

基于简支梁振动的主动控制技术的研究

周振龙¹, 程光明^{2*}

(1. 浙江省特种设备检验研究院 电梯检验所, 浙江 杭州 310020; 2. 吉林大学 机械科学与工程学院, 吉林 长春 130025)

摘要: 振动主动控制技术正成为解决航空航天等领域振动控制问题的有效手段。压电材料由于其质量轻、响应速度快等优点在振动主动控制领域中占据了相当重要的位置。为验证其可行性, 将简支梁简化成三自由度系统, 建立了简支梁的运动微分方程和状态空间方程, 基于独立模态空间控制法 (IMSC) 设计了系统的控制律。对简支梁在初始扰动和持续激励下的振动进行了主动控制实验。实验结果表明, 所设计的控制系统能够有效抑制两种情况下简支梁的振动。

关键词: 简支梁; 主动控制; 压电驱动器; 独立模态空间控制

中图分类号: TH113.1; TH123; TB535

文献标志码: A

文章编号: 1001-4551(2011)04-0418-04

Research on active vibration control of simply-supported beam

ZHOU Zhen-long¹, CHENG Guang-ming²

(1. Elevator Department, Zhejiang Special Equipment Inspection and Research Institute, Hangzhou 310020, China;
2. College of Mechanical Science and Engineering, Jilin University, Changchun 130025, China)

Abstract: The active vibration control is becoming an effective mean to solve the vibration control problems of the aerospace and other fields. For its light and swift response, piezoelectric material occupies an important position of vibration engineering. In order to verify the feasibility, the simply-supported beam was predigested as a three degree of freedom system, and then the differential equation and state space equation were set up. According to the independent modal space control (IMSC), the control law was design. The vibration of beam under an initial disturbance and continuous incentives was controlled. The result proves that active vibration control of system is efficient.

Key words: simply-supported beam; active control; piezoelectric actuator; independent modal space control (IMSC)

0 引言

振动,特别是过度振动在很多情况下其危害是很大的,例如:振动会影响精密仪器设备的功能,降低仪器的工作精度,缩短产品与结构寿命等^[1]。因此,在很多方面需要对振动进行控制。

振动主动控制技术作为动力学、自动控制、计算机、材料与测试技术等诸多学科的交叉综合,具有修改设计方便、抑制低频振动效果好、能适应未知干扰和系统参数变化等显著优点,日益成为解决高复杂、大难度的振动控制问题的有效手段。振动主动控制系统包括控制对象、传感器、控制器、执行器及能源 5 个部分。主动控制的基本原理是由传感器检测控制对象的振

动,将信号传至控制器,实现所需的控制律,并发送指令到执行器,由执行器对控制对象施加控制力,所需能量由能源提供,由此构成一个闭环控制系统,实现对结构振动的控制。

本研究基于简支梁的主动控制系统,采用集中质量法建立系统的数学模型,基于独立模态空间控制法设计了系统的控制律,采用单片压电驱动器作为执行器,对简支梁的振动进行了主动抑制。

1 简支梁数学模型的建立

将压电驱动器贴于简支梁上,在电压作用下驱动器对梁的作用力可简化为一个弯矩^[2]。由模态理论可知,梁在 $x = x_i$ 处单位弯矩的激励下,在 x 处挠度的

频响函数^[3-5]为:

$$\Phi^w(w, x, x_i) = \sum_{i=1}^N \frac{Y_i(x)Y_i'(x_i)}{m_i\Omega_i^2(1 - \bar{w}_i^2 + 2j\varepsilon_i\bar{w}_i)} \quad (1)$$

式中: m_i, w_i, ε_i —第*i*阶模态质量,频率,阻尼比, $\bar{w}_i = w/\Omega_i$; $Y_i(x)$ —第*i*阶模态的固有振型。

则电压 u 激励产生的挠度响应^[6-7]:

$$\Phi^w(w, x, x_1, x_2) = k \sum_{i=1}^N \frac{Y_i(x)(Y_i'(x_2) - Y_i'(x_1))}{m_i\Omega_i^2(1 - \bar{w}_i^2 + 2j\varepsilon_i\bar{w}_i)} \quad (2)$$

当 $\Delta x = x_2 - x_1$ 与梁的长度相比较小时, $Y_i''(x_1)$ $\Delta x \approx Y_i'(x_2) - Y_i'(x_1)$, 所以:

$$\Phi^w(w, x, x_1, x_2) = k\Delta x \sum_{i=1}^N \frac{Y_i(x)Y_i''(x_1)}{m_i\Omega_i^2(1 - \bar{w}_i^2 + 2j\varepsilon_i\bar{w}_i)} \quad (3)$$

上式是梁挠度响应函数。将压电片贴于 $Y_i''(x_1)$ 的最大值处,即可得到*i*阶模态广义力激发*i*阶模态的最大响应。由于简支梁在低频振动时,其能量主要集中在一阶模态,取 $Y_i''(x_1)$ 最大值处为压电片粘贴处。 $Y_i''(x_1)$ 变化曲线如图1所示。

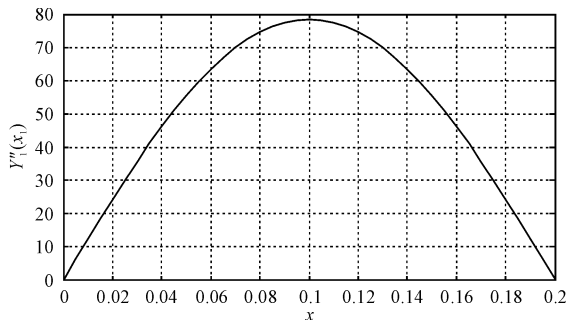


图1 $Y''_1(x_1)$ 随 x 变化曲线图

从图1可以看出,在一阶模态下, $Y''_1(x_1)$ 极大值点在简支梁的中间位置,故将压电片贴在梁的中间。

本研究采用的简支梁为铜质材料,压电驱动器和激振器采用 PZT-5H 材料的压电片。材料的性能参数如表1所示。

表1 简支梁、压电片的尺寸及性能参数

材料	简支梁(铜)	压电片(PZT-5H)
长	20.0 cm	4.0 cm
宽	2.2 cm	2.0 cm
厚	0.5 mm	0.3 mm
弹性模量	$1.31 \times 10^{11} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$	$7.51 \times 10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$
密度	$8.23 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$	$7.75 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
泊松比	0.35	0.32

由于该简支梁为大挠度柔性结构,其结构本身的阻尼远小于控制作用所产生的等效阻尼,为了研究和计算方便,忽略结构阻尼。故简支梁的运动微分方程为:

$$M\ddot{x} + Kx = F \quad (4)$$

式中: M, K —系统的质量矩阵和刚度矩阵; F —广义扰

力列阵。

简支梁的结构简图如图2所示,根据结构特点,将其简化成一个三自由度系统,如图3所示。

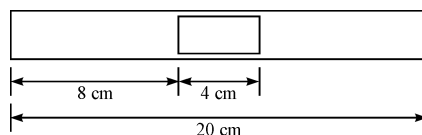


图2 贴有压电驱动器的支梁示意图

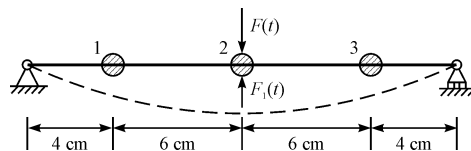


图3 简化为三自由度的简支梁示意图

经计算可得到梁的质量矩阵:

$$M = \begin{bmatrix} 0.007\ 24 & 0 & 0 \\ 0 & 0.007\ 34 & 0 \\ 0 & 0 & 0.007\ 24 \end{bmatrix} \quad (5)$$

由材料力学知,柔度矩阵为刚度矩阵的逆矩阵,故可通过计算柔度矩阵来确定刚度矩阵。为方便计算,近似认为简支梁是等截面匀质梁。

由图乘法^[8]知,位移的计算公式为:

$$\delta = \frac{1}{EI}Ay_0 \quad (6)$$

式中: A —曲线图形的面积, y_0 —曲线图形面积形心对应的直线图形的竖坐标。

经计算,柔度矩阵为:

$$\delta = \frac{l^3}{30\ 000EI} \begin{bmatrix} 256 & 355 & 184 \\ 355 & 625 & 230 \\ 184 & 230 & 256 \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中: l —梁的长度, E —梁的弹性模量, I —截面惯性矩。

刚度矩阵 $K = \delta^{-1}$, 经计算得:

$$K = \begin{bmatrix} 2\ 711.5 & -1\ 229.4 & -844.3 \\ -1\ 229.4 & 802.1 & 163 \\ -844.3 & 163 & 860.2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

F 为作用在1、2、3节点上的力的列阵,由于只在2节点处施加作用力 $F = [0 \ F(t) \ 0]^T$ 。梁的运动微分方程为:

$$\begin{bmatrix} 0.007\ 24 & 0 & 0 \\ 0 & 0.007\ 34 & 0 \\ 0 & 0 & 0.007\ 24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\ 711.5 & -1\ 229.4 & -844.3 \\ -1\ 229.4 & 802.1 & 163 \\ -844.3 & 163 & 860.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

2 控制律的设计

无限自由度系统的振动控制可以转化为模态空间内少量几个模态的振动控制,这就是模态控制法。模态控制法分为模态耦合控制法与独立模态空间控制法,后者可实现对所需控制的模态进行独立的控制,不影响其他未控的模态,具有易设计的优点,已成为模态控制中的一个主流方法^[9]。

本实验主要研究抑制简支梁振动的一阶模态,故采用独立模态空间控制法来抑制简支梁的振动。独立模态空间控制的设计过程主要有 3 个步骤:

- (1) 模态坐标的提取;
- (2) 确定位移增益与速度增益;
- (3) 由模态控制力转换至实际控制力。

对式(4),作如下变换:

$$x = \varphi q \quad (10)$$

式中: q —3 维模态坐标矢量, φ —振型矩阵,采用矩阵迭代法^[10]来确定 φ 。

设简支梁的前 3 阶初始阵型矩阵分别为:

$$\{A^{(1)}\}_0 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{Bmatrix}; \{A^{(2)}\}_0 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{Bmatrix}; \{A^{(3)}\}_0 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (11)$$

经过迭代后,得到简支梁的振型矩阵:

$$\varphi = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1.7 & 0 & -1.05 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

由式(10),求得模态坐标为:

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1909 & 0.3636 & 0.1909 \\ 0.5 & 0 & -0.5 \\ 0.3091 & -0.3636 & 0.3091 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

将式(10)代入式(4)得:

$$M\varphi\ddot{q} + K\varphi q = F \quad (14)$$

记 $\varphi^T M \varphi = I$, $\varphi^T K \varphi = \Omega$, $\Omega = \text{diag}[\omega_i^2]$, 上式可写成:

$$\ddot{q} + \Omega q = f \quad (15)$$

其 i 阶分量方程为:

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i = f_i = \varphi_i^T F \quad (16)$$

式中: ω_i — i 阶固有频率, f_i — i 阶模态控制力。

式(16)为模态方程,将 f_i 表示为:

$$f_i = -g_i q_i - h_i \dot{q}_i \quad (17)$$

式中: g_i, h_i —模态控制力的位移增益与速度增益。

则有控情况下的闭环系统方程为:

$$\ddot{q}_i + h_i \dot{q}_i + (g_i + \omega_i^2) q_i = 0 \quad (18)$$

其特征方程为:

$$\lambda^2 + h_i \lambda + \omega_i(\omega_i + g_i) = 0 \quad (19)$$

模态控制力的系数通常由极点配置法来确定,若第一阶极点配置在 $\lambda_1 = \alpha_1 \pm \beta_1 j$ 处,则可从闭环特征方程求得 h_1 与 g_1 :

$$\begin{cases} h_1 = 2\alpha_1 \\ g_1 = (\alpha_1^2 + \beta_1^2) / \omega_1 - \omega_1 \end{cases} \quad (20)$$

在实际控制工程中,通常希望控制系统具有适度的阻尼、较快的响应速度和较短的调节时间。综合考虑系统控制的平稳性和响应速度,将 1 阶闭环极点配置为:

$$\lambda_1 = -0.7 \pm 0.7j \quad (21)$$

由式(20)可求得:

$$\begin{cases} h_1 = -1.4 \\ g_1 = -27.965 \end{cases} \quad (22)$$

故 1 阶模态控制力:

$$f_1 = 27.965 q_1 + 1.4 \dot{q}_1 \quad (23)$$

对独立模态空间控制,实际控制力 F 为:

$$F = - \sum_{i=1}^n M \varphi_i (g_i q_i + h_i \dot{q}_i) \quad (24)$$

将 h_1 与 g_1 代入上式,并有各节点的位移关系可得实际控制力:

$$F = 0.205 2x + 0.010 3\dot{x} \quad (25)$$

式中: x —2 节点的位移。

3 主动控制实验研究

简支梁的振动主动控制系统的结构如图 4 所示。

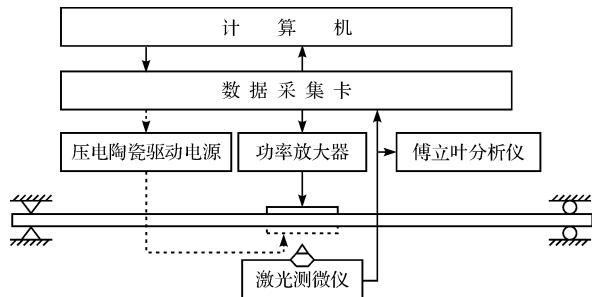


图 4 简支梁振动主动控制系统结构简图

在实验中,本研究使用激光测位仪作为传感器,以检测简支梁中间节点距平衡位置的位移,通过数据采集卡将信号输入计算机,计算机根据所设计的控制律对数据进行处理,再通过采集卡输出控制信号,经功率放大器放大后作用到压电驱动器上,从而抑制简支梁的振动。

3.1 初始扰动下,振动控制实验研究

在简支梁中间节点施加一个初始力,使该节点产

生一个 5 mm 的初始位移,然后突然撤掉该作用力,使简支梁自由振动,当中间节点的位移进入传感器的量程后,所设计的控制程序开始对简支梁的振动进行主动控制。采用傅里叶分析仪得到在自由衰减情况下和施加控制力作用下的简支梁中间节点的位移响应曲线如图 5、图 6 所示。

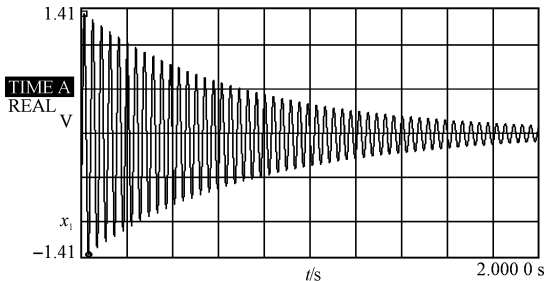


图 5 无控状态下,梁的响应曲线

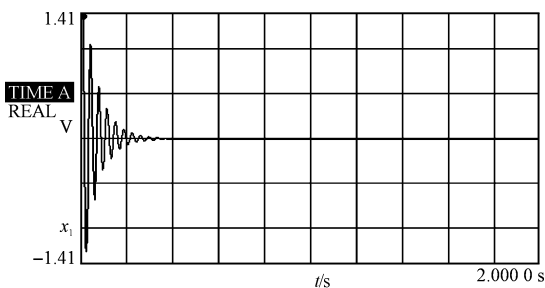


图 6 有控状态下,梁的响应曲线

通过两种状态下的响应曲线发现,在实施控制前,简支梁的振动在自身阻尼的作用下缓慢衰减;在实施控制后,其衰减速度明显增大,说明本研究所设计主动控制系统对简支梁的振动控制是有效的。通过实验得到两种情况下,简支梁恢复到平衡位置的时间分别为 2.76 s 和 0.38 s。

3.2 持续激励下,振动控制实验研究

在实验中,在简支梁的另一侧与压电驱动器对称地粘贴一个相同材料和尺寸的压电片作为激振器。通过数据采集卡,输出一个电压值为 5 V,频率为简支梁的 1 阶固有频率 20 Hz 的正弦激励信号,再通过 HPV 压电陶瓷驱动电源将信号放大 10 倍后施加到激振器上,使其对简支梁产生一个持续的激励,仍然使用原控制系统对梁进行振动抑制。通过多功能傅里叶分析仪采集到的响应曲线如图 7 所示。

图中,竖线左侧为简支梁受持续激励的响应曲线,右侧为系统施加控制作用后的响应曲线。在施加控制作用后,简支梁的振幅被快速削减,在很短的时间就稳定下来。通过施加控制作用前后的响应曲线的峰值可以算出,施加控制作用后简支梁的振幅被削减到原来的 39.9%。

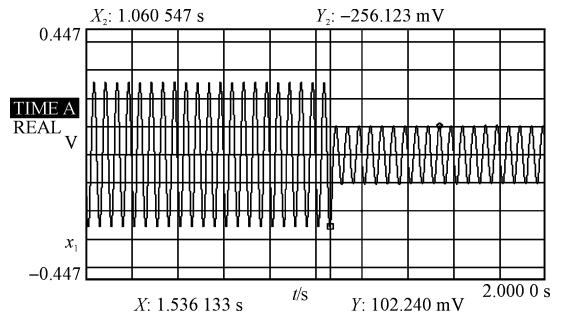


图 7 20 Hz 激振频率时,梁的响应曲线

4 结束语

本研究建立了简支梁的振动主动控制系统,并采用独立模态空间控制法进行了主动控制实验。在初始扰动下,对简支梁的自由振动进行了主动控制,得到了简支梁自由衰减和受控状态下的响应曲线,简支梁在自由衰减状态下回复到平衡状态的时间为 2.76 s,而在受控制状态下,简支梁回复到平衡状态的时间仅为 0.38 s;在持续激励下,对系统的控制效果进行了实验,得到了在 20 Hz 激振频率下的简支梁的控制响应曲线,计算出了梁受控后的稳态振幅分别削减到原来的 39.9%。

参考文献(References):

- [1] 方同,薛璞. 振动理论及应用[M]. 西安:西北工业大学出版社,2004.
- [2] 张福学. 现代压电学(上册)[M]. 北京:科学出版社,2001.
- [3] 李国勇. 最优控制理论及参数优化[M]. 北京:国防工业出版社,2006.
- [4] 胡恒章,葛开民. 挠性空间飞行器的能控性程度和能观性程度[J]. 航天控制,1991,9(2):40-48.
- [5] 马扣根,顾仲权. 时域离散系统的可控制度及其在传感器/作动器配置中的应用[J]. 振动与冲击,1993,12(3):1-7.
- [6] BARUH H, CHOC K. Sensor and actuator placement in structure control[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1990, 13(3):249-257.
- [7] MAGHAMI P G, JOSHI S M. Sensor/actuator placement for flexible structures with actuator dynamics[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1993, 16(2):301-307.
- [8] 王焕定,章梓茂,景瑞. 结构力学[M]. 北京:高等教育出版社,2004.
- [9] MEIROVITCH L. Introduction to Dynamics and Control[M]. New York: Wiley, 1985.
- [10] 欧珠光. 工程振动[M]. 武汉:武汉大学出版社,2003.