

基于相位场模型的稀疏液固两相流场特性分析方法*

计时鸣, 张 微, 谭大鹏

(浙江工业大学 机械工程学院, 浙江 杭州 310014)

摘要: 针对在模具结构化表面精密加工过程中稀疏液固两相流场特性参数难以求解的问题, 提出了一种基于相位场模型的稀疏液固两相流场特性分析方法。相位场模型中速度场和压力通过 Navier-Stokes 方程控制, 两相流的分界面动力学方程由 Cahn-Hilliard 方程控制, 从而建立了面向软性磨粒两相流流型分析的动力学模型; 采用传统的二阶中心差分格式逼近粘性项和表面张力项, 同时采用五阶 WENO 格式近似的对不可压缩两相流进行了空间离散化重构, 并采用 TVD Runge-Kutta 方法提高了求解过程中时间的离散精度; 以加工常用的长方形直流道为具体仿真实验对象, 研究了稀疏液固两相流流经不同尺寸流道过程中的速度场与压力场变化。研究表明, 两相流数值仿真结果与理论分析相符, 且与国外仿真结果相吻合, 从而验证了该方法的有效性, 为软性磨粒流精密加工方面的研究提供了可靠的理论依据。

关键词: 模具结构化表面; 相位场模型; 稀疏液固两相流特性; 数值模拟

中图分类号: TG76; TP24; TH16 文献标志码: A

文章编号: 1001-4551(2012)12-1376-06

Sparse liquid-solid two-phase flow characteristics analysis method based on phase field model

Ji Shi-ming, ZHANG Wei, TAN Da-peng

(School of Mechanical Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China)

Abstract: Aiming at the difficulty of solving sparse liquid-solid two phase flow parameters of the structured surface in the mold of precision machining process, a method based on phase field model was put forward to analyze the characteristics of sparse liquid-solid two-phase flow. The velocity field and the pressure of the phase field model were controlled by the Navier-Stokes equation, while two-phase flow interface kinetics equation was controlled by the Cahn-Hilliard equation, thereby the dynamic model of soft abrasive two-phase flow pattern analysis system was established. Conventional second-order central schemes were used to close to the viscous terms and the surface tension terms. Meanwhile, a five-order WENO scheme was used to approximately discrete the incompressible two-phase flow, and TVD Runge-Kutta method was used to improve the time discrete precision in the process. Two rectangular flow channels with different dimensions were used as specific objects to simulate sparse liquid-solid two-phase flow, and variations of flow velocity field and pressure field were studied. The results indicate that the numerical simulation coincides with the theory, and coincides with foreign simulation results, thus it verifies the validity of the method, and provides a reliable theoretical basis for the research of soft abrasive flow machining.

Key words: structured surface of the mold; phase field model; sparse liquid-solid two-phase flow characteristics; numerical simulation

0 引 言

随着我国制造业的迅猛发展, 作为制造业基础的

模具行业越来越向高精度性与高复杂性方向发展。然而传统加工方法难以触及模具中一些沟、槽、孔、窄缝等复杂异形表面(这里统一称为结构化表面), 目前

收稿日期: 2012-07-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50875242, 50905163); 浙江省自然科学基金资助项目(Z107517, Y1090836)

作者简介: 计时鸣(1957-), 男, 浙江温州人, 教授, 博士生导师, 主要从事先进加工技术方面的研究。E-mail: jishiming@zjut.edu.cn

有关光整加工技术面向结构化表面的研究还比较薄弱。松散磨粒与流体混合,可构成液固两相磨粒流,磨粒流的流体性质使得其可达到无孔不入的加工特点,是进行结构化表面光整加工的有效工具。目前,现有的基于磨粒流的表面加工方法有挤压珩磨(extrude honing)^[1]、磨粒水射流抛光(abrasive water jet finishing, AWJF)^[2]、磁流变抛光(magnetorheological finishing, MRF)^[3]、电流变液抛光(electrorheological fluid polishing, EFP)^[4]等,但这些加工方法一般不能直接应用于模具结构化表面的光整加工。

软性磨粒流是一种由松散磨粒与液体混合而成的稀疏液固两相流(颗粒浓度在10%~15%),具有较好的流动特性,并可实现湍流流动。该方法是通过在结构化表面配置约束模块,构成磨粒流约束流道,以流道内湍流状态下的软性磨粒流代替加工工具对加工表面进行微切削,实现镜面级加工。由于颗粒相运动在与液相运动相耦合的同时,还会受到颗粒间碰撞的影响,湍流中的颗粒运动是一个较为复杂的过程。然而对于体积分数足够小的稀释两相流,颗粒间的距离足够大,碰撞过程可以忽略,故颗粒运动可以被简化。

对于这种简化模型,相位场模型的演化解可以很好地用于描述液固两相系统中不同相位扩散界面的漂移状态、曲率特征以及扩散界面的移动情况。因此,本研究采用相位场模型对稀疏液固两相流相变及其湍流机理进行探讨,对流道内待加工表面的切削情况进行分析及预测,为工作流道和导流模块的设计打下基础,达到缩短实验周期、节约研发成本的作用,同时为实现软性磨粒流加工的湍流调控提供一定理论依据。

1 基于相位场的稀疏液固两相流场数学模型

笔者所研究的稀疏液固两相流在其运动过程中无化学反应,物理性质稳定,符合Navier-Stokes方程的描述范围。

1.1 相位场模型

相位场模型由物理学家Liu和Shen^[5]首次用来描述不可压缩两相粘性流体,其两相界面由一个薄过渡区域描述。早期相位场模型中两相界面的宽度为零,因此常被称为尖锐界面(sharp interface)模型。尖锐界面在系统的驱动控制下不断进行演化,并最终形成具有复杂结构的斑图。斑图由许多拓扑结构复杂的不规则曲线构成,它客观地反映了相位场模型对不同相位的介质进行分离后所得到的最终组态。现代扩

散两相界面的典型理论是由Rayleigh^[6]和van der Waals提出的相位场模型,该模型的两相界面是由一个薄的但是非零的过渡层代替的。在这个过渡层中,两相流体混合并且储存一定数量的混合能,这种混合流体可看做特殊形式的非牛顿流体。目前,Liu和Shen提出一个新的相位场模型,该模型基于能量变分公式,广泛应用于数字化模型中。在这个相位场模型中,混合能的定义是基于相变量 ϕ , ϕ 的变动是通过Allen-Cahn方程^[7]或者Cahn-Hilliard方程^[8]控制的,同时由对流扩散方程控制两相界面的演化。当两项界面的厚度值接近于零的时候,相位场模型收敛^[9]。

目前的相位场模型由以下几部分组成:①控制速度场和压力的不可压缩Navier-Stokes方程组;②控制相位场变量 ϕ 的Allen-Cahn方程或者Cahn-Hilliard方程;③表现由表面张力引起的毛细管效应的附加应力张量。

本研究令 Ω 为一个二维物理模型,里面充满两相不可压缩粘性流体,两相界面为分界面。假设相位场函数 $\phi(x,t)$ 在每个体积相为特定的常数,并且在两相界面处经历快速且平滑的变化。两相流体及其交界面在 t 时刻的关系式由下式定义:

$$\begin{cases} x:\phi(x,t) = -1 & \text{fluid 1,} \\ x:\phi(x,t) = 0 & \text{交界面,} \\ x:\phi(x,t) = 1 & \text{fluid 2.} \end{cases} \quad (1)$$

这里采用的相位场模型中两相界面混合能由常见的Ginzburg-Landau方程^[10]给出:

$$W(\phi, \nabla \phi) = \int_{\Omega} \left(\frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + F(\phi) \right) dx \quad (2)$$

其中:

$$F(\phi) = \frac{1}{4\eta^2} (|\phi|^2 - 1)^2 \quad (3)$$

式中: $F(\phi)$ —体积能双势阱; η —交界面的宽度。

相位场函数 ϕ 的演化由下面任意一个方程控制:

$$\phi_t + \vec{u} \cdot \nabla \phi = \begin{cases} -\gamma \frac{\delta W}{\delta \phi} = \gamma (\Delta \phi - f(\phi)) \\ \nabla \cdot \left(\gamma \nabla \frac{\delta W}{\delta \phi} \right) = -\gamma \Delta (\Delta \phi - f(\phi)) \end{cases} \quad (4)$$

式(4)的第1个等式为Allen-Cahn方程,第2个等式为Cahn-Hilliard方程。式中: $f(\phi)$ — ϕ 的多项式, $f(\phi) = F'(\phi) = \phi(\phi^2 - 1)/\eta^2$; γ —迁移率,常数, $\text{m}^3/\text{s}/\text{kg}$ 。Allen-Cahn方程与Cahn-Hilliard方程的不同之处在于前者不能很好地满足体积守恒约束条件。可是,Cahn-Hilliard方程的数值解比Allen-Cahn方程更为难求,原因在于其更加复杂的四阶拉普拉斯运算

子和非线性项。本研究通过选择改进的 Allen-Cahn 方程使模型简单化,同时满足体积守恒的要求。模型中,液相的速度场和压力通过 Navier-Stokes 方程控制,其流体动量方程如下:

$$\rho[\bar{u}_t + (\bar{u} \cdot \nabla)\bar{u}] = -\nabla p + \nabla \cdot \sigma \quad (5)$$

式中: \bar{u} —流体平均速度矢量; ρ —混合密度; p —压力; σ —应力张量(包括粘性张量和弹性应力张量),由下式给出:

$$\sigma = \mu[\nabla \bar{u} + (\nabla \bar{u})^T] - \lambda \nabla \phi \otimes \nabla \phi \quad (6)$$

式中: μ —流体混合粘度; λ —表面张力系数; $(\nabla \phi \otimes \nabla \phi) = \nabla_i \phi \nabla_j \phi$ —张量积,其定义为 $\nabla(\nabla \phi \otimes \nabla \phi) = \Delta \phi \nabla \phi + \nabla(|\nabla \phi|^2/2)$ 。 $\nabla = \partial i/\partial x + \partial j/\partial y + \partial k/\partial z$ 。

将动量方程进一步简化,重新定义压力项:

$$p = p + \frac{1}{2} \lambda |\nabla \phi|^2 \quad (7)$$

综上,本研究得到下面的系统控制方程:

$$\nabla \cdot \bar{u} = 0 \quad (8a)$$

$$\bar{u}_t + \nabla \cdot (\bar{u}\bar{u}) - \mu \Delta \bar{u} + \nabla p = -\lambda \Delta \phi \nabla \phi \quad (8b)$$

$$\phi_t + \nabla \cdot (\bar{u}\phi) - \gamma \Delta \phi = \gamma(-f(\phi) + \xi(t)) \quad (8c)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \phi dx = 0 \quad (8d)$$

该非线性系统初始化条件为: $\bar{u}|_{t=0} = \bar{u}_0$, $\phi|_{t=0} = \phi_0$ 以及适当的边界条件。拉格朗日乘数 $\xi(t)$ 在 Allen-Cahn 方程里变为相位场函数 ϕ 的渐近常量值 (± 1) 从而使体积分数保持不变。实际上, $\xi(t)$ 在方程 (8c) 中被修正为 $\xi(t)(1 - \phi^2)$, 因为这样可使 ϕ 始终遵守文献 [11] 中提到的最大化原则。新的 $\xi(t)$ 可由下面的公式计算得到:

$$\xi(t) = \int_{\Omega} f(\phi) dx \int_{\Omega} (1 - \phi^2) dx \quad (9)$$

通过在双时间技术中加人工扩散参数,控制系统式 (8a~8c) 在二维空间中可表示为:

$$\rho_{\tau} + \beta(u_x + v_y) = 0 \quad (10a)$$

$$u_{\tau} + v_{\tau} + (u^2 + p)_x + (uv)_y - \mu(u_{xx} + u_{yy}) = -\lambda \phi_x (\phi_{xx} + \phi_{yy}) \quad (10b)$$

$$v_t + v_{\tau} + (v^2 + p)_y + (uv)_x - \mu(v_{xx} + v_{yy}) = -\lambda \phi_y (\phi_{xx} + \phi_{yy}) \quad (10c)$$

$$\phi_{\tau} + \phi_t + (u\phi)_x + (v\phi)_y - \gamma(\phi_{xx} + \phi_{yy}) = \gamma(1 - \phi^2) \left(\frac{\phi}{\eta^2} + \xi(t) \right) \quad (10d)$$

将式(10)写成矩阵形式为:

$$U + I_m U + (E - E_v)_x + (F - F_v)_y = S_{int} \quad (11)$$

其雅克比矩阵为:

$$A = \frac{\partial E}{\partial U}, B = \frac{\partial F}{\partial U}$$

1.2 空间离散

为克服尖锐界面(界面宽度 $\eta \rightarrow 0$)引起的拓扑结构复杂多变带来的困难,本研究采用 WENO (weighted essentially non-oscillatory) 格式 [12] 来离散对流扩散方程。WENO 格式是一种高阶高分辨率的激波捕捉格式,被广泛用于求解可压缩欧拉方程中。本研究采用传统的二阶中心差分格式逼近粘性项和表面张力项,同时采用五阶 WENO 格式近似地对不可压缩两相流进行空间重构。

本研究采用笛卡尔坐标系,记网格尺寸为 Δx , 则节点为 $x_j = j\Delta x$ 。WENO 格式在 x_j 点的近似值 E_j 采用如下形式:

$$E_x = \frac{\tilde{E}_{j+1/2} - \tilde{E}_{j-1/2}}{\Delta x} \quad (12)$$

式中: $\tilde{E}_{j+1/2}$, $\tilde{E}_{j-1/2}$ —数值通量。

为满足相位场模型的“迎风”特性,本研究将数值通量 $\tilde{E}_{j+1/2}$ 和 $\tilde{E}_{j-1/2}$ 替换为具有单调性质的 Lax-Friedrichs 数值通量 f_k^{s+} 和 f_k^{s-} (第 s 特征场):

$$f_k^{s\pm} = \frac{f_k^s \pm \alpha_s W_k^s}{2}, k = j-2, \dots, j+3 \quad (13)$$

其中: $f_k^s = L_{j+\frac{1}{2}}^s \cdot E_k$, $W_k^s = L_{j+\frac{1}{2}}^s \cdot Q_k$ 。

式中: $L_{j+\frac{1}{2}}^s$ —第 s 特征场的左特征向量; α_s —雅克比矩阵 $A_{k+1/2}$ 在 $k = j-2, \dots, j+2$ 范围内 s 阶特征值的最大量级。

WENO 重构两个数值通量, $\tilde{f}_{j+1/2}^{s+}$ 由偏右的模板 ($I_{j-2} \sim I_{j+2}$) 得到:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{j+1/2}^{s+} = & \omega_0^+ \left(\frac{2}{6} f_{j-2}^{s+} + \frac{7}{6} f_{j-1}^{s+} + \frac{11}{6} f_j^{s+} \right) + \\ & \omega_1^+ \left(-\frac{1}{6} f_{j-1}^{s+} + \frac{5}{6} f_j^{s+} + \frac{2}{6} f_{j+1}^{s+} \right) + \\ & \omega_2^+ \left(\frac{2}{6} f_j^{s+} + \frac{5}{6} f_{j+1}^{s+} + \frac{1}{6} f_{j+2}^{s+} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

其中: $\omega_k^+ = \frac{\alpha_k^+}{\alpha_0^+ + \alpha_1^+ + \alpha_2^+}, k = 0, 1, 2, \alpha_0^+ = (\varepsilon + IS_0^+)^{-2}/10$,

$\alpha_1^+ = 6(\varepsilon + IS_1^+)^{-2}/10$, $\alpha_2^+ = 3(\varepsilon + IS_2^+)^{-2}/10$, $\varepsilon = 10^{-6}$ 。

并且有:

$$IS_0^+ = \frac{13}{12} (f_{j-2}^{s+} - 2f_{j-1}^{s+} + f_j^{s+})^2 + \frac{1}{4} (f_{j-2}^{s+} - 4f_{j-1}^{s+} + 3f_j^{s+})^2$$

$$IS_1^+ = \frac{13}{12} (f_{j-1}^{s+} - 2f_j^{s+} + f_{j+1}^{s+})^2 + \frac{1}{4} (f_{j-1}^{s+} - f_{j+1}^{s+})^2$$

$$IS_2^+ = \frac{13}{12}(f_j^{s+} - 2f_{j+1}^{s+} + f_{j+2}^{s+})^2 + \frac{1}{4}(3f_j^{s+} - 4f_{j+1}^{s+} + f_{j+2}^{s+})^2$$

类似地,可由偏左的模板 ($I_{j-1} : I_{j+3}$) 得到 $\tilde{f}_{j+1/2}^{s-}$, 这里不再重复叙述。

本研究将在各个特征场中选择的数值通量倒回各自的物理空间,于是有:

$$\tilde{E}_{j+1/2}^s = \sum_{s=1}^4 \tilde{f}_{j+1/2}^s R_{j+1/2}^s = \sum_{s=1}^4 (f_{j+1/2}^{s+} + \tilde{f}_{j+1/2}^{s-}) R_{j+1/2}^s \quad (15)$$

式中: $R_{j+1/2}^s$ —雅克比矩阵 $A_{k+1/2}$ 第 s 特征场的右特征向量。

1.3 时间离散

本研究在时间方向采用具有 TVD 性质的 Runge-Kutta 方法离散,设方程(11)的半离散格式为:

$$\frac{dU(t)}{dt} = L(U) \quad (16)$$

则一个 3 阶 TVD Runge-Kutta 方法离散格式可以写为:

$$\begin{cases} U^{(1)} = U^n + \Delta t L(U^n, t^n) \\ U^{(2)} = \frac{3}{4}U^n + \frac{1}{4}U^{(1)} + \frac{1}{4}\Delta t L(U^{(1)}, t^n + \Delta t) \\ U^{(n+1)} = \frac{1}{3}U^n + \frac{2}{3}U^{(2)} + \frac{2}{3}\Delta t L(U^{(2)}, t^n + \frac{1}{2}\Delta t) \end{cases} \quad (17)$$

2 软性磨粒流数值分析

本研究采用上述相位场模型对液固两相软性磨粒流在流道中的运动及其相变过程进行数值模拟,并对仿真结果进行分析。

2.1 求解域描述

为了使仿真结构更接近现有实验条件,本研究采用长方形直流道作为计算空间,同时为了直观地展现软性磨粒流在流道内部的运动,对不同结构尺寸的流道进行二维数值模拟。流道的结构示意图如图 1 所示。图 1 中(单位为 m): 左边为磨粒流入口处,右边为出口处,下表面为加工区域,上表面为约束模块区域,本研究将 46 号机械润滑油(Oil)考虑为第一相,磨粒碳化硅考虑为第二相,磨粒体积分数为 10%,由于磨粒是粉末状且其颗粒足够细,本研究假设为连续的流体相。

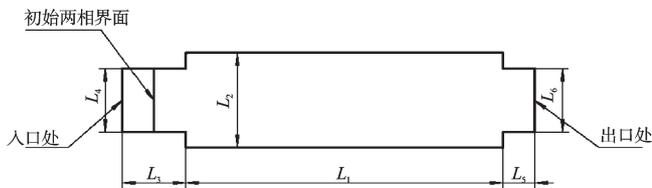


图1 直流道结构示意图

直流道结构尺寸如表 1 所示。

两相流的模拟需设置初始条件,包括求解域物理

表1 直流道结构尺寸(单位:m)

序号	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6
流道1	0.15	0.03	0.02	0.02	0.01	0.02
流道2	0.15	0.05	0.02	0.02	0.01	0.02

量的设定和边界条件的设定,具体物理量参数的设置如表 2 所示。边界条件的设置包括入口条件、出口条件以及壁面条件的设置。本研究采用速度入口,两相流压力出口、入口处两壁面为滑动壁面,其他壁面边界条件为默认设置,这里为对数的墙函数,考虑重力影响,无需设置对称边界。

表2 仿真参数

参数名	数值	定义
Mu1	5e-6 Pa·s	SiC 运动粘性系数
Rho1	2 329 kg/m ³	SiC 密度
Mu2	4.04e-5 Pa·s	Oil 运动粘性系数
Rho2	879 kg/m ³	Oil 密度
Vf_in	1	入口处稀疏磨粒流的体积分数
vin	20 m/s	入口速度
Re	2e5	雷诺数
dts	5·(1-flclhs(t-5e-4,5e-4))	人工扩散参数

另外,网格的划分会对计算时间和精度产生巨大影响,本研究根据求解域的尺寸,设置物理参数 $\eta=0.002$, $\gamma=0.1$,同时要求网格尺寸近似等于界面厚度,本研究取为 0.002 m,网格类型为映射网格。

2.2 仿真结果分析与讨论

本研究通过利用相位场模型,定义了两相流的界面,模拟了不同尺寸直流内两相流的相变过程,该相变过程与 Abdullah Shah 与 Li Yuan 等人^[13]的研究结果相一致。

流道 1 在 $t=0:0.1$ s 相变过程仿真结果如图 2 所示。

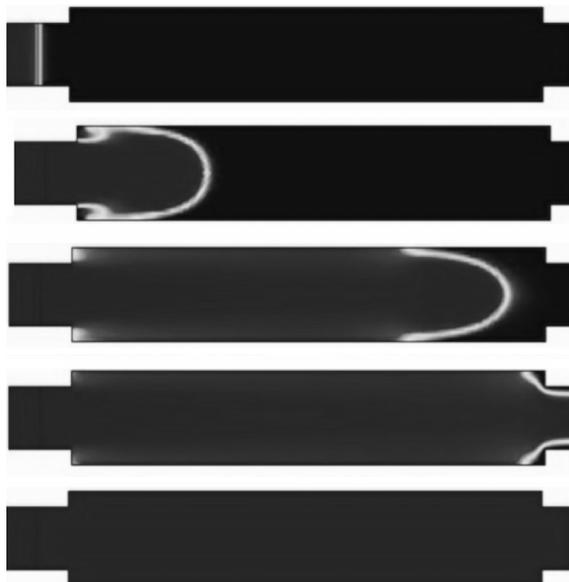


图2 $t=0$ s, 0.003 s, 0.01 s, 0.02 s, 0.1 s 流道 1 相变过程仿真结果

通道 2 在 $t=0:0.1$ s 相变过程仿真结果如图 3 所示,当 $t=0.1$ s 之后,计算收敛,两相流分布趋于稳定均匀。

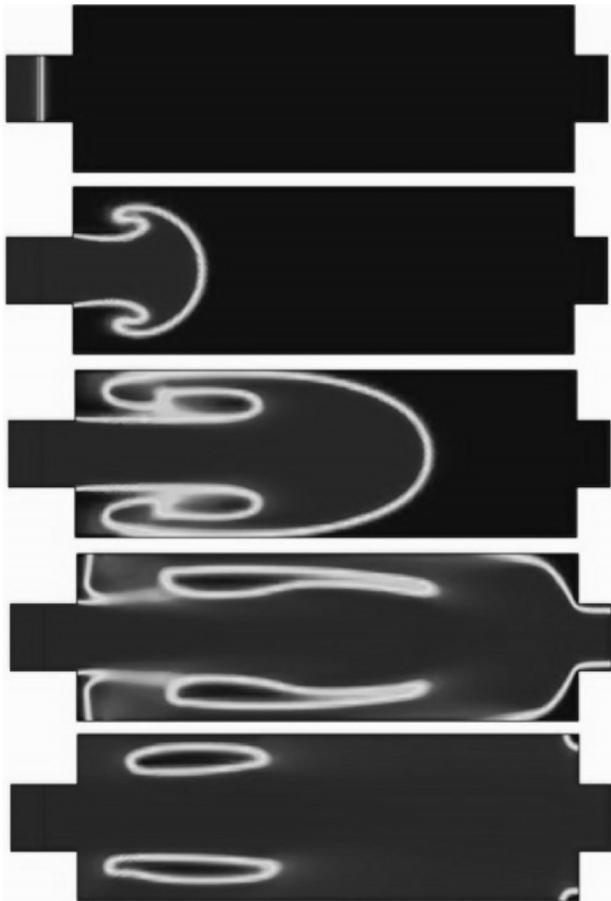
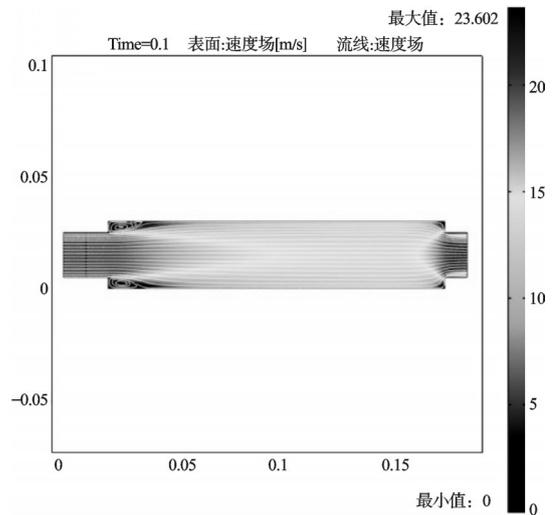


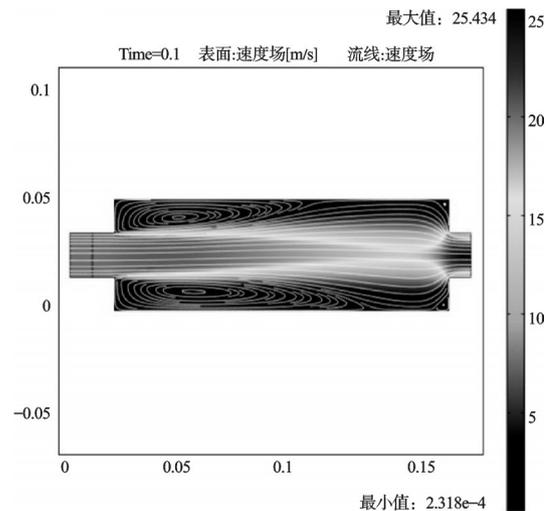
图 3 $t=0$ s, 0.003 s, 0.01 s, 0.02 s, 0.1 s 通道 2 相变过程仿真结果

对照仿真结果可以发现,当磨粒流以一速度流向另一流体区的时候,在流道突然变大的情况下,主流与壁面脱离,其间形成回流区,如图 2~3 中在 0.003 s 时所示,在粘性力作用下主流携带着涡向前运动,而受壁面粘滞力的作用则使得涡停滞,当主流和涡流两部分达到一种动态的平衡状态时,则在突扩截面后形成一个稳定的旋涡区,如图 2~3 中在 0.02 s, 0.1 s 时所示。对比两流道可发现旋涡区随着流道横截面尺寸的变大而变大,回流现象越明显,这点与理论分析相一致。由于涡旋的存在,必然要消耗主流的能量,涡旋尺度及强度越大,所消耗的主流能量也就越多,通过突扩的能量损失也就越大,也就是磨粒流能量损失随着流道尺寸的增大而增大。这种情况对磨粒流加工造成危害。

两流道速度流线图具有相似性, $t=0.1$ s 两相流速度场流线图如图 4 所示。从图 4 可以看出,当流场达到稳态时,流道 1 内速度分布较为均匀,近壁面流速较为一致,流道 2 内速度分布差异大,近壁区流速较小



(a) 流道 1 速度场

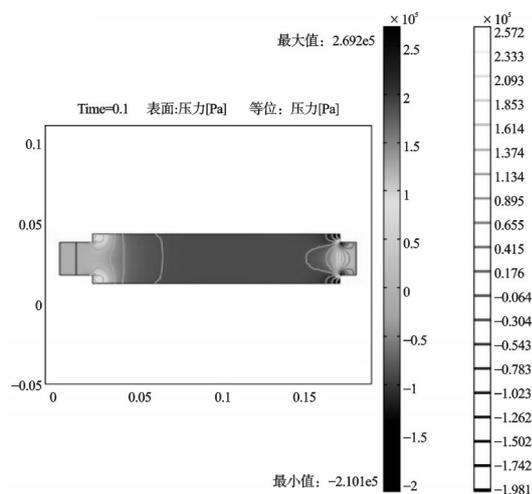


(b) 流道 2 速度场

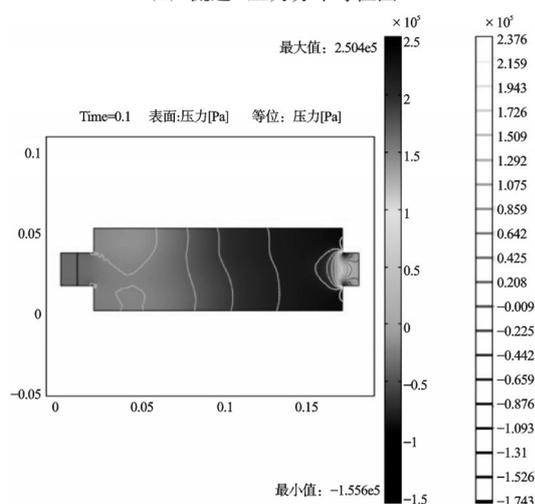
图 4 $t=0.1$ s 两相流速度场流线图

且差异明显。比较两流道可以发现,磨粒流在静止平壁上的流动,由于粘性作用,流速在壁面上存在最小值,整个流道速度为先增加后减小,趋于后端流道出口时速度增加。因此,在磨粒流加工过程中,研究者可以合理选择加工位置及流道尺寸,从而控制磨粒流在湍流场中的加工。

在 $t=0.1$ s 时,两流道内压力分布情况如图 5 所示。可以看到,流道 1 压力分布均匀,流道内的大部分区域压力大小一致,流道 2 压力随着流体从入口到出口逐渐增大,在进出口突扩处压力达到最大值。从磨粒流加工效率上分析,压力越大,磨削强度越大,磨削效果越显著,但同时,压力的不均衡造成了流道壁面的去除情况不均衡。因此,流道 1 相对于流道 2 更适合于加工,能够用于均匀切削加工面,但切削力显然没有流道 2 大,因此本研究提出可根据磨削的具体条件改变加工位置,或者合理选择流道尺寸,从而提高加工效率和精度。



(a) 通道1压力分布等位图



(b) 通道2压力分布等位图

图5 $t=0.1$ s两相流压力分布等位图

3 结束语

本研究提出了一种基于相位场模型的两相流场特性分析方法,并在该模型基础上成功模拟出软性磨粒流在两个不同尺寸直流道中的相变过程,与国外一些研究成果相一致,并分析了两流道速度场和压力场的异同对于提高加工效率和精度的重要性。

流道尺寸的改变会造成软性磨粒流能量损耗的改变,研究者通过合理选择流道尺寸可为进一步的实验验证奠定了理论基础,同时为研究软性磨粒流湍流形态调控的基本规律和磨粒流特性提供了一种理论工具。

相位场的研究尚处于起步阶段,仍存在问题,如在离散过程中会出现未处理区域的质量损失等,该方法的研究仍在不断改进,本研究的下一步工作也将就这方面作进一步改进,以期取得更接近实际的结果。

参考文献(References):

- [1] RHOADES L J. Extrude hone abrasive flow machining: a decade of progress [J]. *Abrasive Engineering Society Magazine*, 1980, 14(5):35-43.
- [2] JAIN V K, ADSUL S G. Experimental investigations into abrasive flow machining (AFM) [J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2000, 40 (7) : 1003-1021.
- [3] BONGSU J, KYUNG I J. Magnetorheological finishing process for hard materials using sintered iron-CNT compound abrasives [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2009, 45(5):407-418.
- [4] KU R T, SAEKI M, SYOJI K. Electrorheological fluid-assisted ultra-precision polishing of small three dimensional parts [J]. *Precision Engineering*, 2002, 26(4):370-380.
- [5] CHUN L, JIE S. A phase field model for the mixture of two incompressible fluids and its approximation by a Fourier-spectral method [J]. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 2003, 179(3-4):211-228.
- [6] RAYLEIGH L. On the theory of surface forces [J]. *Philosophical Magazine*, 1980, 17(6):397-425.
- [7] CAHN J W, ALLEN S M. A microscopic theory of domain wall motion and its experimental verification in Fe-Al alloy domain growth kinetics [J]. *Journal of Physics*, 1977, 38 (12):47-51.
- [8] CAHN J W, HILLIARD J E. Free energy of a non-uniform system. I. Interfacial energy [J]. *Journal of Chemical Physics*, 1958, 28(2):258-67.
- [9] OSHER S, SETHIAN J A. Fronts propagating with curvature-dependent speed: algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations [J]. *Journal of Computational Physics*, 1988, 79(1):12-49.
- [10] DI Y N, LI R, TANG T. A general moving mesh frame work in 3D and its application for simulating the mixture of multi-phase flows [J]. *Communications in Computational Physics*, 2008, 3(3):582-602.
- [11] SHU C W, OSHER S. Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing schemes [J]. *Journal of Computational Physics*, 1989, 83(1):32-78.
- [12] YANG J Y, YANG S C, CHEN Y N. Implicit weighted ENO schemes for three-dimensional incompressible Navier-Stokes equations [J]. *Journal of Computational Physics*, 1998, 146(1):464-87.
- [13] ABDULLAH S, LI Y. Numerical solution of a phase field model for incompressible two-phase flows based on artificial compressibility [J]. *Computers & Fluids*, 2011, 42 (1):54-61.

[编辑:李辉]