

# 基于 LMI 的永磁直线电机 $H_\infty$ 鲁棒控制器设计

陈国锋, 方 强\*, 李江雄

(浙江大学 机械工程学系, 浙江 杭州 310027)

**摘要:** 针对永磁直线同步电机(PMLSM)伺服控制中存在的模型摄动和外部干扰问题, 保证闭环控制系统的鲁棒稳定和鲁棒性能, 将基于状态反馈的  $H_\infty$  鲁棒控制器应用到永磁直线同步电机的速度环和电流环设计中, 通过建立伺服系统鲁棒控制的状态空间模型, 将  $H_\infty$  标准设计问题转化为线性矩阵不等式(LMI)的最优求解问题, 利用 Matlab LMI 工具求出最优的  $H_\infty$  鲁棒反馈控制器。研究表明该  $H_\infty$  鲁棒控制器对模型参数变化不敏感, 扰动抑制能力强, 具有较强的鲁棒性。

**关键词:** 永磁直线同步电机; 线性矩阵不等式;  $H_\infty$  鲁棒控制

中图分类号: TP273; TH39

文献标志码: A

文章编号: 1001-4551(2011)06-0704-04

## $H_\infty$ robust controller design of permanent magnet linear synchronous motor based on LMI

CHEN Guo-feng, FANG Qiang, LI Jiang-xiong

(College of Mechanics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of the model parameter uncertainties and external disturbance for permanent magnet linear synchronous motor(PMLSM) servo control, as well as guaranteed robust stability and robust performance of the closed-loop control system, and the  $H_\infty$  robust controller was designed based on state feed-back in the speed-loop and current-loop. The  $H_\infty$  robust standard design problem was translated to an optimization solution of the linear matrix inequality(LMI) by building the state space-model of the servo system, then the optimization  $H_\infty$  robust controller was solved with Matlab LMI tools. The results indicate that the controller can satisfy strong robustness for model parameter uncertainties and restraint disturbance.

**Key words:** permaneat maguet linear synchronous motor(PMLSM); linear matrix inequality(LMI);  $H_\infty$  robust control

## 0 引 言

直线电机采用直接驱动方式, 具有响应速度快, 灵敏度高, 且永磁直线电机的定子永磁体采用模块化设计, 定子长度可以无限增加。定位器是飞机大部件调姿对接系统中的最主要单元, 可实现对大部件的固持、调姿和对接, 飞机大部件对接装配过程中要求定位器在对接方向具有较大的行程。传统的驱动方式“旋转电机+滚珠丝杆”在定位器对接方向应用中, 丝杆刚度难以得到保证, 且容易产生谐振, 而齿轮齿条传动由于齿隙的存在会影响对接装配精度。采用永磁直线电机直接驱动方式能满足定位器对接方向的控制要求,

但直线电机的运行环境比旋转电机要复杂得多。首先由于采用了直接驱动方式, 永磁同步直线电机转子质量变化、摩擦系数变化等会造成模型误差; 其次, 直线电机定子和转子的长度、宽度都是有限的, 存在“边端效应”, 此外, 直线电机较大的气隙会造成功率因数和效率较低。为满足高性能的控制要求, 鲁棒控制方法越来越多地应用在直线驱动控制中。

文献[1]在位置环采用自适应反推滑模控制方法(ABSMC), 以抑制外部干扰和模型参数变化。文献[2]对比讨论了永磁直线同步电机(PMLSM)位置控制系统的反推自适应控制器、自调节自适应控制器和基于模型参考的自适应控制器。通过实验验证, 这3种自适应控制器均具有较好的瞬态响应能力、负载干扰

抑制能力和跟踪能力。文献[3-7]将鲁棒控制引入永磁直线同步电机控制中,将鲁棒控制与前馈控制、IP 控制、PDFF 控制和神经网络控制相结合,从仿真实验结果表明,相比较于 PID 控制策略,具有较好的鲁棒性。文献[8]通过建立鲁棒干扰观测器,在位置环采用前馈控制,通过鲁棒控制器自适应调节前馈控制的参数,以达到抑制干扰的效果。

鲁棒控制是针对具有模型不确定的被控对象在外部干扰条件下而设计的一种控制方法。H $\infty$  控制是鲁棒控制的一个重要分支,它以 H $\infty$  参数为性能指标,通过为系统设计状态反馈控制器,使闭环系统在参数不确定和存在外部干扰时仍能保持稳定和达到理想的性能要求。

本研究以永磁直线同步电机为对象,研究其高精度 H $\infty$  鲁棒控制器的设计问题。对直线电机构成一个三环控制系统,在位置环采用比例控制,为消除模型不确定性和外部干扰的影响,在速度环和电流环设计了 H $\infty$  鲁棒状态反馈控制器,以保证系统的鲁棒稳定和鲁棒性能。然后将直线伺服电机的鲁棒控制问题转化为一种称为线性矩阵不等式(LMI)或带有线性矩阵不等式限制条件的最优化问题,利用 Matlab LMI 工具箱求解。

## 1 PMLSM 数学模型

考虑电机定子电流基波分量时,可以使用  $d$ - $q$  轴模型,注意到由永磁体产生的磁动势为定值,并且在次级上无阻尼绕组,定子侧的  $d$ - $q$  轴电压方程式为<sup>[9-10]</sup>:

$$\begin{aligned} u_d &= R_d i_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - \frac{\pi v}{\tau} \lambda_q \\ u_q &= R_q i_q + \frac{d\lambda_q}{dt} + \frac{\pi v}{\tau} \lambda_d \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \lambda_d &= L_d i_d + \lambda_{PM} \\ \lambda_q &= L_q i_q \end{aligned}$$

式中: $u_d, i_d, L_d$ —分别为  $d$  轴电压、电流和电感; $u_q, i_q, L_q$ —分别为  $q$  轴电压、电流和电感; $R_d, R_q$ —分别为动子和定子电枢相电阻; $\lambda_{PM}$ —一定子永磁体产生的励磁磁链; $v$ —直线电机运动速度(动子速度); $\tau$ —极距。

本研究对 PMLSM 采用磁场分量  $i_d = 0$  的控制策略,使动子电流矢量与定子永磁体磁场在空间上正交,则电磁推力  $F_e$  与成  $i_q$  成正比,即:

$$F_e = \frac{3\pi}{2\tau} \lambda_{PM} i_q = K_f i_q \quad (2)$$

式中: $K_f$ —电磁推力系数。

永磁同步电机运动方程为:

$$F_e = F_L + Dv + M \frac{dv}{dt} \quad (3)$$

式中: $F_L$ —负载阻力, $D$ —粘滞摩擦系数, $M$ —动子及动子所带负载的总质量。

本研究选取电机的  $q$  轴电流  $i_q$  和运动部分的速度  $v$  作为状态变量,则永磁同步直线电机的状态方程为:

$$\frac{di_q}{dt} = (-R_q i_q - K_f v + u_q) / L_q \quad (4)$$

$$\frac{dv}{dt} = (K_f i_q - Dv - F_L) / M \quad (5)$$

其中, $K_f = \frac{3\pi}{2\tau} \lambda_{PM}, K_l = \frac{\pi}{\tau} \lambda_{PM} = \frac{2}{3} K_f$ 。

根据上面的状态方程得到控制系统框图如图 1 所示。

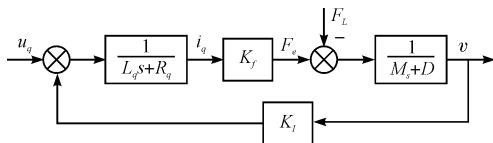


图 1 PMLSM 控制系统框图

## 2 H $\infty$ 状态反馈控制器设计

### 2.1 鲁棒控制系统结构建立

本研究采用常规的三环控制原理,位置调节器采用比例(P)控制,以保证输出对位置指令的跟踪性能。速度环和电流环采用 H $\infty$  状态反馈控制,以克服参数不确定性因素和各种干扰对系统的影响永磁直线同步电机系统状态空间结构如图 2 所示, $K = [K_1 \ K_2]$  为 H $\infty$  鲁棒控制器,在设计速度控制器时,引入一个积分环节,以使系统对阶跃速度信号的跟踪误差渐近趋于零。本研究取状态变量为  $x = [x_1 \ x_2]$ ,其中  $x_1 = v, x_2 = i_q$ ,这 3 个状态变量可以直接得到,与被控对象一起构成增广被控对象。

### 2.2 H $\infty$ 状态反馈控制器设计

基于 H $\infty$  控制理论设计控制系统,不论是鲁棒稳定还是干扰抑制问题,都可以归结为求反馈控制器使闭环系统稳定且闭环传递函数阵的 H $\infty$  范数最小或者小于某一给定值。为设计 H $\infty$  反馈控制器,可根据图 2 得到系统的广义系统图,如图 3 所示。

图 3 中, $u$  为控制信号,同时也是控制器的输出, $y$  为观测量, $\omega$  为干扰输入信号,包括参考输入信号和干扰输入, $z$  为受控输出(评价信号),在选取中,状态变量和控制量的加权是相互独立的。由输入信号  $u, \omega$  到输出信号  $z, y$  的传递函数阵  $G(s)$  称为增广被控对象,它包括实际被控对象和为了描述设计指标而设定的加权函数等。 $K(s)$  为控制器。

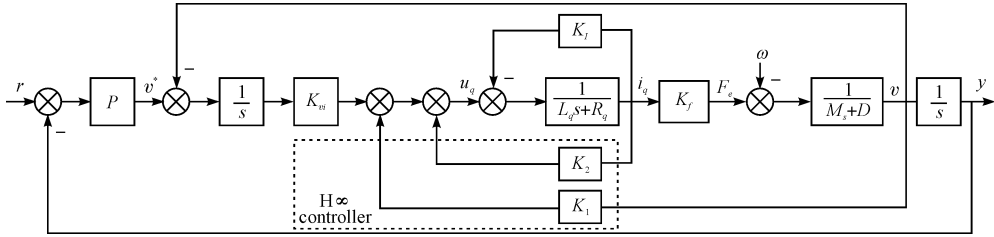


图2 基于状态反馈的鲁棒控制器结构图

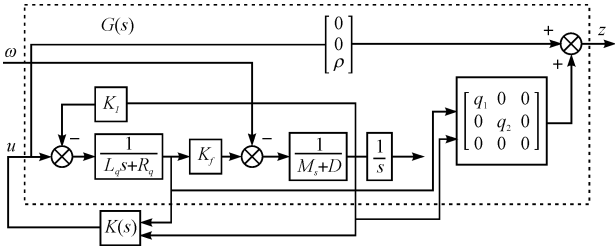


图3 广义系统框图

设传递函数矩阵  $G(s)$  的状态空间由下式给出：

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 \omega + B_2 u \\ z &= C_1 x + D_{11} \omega + D_{12} u \\ y &= C_2 x + D_{21} \omega + D_{22} u \end{aligned} \quad (6)$$

式中： $\dot{x}$ — $n$  维状态向量， $\omega$ — $r$  维信号向量， $u$ — $p$  控制信号向量， $z$ — $m$  维受控输出信号向量， $y$ — $q$  维输出信号向量。

设系统的观测量等于系统的状态变量，即  $y = x$ 。若式(6)满足  $(A, B_2)$  可稳定，可检测  $D_{11} = 0; D_{12}^T [C_1 \ D_{12}] = [0 \ I]$ 。则引入一个状态反馈控制器：

$$u = Kx \quad (7)$$

则式(6)可变为：

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A + B_2 K)x + B_1 \omega \\ z &= (C_1 + D_{12} K)x \\ y &= x \end{aligned} \quad (8)$$

则从  $\omega$  到  $z$  闭环传递函数无穷范数为：

$$\begin{aligned} \|T_{z\omega}(s)\|_{\infty} &= LFT[G(s), K(s)] = \\ &\| (C_1 + D_{12} K) [sI - (A + B_2 K)^{-1} B_1] \| \quad (9) \end{aligned}$$

对于给定的增广被控对象  $G(s)$  和  $\gamma (\gamma > 0)$ ，求反馈控制器  $K(s)$  使得闭环系统内部稳定，且  $\|T_{z\omega}(s)\|_{\infty} < \gamma$ 。通过不断递减  $\gamma$ ，可以求得最优的  $K(s)$ ，这就是  $H_{\infty}$  状态反馈控制器最优问题。一般情况下需考虑  $H_{\infty}$  标准设计问题，即令  $\gamma = 1$ ，求反馈控制器  $K(s)$  使得闭环系统内部稳定，且  $\|T_{z\omega}(s)\|_{\infty} < 1$ 。

### 2.3 基于 LMI 的鲁棒控制问题求解

随着求解凸优化问题的内点法的提出，LMI 被应用到系统和控制的各个领域，许多问题可以转化为 LMI 系统的一个可行性问题，或者是一个具有 LMI 约束的凸优化问题，而对于  $H_{\infty}$  状态反馈控制器最优问题也可以转化为 LMI 问题，进行求解。

对系统(6)，存在一个  $H_{\infty}$  状态反馈控制器，当且

仅当存在一个对称正定矩阵  $X$  和矩阵  $W$  使得以下的矩阵不等式成立：

$$\begin{bmatrix} AX + B_2 W + (AX + B_2 W)^T & B_1 & (C_1 X + D_{12} W)^T \\ B_1^T & -I & D_{11}^T \\ C_1 X + D_{12} W & D_{11} & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

进而，如果矩阵不等式(10)存在一个可行解  $X^*$  和  $W^*$ ，则  $u = W^* (X^*)^{-1} x$  是系统的一个  $H_{\infty}$  状态反馈控制器。由于  $D_{11} = 0$ ，式(10)可以化为下式：

$$\begin{bmatrix} AX + B_2 W + (AX + B_2 W)^T + \gamma^2 B_1 B_1^T & (C_1 X + D_{12} W)^T \\ C_1 X + D_{12} W & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

按照图3中所标注的状态变量，可得增广被控对象的状态空间实现为：

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} -\frac{D}{M} & \frac{K_f}{M} \\ -\frac{K_f}{L_q} & -\frac{R_q}{L_q} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -\frac{1}{M} \\ 0 \end{bmatrix} \omega + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} u \\ z &= \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho \end{bmatrix} \omega \end{aligned} \quad (12)$$

式中： $u$ —控制输入信号； $q_i \geq 0 (i = 1, 2)$ ； $\rho$ —加权系数， $\rho > 0$ 。

利用 Matlab LMI 工具箱求解式(11)中的  $X^*$  和  $W^*$ ，通过  $K = W^* (X^*)^{-1}$  可求得  $H_{\infty}$  状态反馈控制器。

## 3 仿真结果分析

本研究选用 Danaher 公司的 Platinum DDL 直线电机进行仿真实验，电机参数：动子质量  $M_e = 2\ 000$  kg(电动机子和机械平台的总质量)，粘滞摩擦系数  $D_e = 8.0$  N·s/m，电机推力常数  $K_{f_e} = 712$  N/A，动子电枢  $q$  轴电感  $L_q = 253$  mH，动子电枢电阻  $R_q = 25.5$   $\Omega$ (下脚标  $e$  表示额定值)，动子质量  $M$  变化范围  $2\ 000$  kg ~  $4\ 000$  kg，粘滞摩擦  $D$  变化范围  $8.0$  N·s/m ~  $16.0$  N·s/m。

为了保证有较好的跟踪性能和响应特性，位置环采用比例控制策略，取  $K_{pp} = 80$ ，速度环积分环节  $K_{vi} = 1\ 000$ 。在评价信号  $z$  中，选取加权系数  $q_1 = 100, q_2 =$

20,  $\rho = 1$ 。通过建立和求解的 LMI 的优化问题,利用 Matlab LMI 工具箱 mincx 求解器,可得  $H^\infty$  鲁棒状态反馈控制器矩阵  $K = [-120.3564 \quad -15.6103]$ 。

本研究将  $H^\infty$  鲁棒控制器和与传统的 PI 控制器进行比较,建立永磁直线同步电机的  $H^\infty$  鲁棒控制器和 PI 控制器的仿真模型,考虑其阶跃响应。系统空载启动后 2 s,控制回路突加 1 000 N 的负载阶跃扰动情况下,PI 控制器和  $H^\infty$  鲁棒器对阶跃位置指令的位置输出响应曲线如图 4、图 5 所示,电机动子质量  $M$  和粘滞摩擦系数  $D$  均增大 2 倍时, $H^\infty$  鲁棒器对阶跃位置指令的输出响应曲线如图 6 所示。

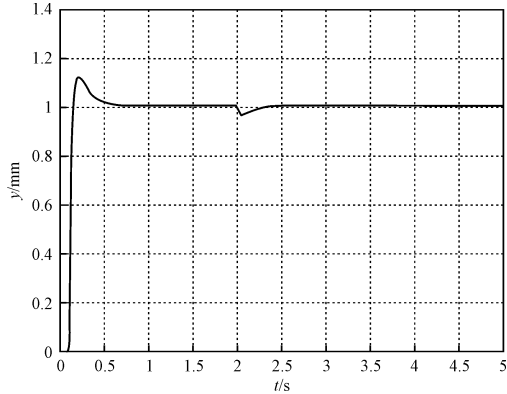


图 4 常规 PI 控制器位置输出阶跃响应曲线

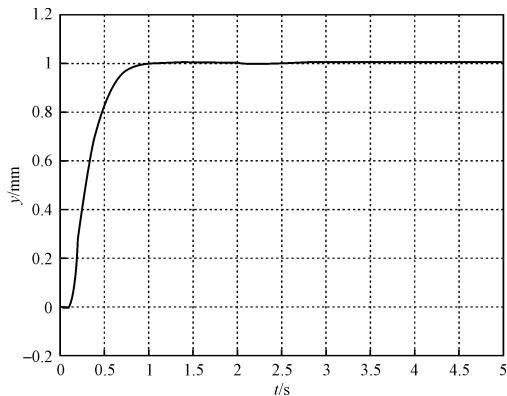


图 5  $H^\infty$  鲁棒控制器位置输出阶跃响应曲线

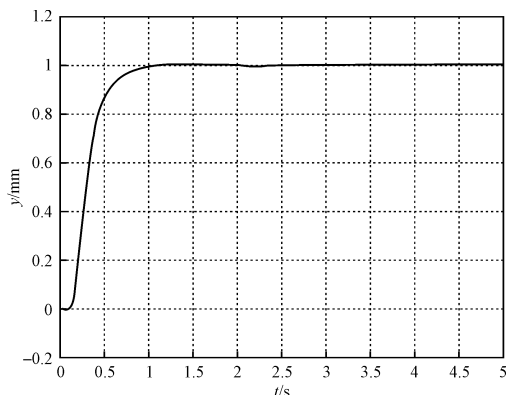


图 6  $M = 2M_e$  和  $D = 2D_e$  变化时, $H^\infty$  鲁棒控制器位置输出阶跃响应曲线

比较图 4、图 5 发现, $H^\infty$  鲁棒控制器的阶跃响应超调较小,且在抑制阶跃扰动方面的能力较强。比较图 5、图 6,当模型扰动(动子质量  $M$  和粘滞摩擦系数  $D$  发生变化)时, $H^\infty$  鲁棒器具有很好的效果,对参数变化不敏感。可见  $H^\infty$  鲁棒器抑制了模型扰动及外部干扰对系统的影响,保持了系统的鲁棒性能。

## 4 结束语

本研究以永磁直线同步电机为研究对象,研究基于状态反馈的  $H^\infty$  鲁棒控制器设计,采用 LMI 法求出最优的  $H^\infty$  鲁棒控制器。从仿真结果来看,该控制器既能很好地保证闭环控制的鲁棒稳定性,又能抑制模型扰动及外部干扰对系统的影响。

## 参考文献 (References):

- [1] GUAN Li-rong, YANG Jun-you. Permanent magnet linear synchronous motor drive using adaptive backstepping sliding mode control [C]//International Conference on Computer and Electrical Engineering. IEEE, 2008;573-577.
- [2] LIU Tian-Hua, LEE Yung-Ching, CHANG Yih-Hua. Adaptive controller design for a linear motor control system[J]. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, 2004, 40(2):601-615.
- [3] CHEN Yuan-ru, CHEUNG Norbert C, JIE Wu.  $H^\infty$  robust control of permanent magnet linear synchronous motor in high-performance motion system with large parametric uncertainty[C]//IEEE Power Electronics Specialists Conference, 2002;536-539.
- [4] LIU Zuo-zong, LUO Fang-lin, AZIZUR R M. Robust and precision motion control system of linear motor direct drive for high-speed X-Y table positioning mechanism[J]. **IEEE Transactions on Industry Electronics**, 2005, 52(5):1357-1363.
- [5] ZHAO Xi-mei, GUO Qing-ding.  $H^\infty$  robust control for dual linear motors servo system[C]//IEEE the 5th International Power Electronics and Motion Control Conference, 2006;86-90.
- [6] CHENG Stone, HUANG Yuan-yong, CHOU Hsin-Hung. Dual robust controller design for high power AC servo drive [C]//Learning and Adaptive Behaviors for Robotic Systems, 2008:97-102.
- [7] ZHANG D L, CHEN Y P, ZHOU Z D, et al. Robust adaptive motion control of permanent magnet linear motors based on disturbance compensation[J]. **IEEE Electronics Power Application**, 2007, 1(4):543-548.
- [8] SU Wei-te, LIAW Chang-ming. Adaptive positioning control for a LPMSM drive based on adapted inverse model and robust disturbance observer[J]. **IEEE Transactions on Power Electronics**, 2006, 21(2):505-517.
- [9] 郭庆鼎,周悦,郭威.高精度永磁直线同步电动机伺服系统鲁棒位置控制器的设计[J],电机与控制学报, 1998, 2(4):208-212.
- [10] XU Yue-tong, FU Jian-zhong, CHEN Zi-chen. Precise and robust control of permanent magnet linear synchronous motor in a high-speed feeding system[C]//Proceedings of the 3th World Congress on Intelligent Control and Automation, 2004:4516-4520.