

九相电机不平衡供电性能分析*

郑 瑜¹, 康 敏^{1,2}

(1. 浙江大学 电气工程学院, 浙江 杭州 310027; 2. 浙江科技学院 自动化与电气学院, 浙江 杭州 310023)

摘要:针对“电机本体故障或逆变器故障等因素的影响,电机的各相实际电压不可能完全平衡,在不平衡供电下,电机的性能(定子电流和转矩脉动等)也会发生一定的改变”的问题,研究了多相集中整距绕组感应电机在不平衡供电下的性能,并以一台九相电机为研究对象,对其在不平衡供电下进行了 Ansoft 仿真,并分析了电压不平衡对定子电流和转矩脉动的影响。研究表明,电压不平衡的方式不同,对电机性能的影响也不尽相同;不平衡电压的幅值与相位变化将主要影响故障相的定子电流和相位,对非故障相的影响较轻,但将同时产生较大的转矩脉动,随着不平衡程度的增大,脉动也增大,且不平衡相位产生的脉动将大于不平衡幅值产生的脉动。

关键词:不平衡供电;多相感应电机;集中整距绕组

中图分类号:TM343

文献标志码:A

文章编号:1001-4551(2011)08-1006-06

Analysis of nine-phase induction motor under unbalanced supply

ZHENG Yu¹, KANG Min^{1,2}

(1. College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

2. College of Automation and Electrical Engineering, Zhejiang University of Science & Technology, Hangzhou 310023, China)

Abstract: The motor is supplied by an inverter, which may be expected to be well-balanced. However a voltage mismatch is measured between phases on the experimental system which would influence the performance of motor. Aiming at this problem, the multi-phase concentrated full-coil winding induction motor was analyzed under unbalanced supply. A finite element analysis was used to calculate and analyze a nine phase motor under unbalanced supply, and the performances was compared. The results indicate that the performance of multi-phase induction motor under unbalanced supply will be different from balanced supply, especially in the phase current and the torque ripple. It will produce positive sequence voltage and negative sequence voltage which will influence the phase current and torque ripple.

Key words: unbalanced supply; multi-phase induction motor; concentrated full-coil winding

0 引 言

受电力系统的限制,电机的相数通常不超过三相。电力电子器件和技术的发展使得多相功率变换器件成为可能,从而电机的相数也突破了这一限制。尤其是在大功率驱动领域,多相电机由于易于实现低压大功率,比多电平供电的三相电机更具竞争力。此外,多相电机还具有以下优点^[1]:①转矩脉动的幅值减小,脉

动的频率增加;②高可靠性^[2],多相电机的一相或几相定子绕组发生故障对驱动系统起动和运行的影响相对较小;③多相电机具有多个控制自由度,比如,可利用一台 n 相逆变器独立控制多台多相电机^[3]。多相电机已在大功率舰船驱动、汽车驱动等领域获得重要应用。然而,有一些学者同时也发现^[4-5],由于在电机本身或者供电过程中的轻微不平衡,将导致多相电机相电流的不平衡。

在三相电机中,由于很多情况下是直接连接供电

收稿日期:2010-12-10

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50677060);浙江省教育厅资助项目(Y200907092);浙江省科技计划资助项目(2008C01011-2; 2008C21163)

作者简介:郑 瑜(1985-),男,浙江宁波人,主要从事多相电机及其控制方面的研究。E-mail:dayue@hotmail.com

电源,供电网络负载不平衡是导致三相供电不平衡的最主要原因。对称分量法被广泛应用计算在该种情况下的电机运行状况,并提供相应的降载运行和有效保护的策略。

对于逆变器供电的多相电机,最常见的故障是逆变器功率器件的短路或断路,以及由此造成的电机各相供电电压不平衡,因此,有必要对多相电机不平衡运行下的性能进行深入研究。

本研究以广义的对称分量法为工具,深入研究了多相电机在不平衡供电下的性能状态,并进行了仿真验证。

1 电压不平衡下多相电机参数分析

在三相电机性能分析中,对称分量法被广泛的应用,与其类似,对于多相电机,也可采用广义的对称分量法来分析电机的稳态性能。就 m 相感应电机稳态运行时,可得^[6]:

$$\vec{v}_{pm0} = T \vec{v}_{abc} \quad (1)$$

其中:

$$\vec{v}_{abc} = [\vec{v}_a, \vec{v}_b, \vec{v}_c, \dots, \vec{v}_m]^T \quad (2)$$

$$\vec{v}_{pm0} = [\vec{v}_0, \vec{v}_{1p}, \vec{v}_{3p}, \dots, \vec{v}_{3n}, \vec{v}_{1n}]^T \quad (3)$$

$$T = \frac{1}{\sqrt{m}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & a & a^2 & \dots & a^{m-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & a^{(m-1)} & a^{2(m-1)} & \dots & a^{(m-1)(m-1)} \end{bmatrix}$$

$$a = e^{j\frac{2\pi}{m}} \quad (4)$$

由于电机不平衡供电时的性能并不依赖于哪相不平衡,为了便于分析,假定 A 相供电电压不平衡。在这种情况下,A 相电压需要重新定义:

$$\vec{v}'_a = \vec{v}_a + \Delta \vec{v}_a = k \vec{v}_a e^{j\theta} \quad (5)$$

式中: k —不平衡相电压的幅值系数, θ —A 相电压矢量的相位变化。

$$\Delta \vec{i}_{pm0} = \frac{1}{3} \left[\frac{\Delta \vec{v}_a}{z_0}, \frac{\Delta \vec{v}_a}{z_{1p}}, \frac{\Delta \vec{v}_a}{z_{3p}}, \frac{\Delta \vec{v}_a}{z_{5p}}, \frac{\Delta \vec{v}_a}{z_{7p}}, \frac{\Delta \vec{v}_a}{z_{7n}}, \frac{\Delta \vec{v}_a}{z_{5n}}, \frac{\Delta \vec{v}_a}{z_{3n}}, \frac{\Delta \vec{v}_a}{z_{1n}} \right]^T \quad (13)$$

$$\Delta \vec{i}_{abc} = T^{-1} \Delta \vec{i}_{pm0} = \frac{\Delta \vec{v}_a}{9} \begin{bmatrix} \frac{1}{z_0} + \frac{1}{z_{1p}} + \frac{1}{z_{3p}} + \frac{1}{z_{5p}} + \frac{1}{z_{7p}} + \frac{1}{z_{7n}} + \frac{1}{z_{5n}} + \frac{1}{z_{3n}} + \frac{1}{z_{1n}} \\ \frac{1}{z_0} + \frac{a^{-1}}{z_{1p}} + \frac{a^{-3}}{z_{3p}} + \frac{a^{-5}}{z_{5p}} + \frac{a^{-7}}{z_{7p}} + \frac{a^{-7}}{z_{7n}} + \frac{a^5}{z_{5n}} + \frac{a^3}{z_{3n}} + \frac{a^1}{z_{1n}} \\ \frac{1}{z_0} + \frac{a^{-2}}{z_{1p}} + \frac{a^{-6}}{z_{3p}} + \frac{a^{-10}}{z_{5p}} + \frac{a^{-14}}{z_{7p}} + \frac{a^{14}}{z_{7n}} + \frac{a^{10}}{z_{5n}} + \frac{a^6}{z_{3n}} + \frac{a^2}{z_{1n}} \\ \vdots \\ \frac{1}{z_0} + \frac{a^{-8}}{z_{1p}} + \frac{a^{-24}}{z_{3p}} + \frac{a^{-40}}{z_{5p}} + \frac{a^{-56}}{z_{7p}} + \frac{a^{56}}{z_{7n}} + \frac{a^{40}}{z_{5n}} + \frac{a^{24}}{z_{3n}} + \frac{a^8}{z_{1n}} \end{bmatrix} \quad (14)$$

且:

$$\vec{v}'_{abc} = \vec{v}_{abc} + \Delta \vec{v}_{abc} \quad (6)$$

$$\Delta \vec{v}_{abc} = [\Delta \vec{v}_a, 0, 0, \dots, 0]^T \quad (7)$$

于是,所有相电压都可以用 \vec{v}_a 和 $\Delta \vec{v}_a$ 表示,采用稳态对称分量法,可得 m 相相电压的各序分量为^[7-8]:

$$\vec{v}'_{pm0} = T \vec{v}'_{abc} \quad (8)$$

$$\Delta \vec{v}_{pm0} = T \Delta \vec{v}_{abc} \quad (9)$$

$$\vec{i}_{pm0} = \left[\frac{\vec{v}_0}{z_0}, \frac{\vec{v}_{1p}}{z_{1p}}, \frac{\vec{v}_{3p}}{z_{3p}}, \dots, \frac{\vec{v}_{3n}}{z_{3n}}, \frac{\vec{v}_{1n}}{z_{1n}} \right]^T \quad (10)$$

$$\vec{i}_{abc} = [\vec{i}_a, \vec{i}_a a^{-1}, \vec{i}_a a^{-2}, \dots, \vec{i}_a a^{-8}]^T = \left[\frac{\vec{v}_a}{z_{1p}}, \frac{\vec{v}_a}{z_{1p}} a^{-1}, \frac{\vec{v}_a}{z_{1p}} a^{-2}, \dots, \frac{\vec{v}_a}{z_{1p}} a^{-8} \right]^T \quad (11)$$

2 九相电机不平衡供电时的性能分析

本研究以一台九相电机作为分析对象,进行不平衡供电的性能分析。极对数 $p = 3$, 定子 54 槽,转子 44 槽,定子内径为 205 mm,转子外径为 204.1 mm,铁芯长 170 mm,采用集中整距绕组,每相串联匝数为 114,并联支路数为 1,其各次平面的结构参数如表 1 所示。

表 1 九相电机各次平面结构参数

参数	R_1/Ω	L_{1m}/H	L_{0s1}/H	R_{r1}/Ω
值	1.5	0.252 2	0.005 9	0.489 4
参数	L_{0r1}/H	L_{3m}/H	L_{0s3}/H	R_{r3}/Ω
值	0.012 1	0.028 0	0.006 0	0.416 1
参数	L_{0r3}/H	L_{5m}/H	L_{0s5}/H	R_{r5}/Ω
值	0.012 2	0.010 1	0.006 3	0.410 5
参数	L_{0r5}/H	L_{7m}/H	L_{0s7}/H	R_{r7}/Ω
值	0.012 9	0.005 1	0.006 8	0.409 3
参数	L_{0r7}/H			
值	0.014 5			

根据第 1 节所述方式,计算可得:

$$\Delta \vec{v}_{pm0} = \frac{1}{3} \left[\underbrace{\Delta \vec{v}_a, \Delta \vec{v}_a, \dots, \Delta \vec{v}_a}_9 \right]^T \quad (12)$$

此时, $a = e^{j\frac{2\pi}{9}}$, 且:

$$\vec{i}'_{abc} = \vec{i}_{abc} + \Delta \vec{i}_{abc}$$

将表 1 的电机参数代入式(15), 可得:

$$\begin{aligned} \vec{i}_a &= \vec{v}_a(0.0496 - 0.0260j) \\ \vec{i}_b &= \vec{v}_a(0.0213 - 0.0518j) \\ \vec{i}_c &= \vec{v}_a(-0.017 - 0.0534j) \\ \vec{i}_d &= \vec{v}_a(-0.0473 - 0.030j) \\ \vec{i}_e &= \vec{v}_a(-0.0555 + 0.0075j) \\ \vec{i}_f &= \vec{v}_a(-0.0377 + 0.0414j) \\ \vec{i}_g &= \vec{v}_a(-0.0023 + 0.0560j) \\ \vec{i}_h &= \vec{v}_a(0.0342 + 0.0443j) \\ \vec{i}_i &= \vec{v}_a(0.0547 + 0.0120j) \\ \vec{i}'_a &= \vec{v}_a \left[\begin{aligned} &(-0.1669 - 0.3009j) + \\ &ke^{j\theta}(0.2165 + 0.2749j) \end{aligned} \right] \\ \vec{i}'_b &= \vec{v}_a \left[\begin{aligned} &(0.0675 - 0.0128j) + \\ &ke^{j\theta}(-0.0462 - 0.039j) \end{aligned} \right] \\ \vec{i}'_c &= \vec{v}_a \left[\begin{aligned} &(0.0065 - 0.0448j) + \\ &ke^{j\theta}(-0.0235 - 0.0086j) \end{aligned} \right] \\ \vec{i}'_d &= \vec{v}_a \left[\begin{aligned} &(-0.0575 - 0.0558j) + \\ &ke^{j\theta}(0.0102 + 0.0258j) \end{aligned} \right] \\ \vec{i}'_e &= \vec{v}_a \left[\begin{aligned} &(-0.0946 - 0.0406j) + \\ &ke^{j\theta}(0.0391 + 0.0481j) \end{aligned} \right] \\ \vec{i}'_f &= \vec{v}_a \left[\begin{aligned} &(-0.0875 - 0.0065j) + \\ &ke^{j\theta}(0.0498 + 0.0479j) \end{aligned} \right] \\ \vec{i}'_g &= \vec{v}_a \left[\begin{aligned} &(-0.0394 + 0.0307j) + \\ &ke^{j\theta}(0.0371 + 0.0253j) \end{aligned} \right] \\ \vec{i}'_h &= \vec{v}_a \left[\begin{aligned} &(0.0271 + 0.0535j) + \\ &ke^{j\theta}(0.0071 - 0.0092j) \end{aligned} \right] \\ \vec{i}'_i &= \vec{v}_a \left[\begin{aligned} &(0.0809 + 0.0513j) + \\ &ke^{j\theta}(-0.0262 - 0.0393j) \end{aligned} \right] \end{aligned} \tag{17}$$

将各相不平衡电流与平衡供电时相比, 可得系数

矢量 $\vec{\lambda}$:

$$\begin{aligned} \vec{\lambda}_a &= \frac{\vec{i}'_a}{\vec{i}_a} = (-0.1451 - 6.1427j) + \\ &\quad ke^{j\theta}(1.145 + 6.1426j) \\ \vec{\lambda}_b &= \frac{\vec{i}'_b}{\vec{i}_b} = (0.6694 + 1.0278j) + \\ &\quad ke^{j\theta}(0.3306 - 1.0278j) \\ \vec{\lambda}_c &= \frac{\vec{i}'_c}{\vec{i}_c} = (0.7263 + 0.3533j) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &ke^{j\theta}(0.2737 - 0.3533j) \\ \vec{\lambda}_d &= \frac{\vec{i}'_d}{\vec{i}_d} = (1.4003 + 0.2918j) + \\ &\quad ke^{j\theta}(-0.4003 - 0.2918j) \\ \vec{\lambda}_e &= \frac{\vec{i}'_e}{\vec{i}_e} = (1.5775 + 0.9444j) + \\ &\quad ke^{j\theta}(-0.5775 - 0.9444j) \\ \vec{\lambda}_f &= \frac{\vec{i}'_f}{\vec{i}_f} = (0.9667 + 1.2334j) + \\ &\quad ke^{j\theta}(0.0333 - 1.2334j) \\ \vec{\lambda}_g &= \frac{\vec{i}'_g}{\vec{i}_g} = (0.5756 + 0.6804j) + \\ &\quad ke^{j\theta}(0.4244 - 0.6804j) \\ \vec{\lambda}_h &= \frac{\vec{i}'_h}{\vec{i}_h} = (1.0562 + 0.2007j) + \\ &\quad ke^{j\theta}(-0.0562 - 0.2007j) \\ \vec{\lambda}_i &= \frac{\vec{i}'_i}{\vec{i}_i} = (1.607 + 0.5856j) + \\ &\quad ke^{j\theta}(-0.607 - 0.5856j) \end{aligned} \tag{18}$$

显然, 矢量 $\vec{\lambda}$ 的模表示各相电流幅值的增大比例, $\vec{\lambda}$ 的相位表示不平衡供电下各相电流与平衡供电下的该相电流的相位差。

若不平衡电压只有幅值发生变化, 即 k 为变量, 而 $\theta = 0$ 时, 根据式(18)可以得到, 随着 k 的变化, 各相电流幅值变化曲线如图 1 所示; 随着 k 的变化, 各相电流与平衡供电各相电流的相位差的变化曲线如图 2 所示。

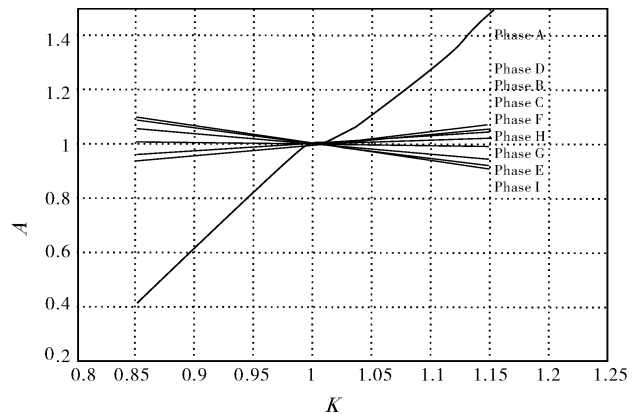


图 1 各相电流幅值变化曲线

由图 1、图 2 可知, 当电压只有幅值发生变化时: 对于故障相的影响最大, 轻微电压变化足以引起数倍电流变化。当不平衡电压幅值增大时, 故障相电流

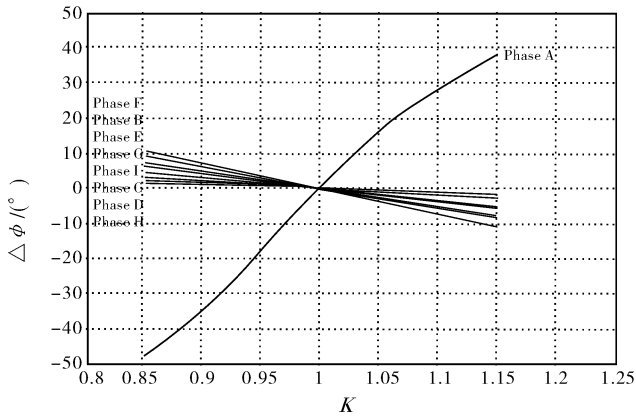


图 2 各相电流相位差变化曲线

相位超前;当不平衡电压幅值减小时,故障相电流相位滞后。对于非故障相,B、C、D、F 四相的幅值变化趋同,随着 k 增大而增大;而 H、G、E、I 幅值变化则相反,随着 k 的增大反而减小,但非故障相的幅值变化明显小于故障相。而在相位变化上,非故障相趋于一致且与故障相变化相反。

若不平衡电压只有相位发生变化,即 θ 为变量,而 $k = 1$ 时,可得:随着 θ 的变化,各相电流幅值变化曲线如图 3 所示;随着 θ 的变化,各相电流与平衡供电各相电流的相位差的变化曲线如图 4 所示。

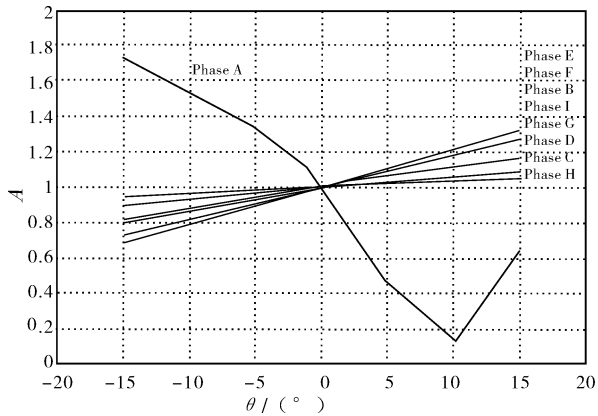


图 3 各相电流幅值变化曲线

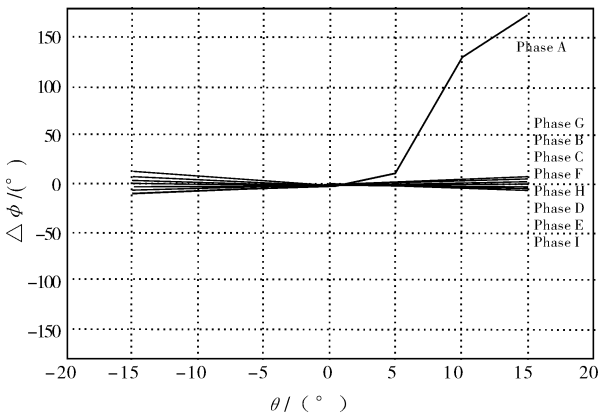


图 4 各相电流相位差变化曲线

由图 3、图 4 曲线可知,当不平衡电压只有相位发生变化时:对于故障相(A 相)的影响最大,当不平衡电压的角度超前时($\theta \geq 0$),A 相电流幅值骤然减小,且电流相位大幅度超前于平衡供电时的电流相位;当不平衡电压的角度滞后时($\theta \leq 0$),A 相电流幅值大幅度增长,但相位只有小幅度的滞后。

对于非故障相,在幅值变化上趋于一致且与故障相变化相反,但其变化幅度较小。在相位变化上,当不平衡电压的角度超前时($\theta \geq 0$),G、B、C、F 四相的相位超前于平衡供电时的同相电流,且随着 θ 增大而增大,而 H、D、E、I 四相的相位滞后于平衡供电时的同相电流,随着 θ 增大滞后的角度也将增大;当不平衡电压的角度滞后时($\theta \leq 0$),G、B、C、F 四相的相位滞后于平衡供电时的同相电流,而 H、D、E、I 四相的相位超前于平衡供电时的同相电流。

由式(10)和式(13)可得:

$$\vec{i}'_{pm0} = \vec{i}_{pm0} + \Delta \vec{i}_{pm0} \tag{19}$$

根据文献[9]可知,高次正负序电流将不会在基波平面产生气隙磁动势,进而无法产生高倍频转矩脉动,因此,只需关注基波平面的正负序电流即可(即 \vec{i}_{1p} 、 \vec{i}_{1n})。根据式(19)可得:

$$\vec{\lambda}_p = \frac{\vec{i}'_{1p}}{\vec{i}_{1p}} \tag{20}$$

$$\vec{\lambda}_n = \frac{\vec{i}'_{1n}}{\vec{i}_{1n}}$$

矢量 $\vec{\lambda}_p$ 、 $\vec{\lambda}_n$ 的模表示正负电流幅值相对于平衡供电时正序电流幅值的比值, $\vec{\lambda}_p$ 、 $\vec{\lambda}_n$ 的相位表示正、负电流相位相对于平衡供电时正序电流的相位差。

若不平衡电压只有幅值发生变化,即 k 为变量,而 $\theta = 0$,可以得到:随着 k 的变化,正、负序电流幅值变化曲线如图 5 所示;随着 k 的变化,正、负序电流相位差变化曲线如图 6 所示。

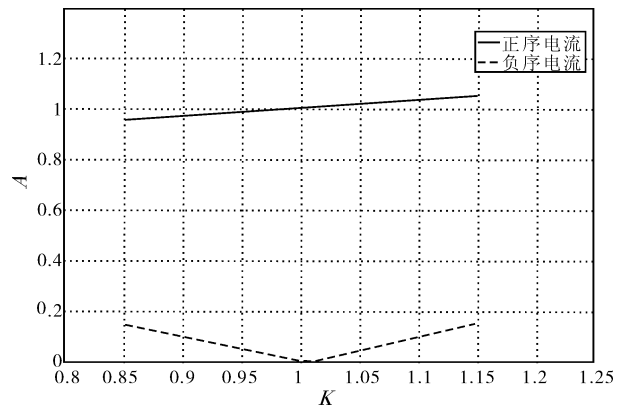


图 5 正、负序电流幅值变化曲线

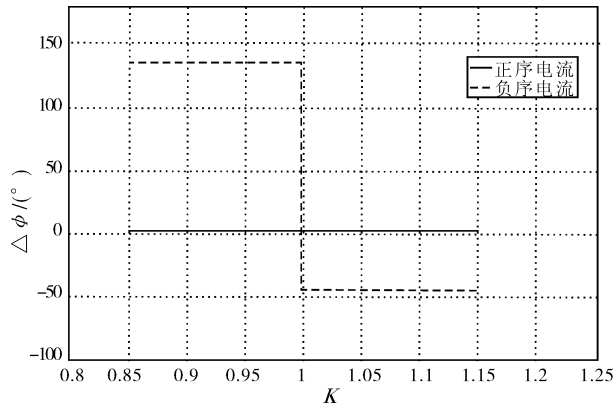


图 6 正、负序电流相位差变化曲线

由图 5、图 6 曲线可知,当不平衡电压只有幅值发生变化时:正序电流幅值与 k 成线性关系,并随着 k 的增大而增长,而相位保持不变;负序电流幅值的变化趋势为一条折线,随着电压不平衡程度的增大而增加,而相位差为两个固定值。

若不平衡电压只有相位发生变化,即 θ 为变量,而 $k = 1$,可以得到:随着 θ 的变化,正、负序电流幅值变化曲线如图 7 所示;随着 θ 的变化,正、负序电流相位差变化曲线如图 8 所示。

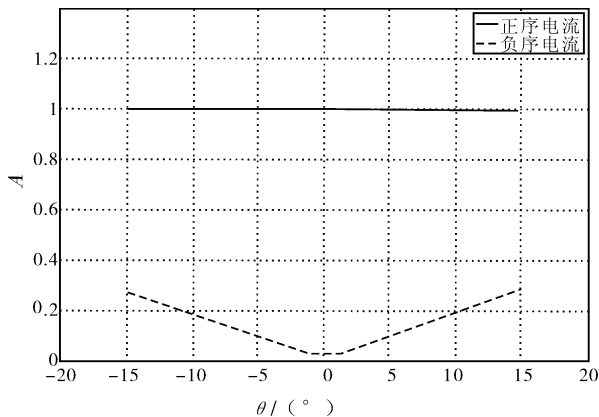


图 7 正、负序电流幅值变化曲线

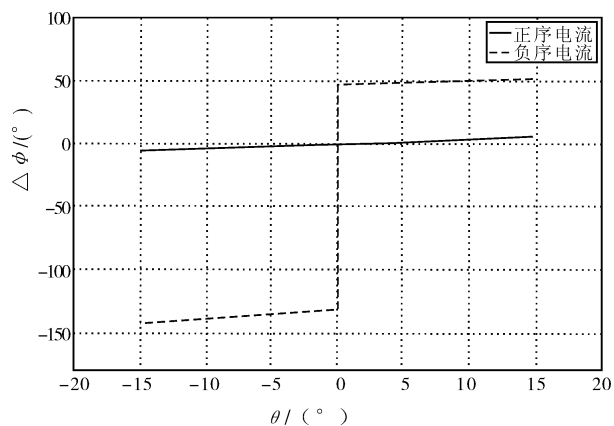


图 8 正、负序电流相位差变化曲线

由图 7、图 8 曲线可知,当不平衡电压只有相位发生变化时:正序电流幅值保持不变;当不平衡电压的角度超前时 ($\theta \geq 0$),正序电流将超前于平衡供电时的正序电流,当不平衡电压的角度滞后时 ($\theta \leq 0$),与之相反。负序电流幅值的变化趋势为一条折线,随着电压不平衡程度的增大而增加,而相位差为两条变化缓慢的直线。

3 九相电机不平衡供电的仿真计算

本研究采用二维有限元分析软件 Ansoft/Maxwell2D 对九相电机不平衡供电进行仿真。各种供电的电流分布图如图 9~13 所示。平衡供电时的九相电流如图 9 所示,当 $k = 1.15$ 和 $k = 0.95$ 时,分别测得各相分布如图 10 和图 11 所示;当 $\theta = \pi/12$ 和 $\theta = -\pi/12$ 时,分别得到各相分布如图 12、图 13 所示。

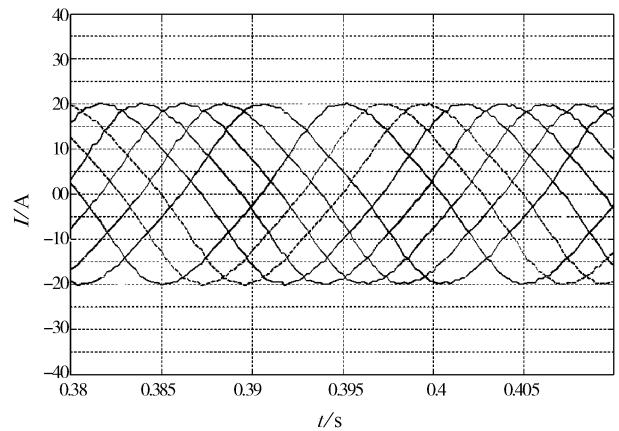


图 9 平衡供电时各相电流分布图

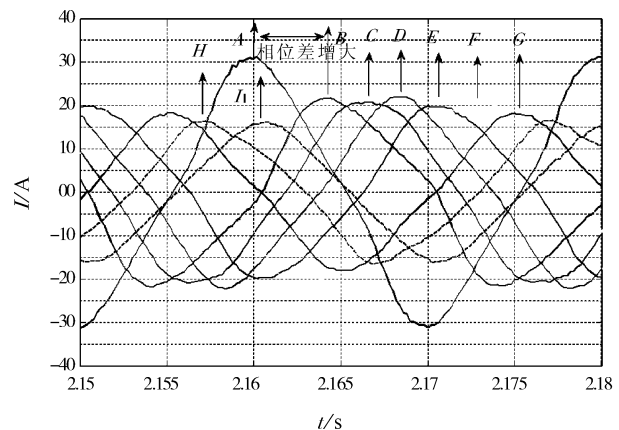


图 10 $k = 1.15$ 时各相电流分布图

由仿真结果可知,各相电流的幅值和相位变化与上节理论分析相符,各种不平衡供电下转矩脉动的统计,如表 2 所示。

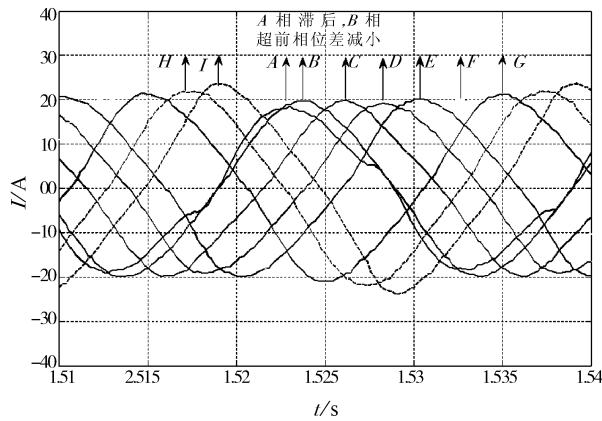


图 11 $k = 0.95$ 时各相电流分布图

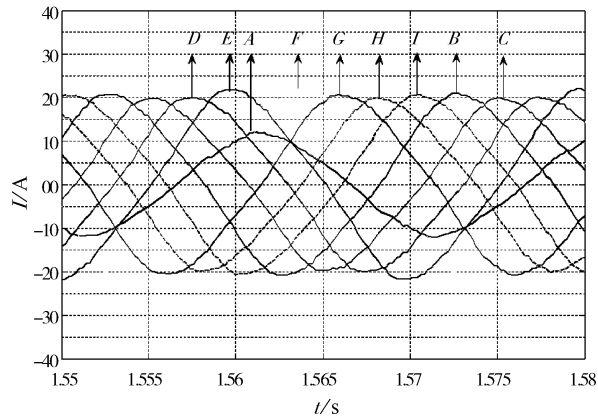


图 12 $\theta = \pi/12$ 时各相电流分布图

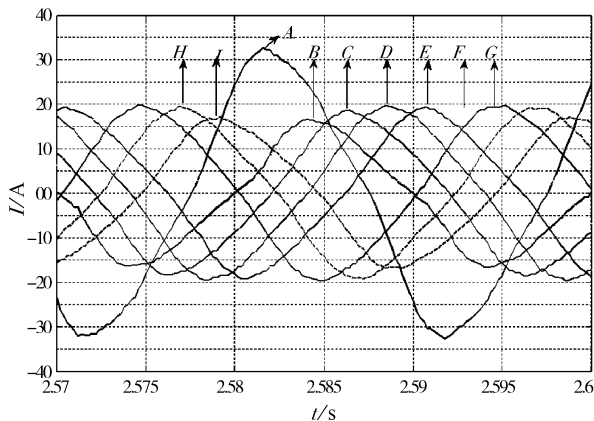


图 13 $\theta = -\pi/12$ 时各相电流分布图

表 2 各种不平衡供电下的电机转矩脉动

k	1	1.05	1.1	1.15	0.95	0.9	0.85
转矩脉动/ $N \cdot m$	5.2	8.1	11.5	15	7.5	11.2	14.1
θ		$+5^\circ$	$+10^\circ$	$+15^\circ$	-5°	-10°	-15°
转矩脉动/ $N \cdot m$		10.3	17.1	22.8	12.7	20.3	25.5

由表 2 可知,对于不平衡电压的幅值变化,随着幅值的不平衡度增大,脉动转矩也增大,其原因为:由于正负序电流的存在,将导致两倍频转矩脉动,其大小与

正负序电流的幅值乘积成正比^[10],而图 5、图 6 已给出不同程度不平衡电压下的正、负序电流大小,随着不平衡程度的增大,正、负序电流的乘积将会增大,故转矩脉动增大;对于不平衡电压的相位变化,随着相位变化的增大,转矩脉动也将增大,其原因与幅值变化时的脉动增大原因相同,在此不做赘述。

4 结束语

本研究针对集中整距绕组九相电机在供电不平衡运行下,使用广义的对称分量法进行模型分析,并得出各种不平衡供电条件下的各相电流分布图,并使用有限元仿真对不平衡供电下的九相电机进行性能仿真,验证了分析的正确性。

参考文献 (References) :

- [1] SINGH G K. Multiphase induction machine drive research - a survey [J]. **Electronic Power System Research**, 2002 (61) :139-147.
- [2] JAHNS T M. Improved reliability in solid-state ac drives by means of multiple independent phase-drive units[J]. **IEEE Transactions IA**,1980 (16) :321-331.
- [3] LEVI E. A novel concept of a multiphase, multi-motor vector controlled drive system supplied from a single voltage source inverter[J]. **IEEE Transactions on Power Electronics**, 2004,19(2) : 320-335.
- [4] HARLEY R G. AND MAKRAM E B, Starting Transients of induction motors connected to unbalanced network [J]. **International Journal of Electric Power System Research**, 1989(17) :189-197.
- [5] APSLEY J M. De-rating of multiphase induction machines due to supply unbalance [C]//IEEE International, Electric Machines and Drives Congerence,2009:1851-1857.
- [6] 侯立军. 多相感应电机变频调速系统的研究[D]. 西安:西安交通大学;2003.
- [7] WHITE D C, WOODSON H H. Electromechanical Energy Conversion [M]. Wiley,1959.
- [8] Institute of Electrical and Electronics Engineers. IEEE Std 141 - 1993 IEEE Recommended Practice for Electric Power Distribution for industrial Plants [S]. IEEE Red Book,1993.
- [9] KLINGSHIM E A. High phase order induction motors. I. Description and theoretical considerations [J]. **IEEE Transactions on Power Apparatus Sytems**,1983,102(1) :947-953.
- [10] WILLIAMSON S, LAITHWAITE E R. Generalised harmonic analysis for the steady-state performance of sinusoidally-excited cage induction motors [J]. **Proceeding of IEEE**, 1985, 132(3) : 157-163. [编辑:张翔]