

平面曲柄滑块机构近似导向综合

刘爱华¹, 杜冬菊², 张科迪¹

(1. 海军潜艇学院 机电研究所, 山东 青岛 266042; 2. 海军潜艇学院 导弹兵器系, 山东 青岛 266042)

摘要:平面曲柄滑块机构近似导向综合数值解法设计参数多(7 个), 求解难度大, 且计算效率低下。为解决这一问题, 提出了平面曲柄滑块机构导向综合的方法: 将其拆分为两个双杆组, 分别进行综合, 并将综合结果组合以得到符合要求的平面机构, 减少了单个方程组的设计参数, 大大降低了求解难度, 提高了计算速度。最后, 推导出了两个双杆组的综合方程组, 并给出了具体实例, 使用实数连续法求解, 得到了 3 个能满足设计要求的机构, 实现了方案择优。

关键词:平面曲柄滑块机构; 机构综合; 实数连续法

中图分类号: TH122; TH123

文献标志码: A

文章编号: 1001-4551(2011)05-0564-03

Approximate synthesis of crank-slider mechanism for guidance

LIU Ai-hua¹, DU Dong-ju², ZHANG Ke-di¹

(1. Institute of Electromechanical Equipments, Navy Submarine Academy, Qingdao 266042, China;
2. Department of Missile and Weaponry Engineering, Navy Submarine Academy, Qingdao 266042, China)

Abstract: Approximate synthesis of crank-slider mechanism for guidance can be solved by numerical method, but it has low efficiency because of too many parameters(seven). In order to solve this problem, an efficient solution was presented. The linkage was decomposed into two parts, and each of them was synthesized respectively. The crank-slider mechanism was obtained by combining the solutions. The number of parameters was decreased, and the efficiency was enhanced. Two equations of synthesis were deduced. An example was provided and three suitable linkages were obtained by using real continuation method. Results show that the optimal design of the planar mechanism could be choiced further.

Key words: crank-slider mechanism; synthesis of mechanism; real continuation method

0 引 言

机械运动学设计是机构创新设计的基础, 文献 [1] 作出了较为全面的论述, 但并未涉及平面曲柄滑块机构近似导向综合问题。文中根据文献 [2] 推导出平面曲柄滑块机构综合方程组, 并给出具体实例, 使用实数连续法^[3-4]进行数值求解, 得到了 3 个能满足设计要求的机构。

本研究提出平面曲柄滑块机构导向综合方法, 将其拆分为两个双杆组, 分别进行综合, 将综合结果组合以得到符合要求的平面机构。

1 平面曲柄滑块机构刚体导引综合

平面曲柄滑块机构是机械工程常见的一种机构。

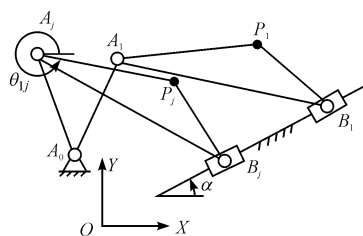


图 1 平面曲柄滑块机构

设计一机构, 要求连杆 A_0AP (如图 1 所示) 顺序通过一系列给定的位置(由连杆 AB 上一基点 P 的位置 P_j 及该连杆相对于第一个位置时的转角 θ_{lj} 表示), 这就是机构的刚体导引综合问题。点 P 的坐标 (P_{ix}, P_{iy}) 及连杆相对于第一个位置时的转角 θ_{lj} 为已知参数。固定点 A_0 的坐标 A_{0x}, A_{0y} 与 A, B 第一个位置的坐标 $A_{1x}, A_{1y}, B_{1x}, B_{1y}$ 以及滑道的倾斜角 α 为设计变量(共 7 个)。

由于设计参数较多,综合方程组求解难度较大。本研究将曲柄滑块机构划分为两个双杆组:主支 A_0AP 和从支 BAP 。其中主支 A_0Ap 的综合方程组为 4 个参数,从支 BAP 综合方程组为 3 个参数(以下将作详细论述),这样可以有效降低综合方程组维数,简化机构设计。将两个双杆组分别进行综合,然后组合双杆组 A_0AP 与 BAP 的综合结果,即得到符合设计要求的曲柄滑块机构。

2 综合方程组

由平面位移矩阵^[5-10]可知,刚体 $A_1B_1P_1$ 运动到第 j 个位置($A_jB_jP_j$)时,点 A_j 与点 B_j 的坐标分别为:

$$\begin{bmatrix} A_{jx} \\ A_{jy} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{1j} & -\sin \theta_{1j} & (P_{jx} - P_{1x} \cos \theta_{1j} + P_{1y} \sin \theta_{1j}) \\ \sin \theta_{1j} & \cos \theta_{1j} & (P_{jy} - P_{1x} \sin \theta_{1j} - P_{1y} \cos \theta_{1j}) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{1x} \\ A_{1y} \\ 1 \end{bmatrix} \quad j=2,3,\dots,n \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} B_{jx} \\ B_{jy} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{1j} & -\sin \theta_{1j} & (P_{jx} - P_{1x} \cos \theta_{1j} + P_{1y} \sin \theta_{1j}) \\ \sin \theta_{1j} & \cos \theta_{1j} & (P_{jy} - P_{1x} \sin \theta_{1j} - P_{1y} \cos \theta_{1j}) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{1x} \\ B_{1y} \\ 1 \end{bmatrix} \quad j=2,3,\dots,n \quad (2)$$

由于在机构运动过程中, A_0A 是定长,由杆长约束方程可得:

$$(A_{jx} - A_{0x})^2 + (A_{jy} - A_{0y})^2 = (A_{1x} - A_{0x})^2 + (A_{1y} - A_{0y})^2 \quad j=2,3,\dots,n \quad (3)$$

对于滑块 B ,倾斜角 α 是固定值,故有约束方程:

$$(B_{jy} - B_{1y}) = \text{tg } \alpha (B_{jx} - B_{1x}) \quad j=2,3,\dots,n \quad (4)$$

2.1 综合主支双杆组 A_0A_p

将式(1)代入式(3),且以 x_1, x_2, x_3, x_4 分别表示 $A_{0x}, A_{0y}, A_{1x}, A_{1y}$,整理得综合方程组:

$$f_{j-1}(x) = P_{j1}x_1x_3 + P_{j2}x_1x_4 + P_{j3}x_2x_3 + P_{j4}x_2x_4 + P_{j5}x_1 + P_{j6}x_2 + P_{j7}x_3 + P_{j8}x_4 + P_{j9} = 0 \quad j=2,3,\dots,n \quad (5)$$

其中:

$$P_{j1} = 1 - \cos \theta_{1j};$$

$$P_{j4} = 1 - \cos \theta_{1j};$$

$$P_{j2} = \sin \theta_{1j};$$

$$P_{j5} = -(P_{jx} - P_{1x} \cos \theta_{1j} + P_{1y} \sin \theta_{1j});$$

$$P_{j3} = -\sin \theta_{1j};$$

$$P_{j6} = -(P_{jy} - P_{1x} \sin \theta_{1j} - P_{1y} \cos \theta_{1j});$$

$$P_{j7} = \cos \theta_{1j} (P_{jx} - P_{1x} \cos \theta_{1j} + P_{1y} \sin \theta_{1j}) +$$

$$\sin \theta_{1j} (P_{jy} - P_{1x} \sin \theta_{1j} - P_{1y} \cos \theta_{1j});$$

$$P_{j8} = -\sin \theta_{1j} (P_{jx} - P_{1x} \cos \theta_{1j} + P_{1y} \sin \theta_{1j}) +$$

$$\cos \theta_{1j} (P_{jy} - P_{1x} \sin \theta_{1j} - P_{1y} \cos \theta_{1j});$$

$$P_{j9} = (P_{jx} - P_{1x} \cos \theta_{1j} + P_{1y} \sin \theta_{1j})^2 / 2 +$$

$$(P_{jy} - P_{1x} \sin \theta_{1j} - P_{1y} \cos \theta_{1j})^2 / 2.$$

式(5)中有 4 个参数,最多可进行 4 个点的精确综合,若 $n \geq 5$,则只能进行优化综合,优化目标函数为:

$$\min F(x) = \sum_{j=2}^n [f_{j-1}(x)]^2 \quad (6)$$

式中: $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$, $f_{j-1}(x)$ 由式(5)确定。

将式(6)分别对 x_1, x_2, x_3, x_4 求偏导,整理得梯度方程组:

$$\begin{cases} \sum_{j=2}^n f_{j-1}(x) (P_{j1}x_3 + P_{j2}x_4 + P_{j5}) = 0 \\ \sum_{j=2}^n f_{j-1}(x) (P_{j3}x_3 + P_{j4}x_4 + P_{j6}) = 0 \\ \sum_{j=2}^n f_{j-1}(x) (P_{j1}x_1 + P_{j3}x_2 + P_{j7}) = 0 \\ \sum_{j=2}^n f_{j-1}(x) (P_{j2}x_1 + P_{j4}x_2 + P_{j8}) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

根据 n 的大小,对式(5)或式(7)求解,解出 $A_{0x}, A_{0y}, A_{1x}, A_{1y}$ 值。

2.2 确定滑块位置和滑道倾斜角的大小

将式(2)代入式(4),且以 x_5, x_6, x_7 分别表示 $B_{1x}, B_{1y}, \text{tg } \alpha$,整理得综合方程组:

$$f_{j-1}(x) = P_{j1}x_5x_7 + P_{j2}x_6x_7 + P_{j3}x_5 + P_{j4}x_6 + P_{j5}x_7 + P_{j6} = 0 \quad j=2,3,\dots,n \quad (8)$$

式中:

$$P_{j1} = \cos \theta_{1j} - 1;$$

$$P_{j2} = -\sin \theta_{1j};$$

$$P_{j3} = -\sin \theta_{1j};$$

$$P_{j4} = 1 - \cos \theta_{1j};$$

$$P_{j5} = P_{jx} - P_{1x} \cos \theta_{1j} + P_{1y} \sin \theta_{1j};$$

$$P_{j6} = -(P_{jy} - P_{1x} \sin \theta_{1j} - P_{1y} \cos \theta_{1j}).$$

式(8)最多可进行 3 个点的精确综合。

当 $n \geq 4$ 时,只能用优化法进行综合,优化综合目标函数为:

$$\min F(x) = \sum_{j=2}^n [f_{j-1}(x)]^2 \quad (9)$$

式中: $x = [x_5, x_6, x_7]^T$, $f_{j-1}(x)$ 由式(8)确定。

将式(8)分别对 x_5, x_6, x_7 求偏导,整理得梯度方

程组:

$$\begin{cases} \sum_{j=2}^n f_{j-1}(x)(P_{j1}x_7 + P_{j3}) = 0 \\ \sum_{j=2}^n f_{j-1}(x)(P_{j2}x_7 + P_{j4}) = 0 \\ \sum_{j=2}^n f_{j-1}(x)(P_{j1}x_5 + P_{j2}x_6 + P_{j5}) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

根据 n 的大小,对式(8)或式(10)求解,解出 B_{1x} 、 B_{1y} 、 $\text{tg } \alpha$ 值。

3 算 例

实数连续法由于是在实数域内跟踪求解,计算路径少,求解效率高,能够求出大部分实数解。该算例采用该算法计算。

对如图 1 所示平面曲柄滑块机构,要求其连杆依次通过如表 1 所示给出的 7 个位置,试确定机构的尺度参数。

表 1 连杆的 7 个给定位置(P_j, θ_j)

j	1	2	3	4	5	6	7
P_j	0, 2	-0.5, 1.9	-1, 1.5	-1.5, 0.5	-1, 0.12	-0.5, 0.5	0, 1
θ_j	0°	-1.5°	3°	17°	32°	32°	26°

例中给定连杆 7 个位置,超出双杆组的变量数,只能对其进行优化综合,故需将数据代入梯度方程组:

(1) 将表 1 中数据代入式梯度方程组(7)中,得到 4 元 3 次多项式方程组,求出 A_{0x} 、 A_{0y} 、 A_{1x} 、 A_{1y} 实数解,代入优化目标函数式(6)中验算,共有 3 组实数解满足式(6),如表 2 所示;

(2) 将表 1 中数据代入梯度方程组(10)中,得到 3 元 3 次多项式方程组,求出 B_{1x} 、 B_{1y} 、 α 的实数解,代入优化目标函数式(9)中验算,有 1 组实数解满足式(9),如表 2 所示;

(3) 组合 1、2 中数据,得到 3 种不同的平面曲柄滑块机构,如表 2、图 2 所示。图 2 中“ Δ ”为固定点 A_0 位置,“ $*$ ”为给定位置。由图 2 可以看出,3 种机构 P 点的轨迹非常近似地通过 7 个给定位置。

表 2 综合得到的 3 组数据

No.	A_{0x}	A_{0y}	A_{1x}	A_{1y}	B_{1x}	B_{1y}	α
1	-0.893 9	-1.106 2	-0.856 4	-0.084 9	2.072 9	2.526 2	26.042 4
2	2.438 5	1.102 7	3.011 9	1.400 8	2.072 9	2.526 2	26.042 4
3	5.133 4	1.932 6	5.795 4	1.197 1	2.072 9	2.526 2	26.042 4

4 结 束 语

(1) 本研究使用拆分法推导出平面曲柄滑块机构近似刚体导引综合方程组,有效减少了方程组的维数,降低了求解难度,此方法可推广应用到其他机构尤其

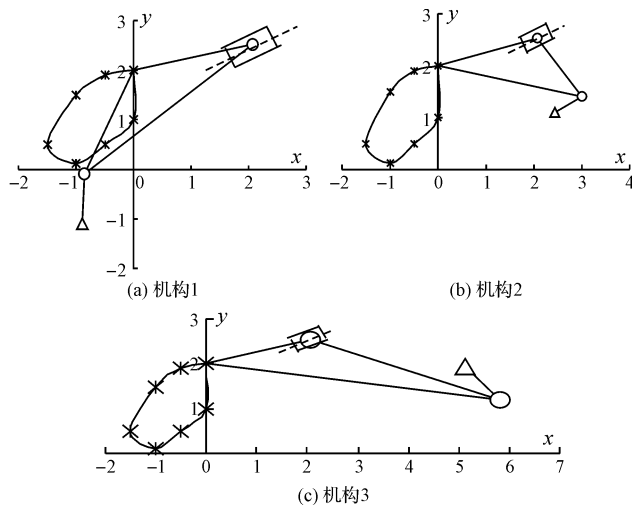


图 2 综合得到的 3 种机构

是多杆机构综合中去。

(2) 使用实数连续法可快速求出高维多次方程组的大多数实数解,算例中得到 3 个符合要求的机构,在机构设计中可对多个方案进行择优,具有重要的实际意义。

参考文献 (References):

- [1] 曹惟庆,徐曾荫. 机构设计[M]. 北京:机械工业出版社, 1992.
- [2] 刘安心,杨廷力. 机械系统运动设计[M]. 北京:中国石化出版社,1999.
- [3] 刘爱华,刘安心. Stephenson III 型平面六杆机构刚体导引综合[J]. 解放军理工大学学报:自然科学版, 2001, 2 (4):26-28.
- [4] 刘安心,杨廷力. 实数连续法及其在机构综合中的应用[J]. 机械科学与技术, 2001, 20(3):164-165.
- [5] LIU A X, YANG T L. Finding all solutions to unconstrained nonlinear optimization for approximate synthesis of planar linkages using continuation method[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1999, 121(3):368-374.
- [6] WAMPLER C W. Complete solution of the nine-point path synthesis problem for four-bar linkages[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1992, 114(1):153-159.
- [7] MORGAN A. Solving the kinematic of most general six and five-degree-of-freedom manipulators by continuation methods [J]. Journal of Mechanisms, ASME Transaction, 1985, 107(2):189-200.
- [8] 李成伟,朱秀丽,负超. 码垛机器人机构设计与控制系统研究[J]. 机电工程, 2008, 25(12):81-84.
- [9] 王知行,关立文,李建生,等. 平面四杆机构综合数值比较法的研究[J]. 机械工程学报, 2002, 36(2):47-50.
- [10] 王德伦,王淑芬,李涛. 平面四杆机构近似运动综合的自适应方法[J]. 机械工程学报, 2001, 37(12):21-26.