算法与基于 Duhamel 积分仿真算法同样都出现了数值不稳定现象,方法的计算过程中误差的增长将影响到产生可靠的结果,但仅从误差积累对其后计算结果影响角度考虑,可以近似认为,基于 Duhamel 积分的仿真算法数值

稳定性优于隐式梯形积分,并且对积累误差的敏感性也较低。这个特点为电力系统安全稳定运行计算方法的研究提供了新的解决方案。

4 结束语

本研究提出了一种基于Duhamel数值积分的电力系统暂态稳定计算方法,通过将齐次项系统矩阵作对角化处理,并用线性拟合非齐次项,使得算法具有高精度、高稳定性的优点。应用到电力系统分析后,该研究算法可以实现大步长仿真计算,减少了仿真时间。同时,该算法采用大步长仿真计算时,准确性与隐式梯形积分相比有很大的提高。本研究建立的算法为基于时域仿真的电力系统安全稳定运行分析^[18]提供了高效、精确的时域仿真方法。

参考文献(References):

- [1] 王锡凡. 现代电力系统分析[M]. 2版. 北京:科学出版社, 2003.
- [2] MARIA G A, TANG C, KIM J. Hybrid transient stability analysis[J]. *IEEE Transaction on Power Systems*, 1990, 5(2):384-391.
- [3] 孙 闻,房大中,薛振宇. 电力系统在线暂态稳定分析方法[J]. *电网技术*, 2009, 33(14):16-20.
- [4] 徐 英,白雪峰,郭志忠. 多步高阶暂态稳定计算方法[J]. *电力系统自动化*, 2009, 33(15):33-37.
- [5] 刘建楠,白雪峰,徐 英,等. 多步高阶Taylor级数暂态稳定最优积分格式[J]. *电力自动化设备*, 2012, 32(10):121-126.
- [6] 薛 巍,舒继武,严剑锋,等. 基于集群机的大规模电力系统暂态过程并行仿真[J]. *中国电机工程学报*, 2003, 23(8):38-43.
- [7] 林济铿,全新宇,罗萍萍,等. 基于等值的电力系统机电暂态仿真并行异步算法[J]. *电力系统自动化*, 2009, 33(1):32-35.
- [8] JEROSOLIMSKI M, LEVACHER L. A new method for fast calculation of Jacobian matrices: Automatic differentiation for power system simulation[J]. *IEEE Transaction on Power System*, 1994, 9(2):700-706.
- [9] MOON Y H, CHO B H, CHOI B K, et al. noniterative algorithm based on polarized-system partitioning for transient stability simulation[C]//Proceedings of IEEE Power Engineering Society Winter Meeting. Singapore: [s.n.], 2000: 1022-1027.
- [10] 钟万勰. 结构动力方程的精细时程积分[J]. *大连理工大学学报*, 1994, 34(2):131-136.
- [11] 唐 晨,张 隰,闫海青,等. 非线性系统的任意项精细积分外插多步法及其在混沌数值分析中的应用[J]. *物理学报*, 2003, 52(5):1091-1095.
- [12] 张森文,曹开彬. 计算结构动力响应的状态方程直接积分法[J]. *计算力学学报*, 2000, 17(1):94-97.
- [13] 谭述君,钟万勰. 非齐次动力方程Duhamel项的精细积分[J]. *力学学报*, 2007, 39(3):374-381.
- [14] 谭述君,高 强,钟万勰. Duhamel项的精细积分方法在非线性和微分方程数值求解中的应用[J]. *计算力学学报*, 2010(5):752-758.
- [15] 王宇宾,常鲜戎,罗 艳,等. 精细时程法电力系统暂态仿真初探[J]. *浙江电力*, 2005(1):1-4.
- [16] 赵志奇,王建全. 隐式精细积分算法在电力系统暂态稳定分析中的应用[J]. *机电工程*, 2012, 29(5):580-583.
- [17] PAI M A. Energy function analysis for power system stability[M]. Boston Kluwer Academic Publishers, 1989.
- [18] 罗明亮. 考虑暂态稳定约束的预防控制算法研究[D]. 杭州:浙江大学电气工程学院, 2010.

[编辑:李 辉]

(上接第731页)

速度,降低了工人的劳动强度,而且产品质量和生产效率都得到了较大的提升,为摩托车、电动车生产企业或配件制造企业高效率、高质量、低成本的制造提供了有效支持。此外,小型轮毂自动焊接机对焊工的技能要求较低,避免了采用手工焊接而大量的熟练焊工的投入,有利于全面提高生产效率和焊接质量。

参考文献(References):

- [1] 朱利民. 汽车铝轮毂先进制造技术[J]. *轻金属*, 2008(3):51-54.
- [2] 吴中华,潘明松. 基于有限元分析的后轮毂优化设计[J]. *制造业信息化*, 2012(1):47-48.
- [3] 卞金玉,王元利,白宏伟,等. 汽车钢圈自动焊接机[J]. *汽车工业中的焊接技术*, 2004, 34(6):25-27.
- [4] 谭 蓉. 全位置自动焊枪移动和摆动机构的设计[J]. *焊接技术*, 2001, 30(6):32-33.
- [5] 高 强. 基于S7-300的自动焊接系统研究[J]. *制造业自动化*, 2011, 33(3):33-34.
- [6] 孔艳艳. 基于PLC的油缸自动焊控制系统设计[J]. *机械*, 2012, 39(5):40-41, 48.
- [7] 张爱华,姚海燕. 角度传感器在全位置自动焊接系统中的应用[J]. *计算机测量与控制*, 2009, 17(12):2426-2431.
- [8] 刘继修. 基于PLC的金属压铸机控制系统设计[J]. *机电工程技术*, 2004, 33(6):69-71.
- [9] 杜随更,陈 强,朱文超. 摩擦焊接过程PLC闭环控制系统[J]. *电焊机*, 2009, 39(6):53-56.
- [10] 王新辉,于 丹. 基于Pro/E的相贯曲面堆焊运动仿真分析[J]. *焊接学报*, 2011, 32(2):72-76.
- [11] 马彦霞,王 燕,刘振亚. PLC控制在双环缝自动焊接设备中的应用[J]. *中原工学院学报*, 2011, 22(2):71-73.

[编辑:洪炜娜]