

振动模态固有频率和阻尼比的 EMD 识别方法*

莫平杰, 杨世锡*, 曹冲锋

(浙江大学 机械工程学系, 浙江 杭州 310027)

摘要:针对机械系统固有频率和阻尼比的识别问题,提出了基于经验模式分解(EMD)的模态参数识别方法。该方法首先对脉冲激励下机械系统的位移响应进行了 EMD 分解,确定与该系统的各阶模态对应的固有模式函数(IMF),分别对各阶 IMF 进行希尔伯特变换以得到各自的瞬时幅值和瞬时相位曲线,并对所得曲线进行线性拟合,最后根据拟合曲线的参数来识别模态固有频率和阻尼比。以简支梁为研究对象,利用 EMD 方法对其瞬态动力学响应进行了模态参数识别。研究表明,使用 EMD 方法对此类系统进行模态分析具有较好的效果。

关键词:经验模式分解;模态分析;固有频率;阻尼比

中图分类号:TH113.2

文献标志码:A

文章编号:1001-4551(2011)04-0392-05

EMD method on identifying natural frequency and damping ratio of vibration mode

MO Ping-jie, YANG Shi-xi, CAO Chong-feng

(Department of Mechanical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: In order to identify the modal parameters of the mechanical systems, a modal parameter identification method based on the empirical mode decomposition (EMD) was investigated. The EMD method was employed to decompose the vibration signals of a mechanical system under impulsive excitation. Different modal components with lower orders were picked up, and then the Hilbert transform was applied to identify their natural frequencies and damping ratios from the intrinsic mode functions (IMF). The modal analysis by ANSYS was firstly performed on a simply supported beam. Then, an arbitrarily chosen transient dynamical response of the system was decomposed and the modal parameter was identified by the EMD method. Comparisons between the results from the theoretical predictions, the ANSYS and the EMD show that, the EMD method can be used to perform the modal analysis of such system effectively.

Key words: empirical mode decomposition(EMD); modal analysis; natural frequency; damping ratio

0 引 言

机械系统的振动信号蕴涵着丰富的状态信息,对机械系统进行振动分析,是认识机械系统的设计合理与否,运行状态健康与否的关键,对保障机械设备的安

全、稳定运行和工业经济持续健康发展,具有重要的理论与现实意义。在机械系统的振动分析中,对系统的振动模态进行分析,获得系统的模态参数,是对机械系

统进行动力学研究的基础,对结构动态特性设计有着重要意义。因此如何从振动信号中识别机械系统的模态特征,一直以来都是国内外的一个研究热点。1998 年 N. E. Huang^[1]提出的基于经验模式分解(EMD)的非平稳、非线性信号分析方法,是对传统的以傅里叶变换为基础的线性和稳态谱分析的一大突破,具有重要的理论意义。该方法一经提出,就迅速在多个领域取得了有效应用^[2-4]。EMD 方法的基本思想

收稿日期:2010-12-16

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11072214);国家高技术研究发展计划(“863”计划)资助项目(2008AA04Z410)

作者简介:莫平杰(1986-),男,浙江杭州人,主要从事信号处理与故障诊断方面的研究。E-mail: yhmpj@zju.edu.cn

通信联系人:杨世锡,男,教授,博士生导师。E-mail: yangsx@zju.edu.cn

为:将原始信号分解成一系列固有模式函数(IMF)的组合,再分别对各个 IMF 进行处理,从而得到相应的振动成分信息^[5-6]。机械系统的振动主要由其各阶模态成分构成,系统的振动信号经 EMD 方法分解所得的 IMF 与系统的各阶模态成分之间是否存在对应关系,如何从分解所得的 IMF 识别机械系统的振动模态信息,是 EMD 方法能否在机械系统结构与运行状态监测领域得到更好的应用的关键,因而有着重要的研究意义。

笔者从机械系统振动特性角度分析 EMD 方法处理振动信号的物理意义。以简支梁横向振动响应为例,通过理论分析和仿真计算,讨论固有模式函数与多自由度机械系统的模态成分之间的对应关系,验证了基于 EMD 的机械系统振动模态分析方法的有效性。

1 多自由度系统的模态分析

对于一个 n 自由度线性系统来说,其运动微分方程可以表示为:

$$\mathbf{M}\ddot{x}(t) + \mathbf{C}\dot{x}(t) + \mathbf{K}x(t) = \mathbf{F}(t) \quad (1)$$

式中: \mathbf{M} —系统的质量矩阵, \mathbf{K} —刚度矩阵, \mathbf{C} —阻尼矩阵,假设它们都为正定的 n 阶实对称矩阵, $x(t)$ —系统的 n 维位移响应向量, $\mathbf{F}(t)$ —系统的 n 维激振力向量。

假设系统的初始条件为 $x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$,即系统初始时是静止的;在 $t = 0$ 的时刻,系统突然受到极其短促的脉冲激励作用,即式(1)的第 i 个($i = 1, 2, \dots, n$)运动微分方程中有:

$$F_i(t) = P_i\delta(t) \quad (2)$$

式中: $\delta(t)$ —单位脉冲函数, P_i —激励力的冲量。

按冲量定理有:

$$\mathbf{M}\dot{x}(0^+) - \mathbf{M}\dot{x}(0) = P \quad (3)$$

由于 $\dot{x}(0) = 0$,因此可知在脉冲 $F_i(t) = P_i\delta(t)$ 作用后,系统的初速度变为:

$$\dot{x}(0^+) = v_0^+ = \mathbf{M}^{-1}P \quad (4)$$

这表明 $F_i(t) = P_i\delta(t)$ 对系统的作用效果相当于一个初始速度激励,因此可转化为系统对初始激励的自由振动问题来处理^[7]。

对于多自由度的机械系统,对脉冲激励的响应可以用机械系统对初始速度的自由响应来描述。因此,在 s 点经单位脉冲激励作用后, l 点的位移响应可表示为:

$$x_{ls}(t) = \sum_{i=1}^n \varphi_{li} a_i e^{-\zeta_i \omega_i t} \cos(\omega_{di} t + \theta_i) \quad (5)$$

式中: ω_{di} —有阻尼固有频率, ω_i —系统的第 i 阶自然频

率, $\omega_{di} = \omega_i \sqrt{1 - \zeta_i^2}$; φ_{li} —激励点与输入点的位置有关; a_i, θ_i —常数。

一般而言,低阶模态对机械系统的位移响应起主导作用。根据式(5),并忽略高于 4 阶的模态,可构造位移响应的仿真信号为:

$$x(t) = 20e^{-2.5t} \cos(85t) + 15e^{-3.6t} \cos(350t) + 8e^{-3t} \cos(1000t) + 5e^{-3.2t} \cos(2450t) \quad (6)$$

其时域波形及其幅值谱如图 1 所示。

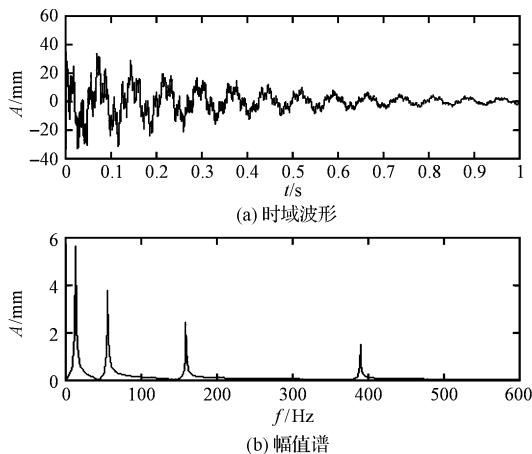


图 1 位移响应的时域波形及幅值谱

从式(6)可见,位移响应中包含有多阶模态的振动成分。若能将各阶模态对位移响应的贡献量分离出来,则可使用单自由度系统阻尼比和有阻尼固有频率的识别方法,将各阶模态参数识别出来。

EMD 方法可以将一个复杂的信号分解为若干个 IMF 的和。它基于以下基本假设^[8]:任何复杂的信号都是由一些不同的 IMF 组成,每一个 IMF 都具有相同的极值点和过零点,在相邻的两个过零点之间只有一个极值点,且上、下包络线关于时间轴局部对称,任意两个 IMF 之间相互独立。任何时刻的信号都可以包含多个 IMF,如果 IMF 相互混叠,则形成复杂信号。式(6)中的各项均表现为呈指数规律衰减的正弦波,选取合适的时间 t 即能满足极值点和过零点的条件,并且指数衰减曲线的上、下包络线是关于时间轴对称的,由此可见位移响应信号的各项都满足 IMF 的构成条件。因此,在一定条件下,可以认为位移响应信号的各项就是构成响应信号的 IMF,即将响应信号通过 EMD 方法分解,可以将多自由度系统响应分解为多个单自由度系统响应的叠加。

用 EMD 方法对该位移响应的仿真信号进行分解,分解结果如图 2 所示。可见该信号可以完全地分解为 4 个 IMF,没有残余项。各阶 IMF 与振动模态分量理论值的误差曲线如图 3 所示。图 3 表明,各项之间虽

存在着一定误差,但误差的相对值较小,主要是由 EMD 分解算法的计算误差造成的。

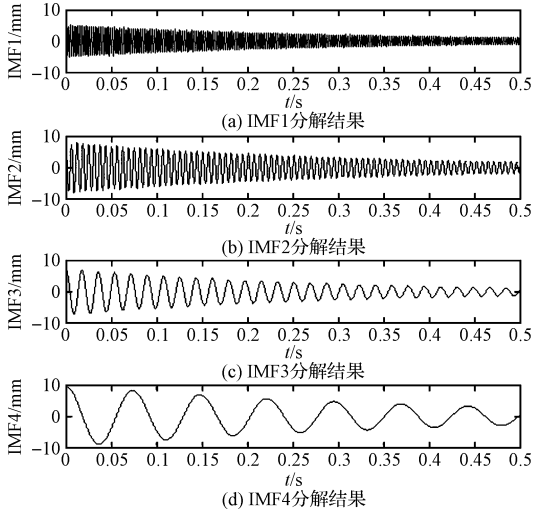


图 2 位移响应的 EMD 分解结果

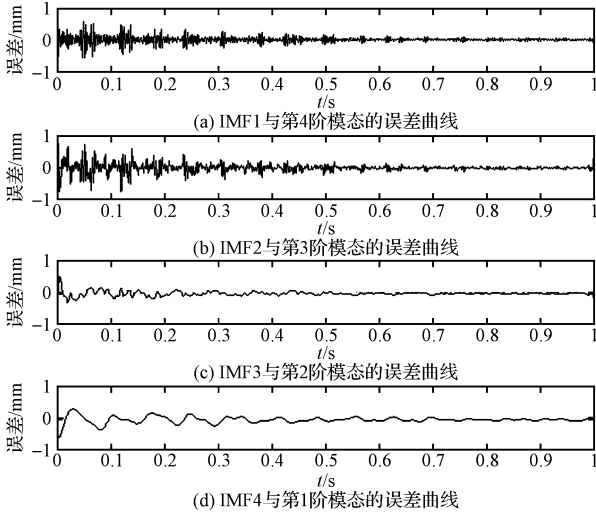


图 3 固有模式函数与各阶振动分量的误差曲线

对该位移响应仿真信号进行 EMD 分解后,得到的各个 IMF 可以表示为:

$$IMF_i(t) = A_{i0} e^{-\zeta_i \omega_i t} \cos(\omega_{di} t + \theta_{i0}) \quad (7)$$

进而,对各个 IMF 进行希尔伯特变换,可得到 $IMF_i(t)$ 的解析信号:

$$z_i(t) = IMF_i(t) + jH(IMF_i(t)) = A_i(t) e^{-j\theta_i(t)} \quad (8)$$

当阻尼比较小时,瞬时幅值和瞬时相位可以表示为:

$$\begin{aligned} A_i(t) &= A_{i0} e^{-\zeta_i \omega_i t} \\ \theta_i(t) &= \omega_{di} t + \theta_{i0} \end{aligned} \quad (9)$$

对式(9)中的瞬时幅值两边取对数,且对瞬时相位两边进行微分,可得:

$$\begin{aligned} \ln A_i(t) &= -\zeta_i \omega_i t + \ln A_{i0} \\ \omega(t) = \omega_{di} &= \frac{d\theta_i(t)}{dt} \end{aligned} \quad (10)$$

根据式(10),可以得到幅值自然对数曲线、瞬时频率曲线。对其进行线性拟合后,可根据拟合后的直线来识别模态固有频率和阻尼比^[9]。

各 IMF 幅值自然对数图如图 4 所示,各 IMF 瞬时频率图如图 5 所示。根据两者的拟合曲线,可以依据式(10)求得位移响应信号各阶模态的频率与阻尼比。如表 1 所示,EMD 方法识别机械系统的各阶模态参数具有较高的精度。较小的识别误差的存在是由于 EMD 分解方法的端点效应等原因造成的^[10]。

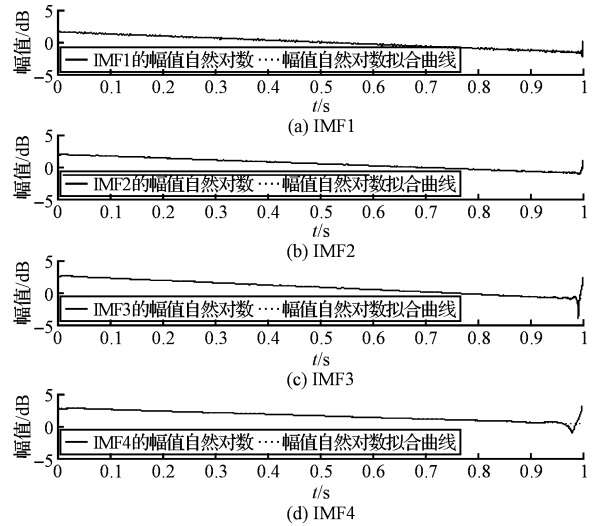


图 4 IMF 幅值自然对数及拟合曲线

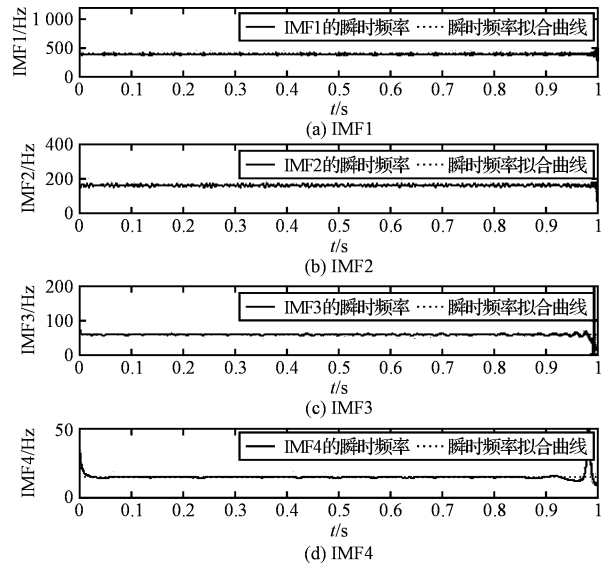


图 5 IMF 瞬时频率及拟合曲线

表 1 机械系统的各阶固有频率与阻尼比

方法	理论值		EMD 方法	
	f/Hz	阻尼比/(%)	f/Hz	阻尼比/(%)
第 1 阶	13.53	2.941 2	13.68	2.892 9
第 2 阶	55.70	1.028 6	55.82	1.019 4
第 3 阶	159.15	0.300 0	159.23	0.298 0
第 4 阶	389.93	0.130 6	390.01	0.130 3

2 简支梁的振动特性研究

简支梁的振动模型如图 6 所示。其中, $F(x, t)$ 为作用在简支梁上单位长度的分布力, $y(x, t)$ 表示梁的横向位移。假设简支梁单位长度的质量为 ρA , 截面的抗弯强度为 EI 。

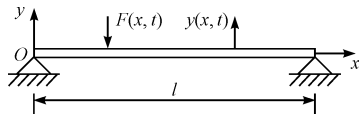


图 6 简支梁振动模型

简支梁的截面受力情况如图 7 所示。在梁的任意截面 x 处取一微段 dx , 其质量为 $\rho A dx$ 。受剪力 $Q(x, t)$ 、弯矩 $M(x, t)$ 和分布激励力 $F(x, t) dx$ 作用。其中, $Q = \partial M / \partial x, M = EI \partial^2 y / \partial x^2$ 。根据牛顿第二定律, 在 y 方向的运动方程为:

$$\rho A dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial Q}{\partial x} dx + F dx \quad (11)$$

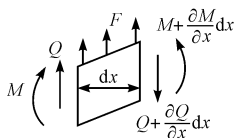


图 7 简支梁截面受力情况

将 $Q(x, t), M(x, t)$ 代入式(11)得:

$$\rho A dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) = F(x, t) \quad (12)$$

假设简支梁不受外力作用, 即 $F(x, t) = 0$, 可解得系统各阶主振动为:

$$y_i(x, t) = Y_i(x) \cdot \sin(\omega_i t + \varphi_i) \quad (13)$$

式中: $Y_i(x)$ —各阶振型函数, φ_i —初始相位, ω_i —固有频率。

有:

$$\omega_i = \frac{(\beta_i L)^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (i = 1, 2, \dots) \quad (14)$$

式中: L —简支梁长度, cm; E —材料弹性模量, kg/cm²; A —梁横截面积, cm²; ρ —材料密度, kg/cm³; I —梁截面弯曲惯性矩, cm⁴, $I = bh^3/12$ 。

由于简支梁两端固定, 在 $x = 0$ 与 $x = L$ 处的横向位移和加速度都为零, 即有边界条件 $Y(0) = Y(L) = 0, Y''(0) = Y''(L) = 0$, 可求得:

$$Y_i(x) = C_i \cdot \sin \beta_i x \quad (15)$$

式中: C_i —常数, $\beta_i L = i\pi (i = 1, 2, \dots)$ 。

将之代入式(14)可得, 各阶固有频率之比为:

$$p_1 : p_2 : p_3 : p_4 : \dots = 1 : 2^2 : 3^2 : 4^2 : \dots \quad (16)$$

因此, 对于如图 6 所示简支梁模型, 对于给定位置 x_0 , 可求得其横向自由振动响应:

$$y(x_0, t) = \sum_{i=1}^{\infty} C_i \sin(\beta_i x_0) \sin(\omega_i t + \varphi_i) \quad (17)$$

由式(17)可见, 简支梁横向振动是由以固有频率为频率成分的简谐振动叠加而成, 简谐振动的幅值、频率和相位分别表示了各阶主振动的振动形态。

假设简支梁在 $t = 0$ 时, 在 $x_1 = L/2$ 处的微小区域 ε 内受到冲击, 获得初速 v 后作自由振动, 则在 x 处的振动响应可以表示如下:

$$y(x, t) = \frac{2v\varepsilon}{L} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{p_i} \sin\left(\frac{i\pi}{L} x_1\right) \cdot \sin\left(\frac{i\pi}{L} x\right) \cdot \sin(\omega_i t) \quad (18)$$

由于各阶振型的幅值与 i^2 成反比, 故只有低阶振型起主导作用, 则在 $x = 3L/4$ 处的前 3 阶振动响应为:

$$y(t) = \frac{2v\varepsilon L}{a\pi^2} \left[\sin\left(\frac{3}{4}\pi\right) \cdot \sin(\omega_1 x) - \frac{1}{9} \sin\left(\frac{9}{4}\pi\right) \cdot \sin(\omega_3 x) \right] \quad (19)$$

其中, $a = \sqrt{EI/\rho A}$; ω_1, ω_3 分别为第 1 阶和第 3 阶固有频率。

3 简支梁的有限元分析

假设如图 8 所示简支梁参数为: $L = 60$ cm, $b = 5$ cm, $h = 0.8$ cm, 弹性模量 $E = 2 \times 10^6$ kg/cm²。本节以此简支梁为研究对象, 建立其有限元模型, 对其振动特性进行研究。本实例中用 BEAM3 单元类型来仿真简支梁, 创建了 61 个节点, 并设置材料的泊松比为 0.3, 以对其进行模态分析与瞬态动力分析。

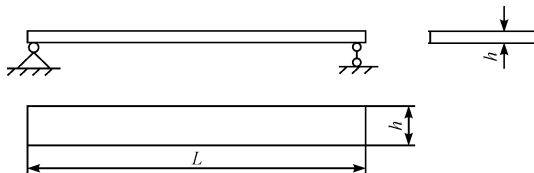


图 8 简支梁尺寸图

3.1 模态分析

模态分析用以确定结构的振动特性, 即结构的固有频率和振型, 是对结构进行动力学分析的基础。本例中采用分块兰索斯法来提取简支梁的前几阶模态, 在第 1 个和第 61 个节点上施加零位移约束, 即固定简支梁的两端, 然后进行求解计算。解得的模态结果如表 2 所示。

表 2 ANSYS 模态分析结果

模态	1 阶	2 阶	3 阶	4 阶	5 阶
频率/Hz	51.021	204.04	458.92	815.44	1 273.3

在通用后处理器中可以观察各阶模态的振型。该简支梁系统前三阶模态振型如图 9 所示。对前 3 阶的振型进行分析,可见第 1 阶模态在简支梁 30 cm 处位移最大;第 2 阶模态在简支梁 30 cm 处位移为零,在 15 cm 与 45 cm 处取可得位移最大值;第 3 阶模态在简支梁的 20 cm 和 40 cm 处位移为零,在 10 cm, 30 cm, 50 cm 处可取得位移的最大值。

3.2 瞬态动力分析

瞬态动力分析,也叫时间历程分析,是用来确定结构在随时间变化的载荷作用下的结构动力响应的方法。瞬态动力分析可以真实地模拟结构所加载荷的真实情况,对研究系统的动力学特性有着重要的意义。瞬态动力分析中,结构所受的载荷是随时间而变化的。在加载时,要把随时间变化的载荷曲线分割成合适的加载步。对本节所讨论实例,根据模态分析所得的结果选取激励点以激振简支梁的模态:在 23 cm 处施加一个峰值为 250 N 的脉冲力来模拟锤击实验。通过使用完全法求解简支梁瞬态响应,并设置幅值衰减因子 λ 为 0.001,以模拟简支梁系统的阻尼造成振动幅值的衰减。在简支梁在 30 cm 节点处获得的位移信号的时域波形如图 10 所示。

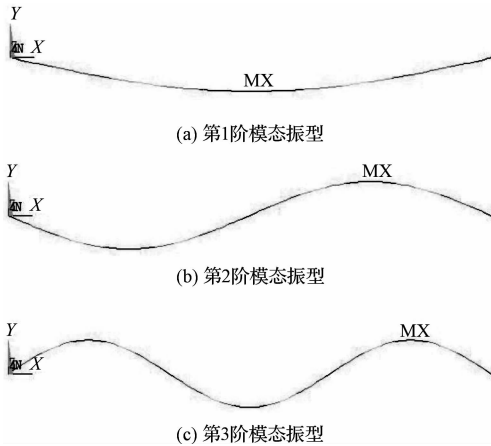


图 9 简支梁前三阶模态振型

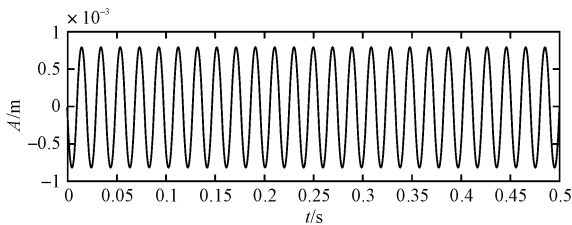


图 10 简支梁 30 cm 处位移信号的时域波形

由于高阶的振动模态成分对机械系统的位移响应影响很小,且根据以上模态分析的结果可知,简支梁 30 cm 节点处的位移信号主要包含有第 1 阶和第 3 阶的模态成分。对该位移信号进行 EMD 分解,可得组成

该信号的 2 个 IMF 分量如图 11 所示。

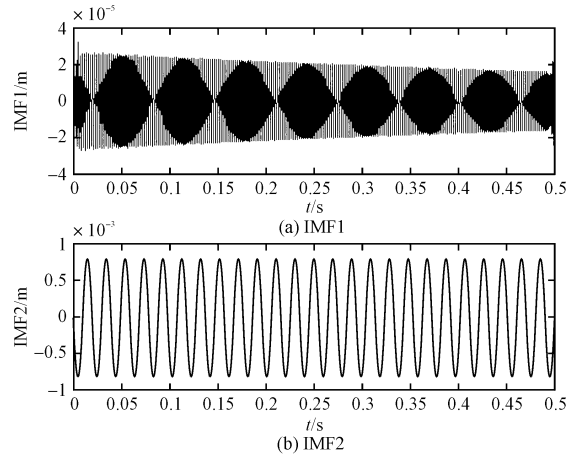


图 11 位移响应的 EMD 分解结果

获得组成该位移信号的两个 IMF 以后,由式(18)求得各个 IMF 的幅值自然对数和瞬时频率,并用线性方法进行拟合,分别可得各个 IMF 的幅值自然对数及其线性拟合曲线和瞬时频率及其线性拟合曲线如图 12 ~ 13 所示。

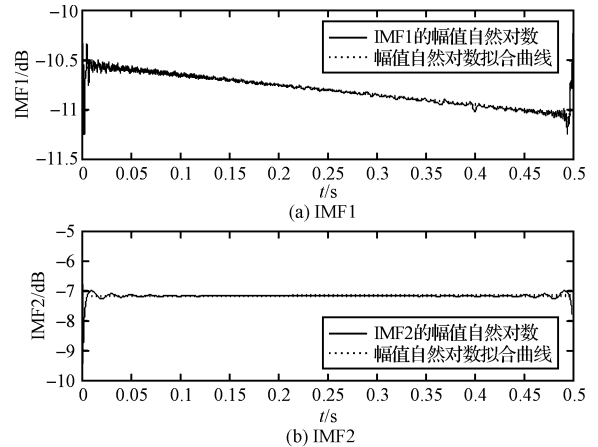


图 12 IMF 幅值自然对数及拟合曲线

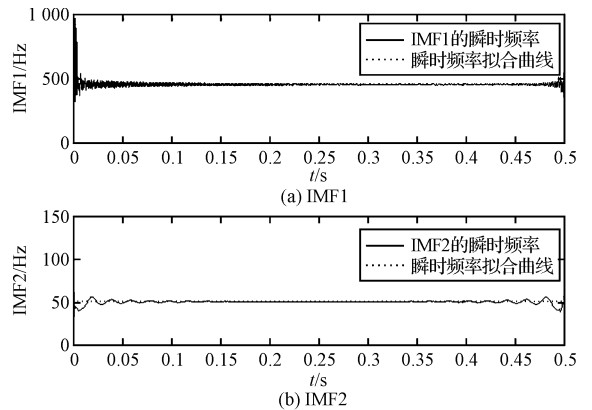


图 13 瞬时频率及拟合曲线

由振幅衰减因子 $\lambda = 0.001$,经计算可得简支梁振动第 1 阶模态的阻尼比理论值为 0.004 0%,第 3 阶模 (下转第 428 页)

5 结束语

本研究利用外圆切削进给时刀具的使用寿命方程,建立起了横向切削进给时刀具的使用寿命方程,并应用于横向切槽的实验中,其实验结果与图 2 相吻合,表明在横向切削进给时刀具的使用寿命,按照式(9~11)计算是可行的,因此,可作为自动化切削加工过程设计、监控和修正的参考^[8],也可作为智能制造系统判断刀具磨损、更换而做出智能决策、控制的依据^[9-10]。

参考文献 (References) :

[1] 郭卫凡,李其钜. 金属工艺学[M]. 徐州:中国矿业大学出版社,2006.
 [2] 李 华. 机械制造技术[M]. 2 版. 北京:高等教育出版社,2005.

[3] 张世昌,李 旦,高 航,等. 机械制造技术基础[M]. 2 版. 北京:高等教育出版社,2007.
 [4] 倪文馨. 可靠性工程与机械维修[M]. 武汉:武汉水运学院出版社,1983.
 [5] 张世昌. 机械制造技术基础[M]. 天津:天津大学出版社,2002.
 [6] 卢秉恒. 机械制造技术基础[M]. 北京:机械工业出版社,1999.
 [7] 李其钜. 横向进给切削加工时切削力的分析[J]. 云南能源职业学院学报,2005(3):11-13.
 [8] 赵艺兵. 数控车床刀具补偿技术的研究[J]. 机电工程,2007,24(11):67-69.
 [9] TSUKUNE H, TSUKAMOTO M, MATSUSHITA T, et al. Modular manufacturing[J]. **Journal of Intelligent Manufacturing**,1993(4):163-181.
 [10] HATAMURA Y, NAGAO T, MITSUISHI M. A fundamental structure for IM[J]. **Precision Engineering**,1993,15(4):266-273. [编辑:柴福莉]

(上接第 396 页)

态的阻尼比为 0.035 8%。根据图 12 中 IMF1 的幅值自然对数拟合曲线的斜率,由式(18)计算可得简支梁第 3 阶模态的阻尼比为 0.035 7%;由于振幅衰减因子很小,在所计算的时间范围内第 1 阶振动模态成分的幅值衰减很小,因此 IMF2 的幅值自然对数拟合曲线的斜率几乎为零,从而导致无法识别出第 1 阶模态的阻尼比。各方法的模态参数辨识结果如表 3 所示。

表 3 简支梁系统的各阶固有频率与阻尼比

方法	理论值		模态分析		瞬态分析	EMD 方法
	f/Hz	阻尼比/(%)	f/Hz	f/Hz	f/Hz	阻尼比/(%)
1 阶	50.49	0.004 0	51.02	50.97	/	/
3 阶	454.4	0.035 8	458.92	458.13	0.035 7	

4 结束语

机械系统的振动模态分析是结构动力学研究的基础,具有十分重要的实际意义。本研究基于 EMD 开展了机械系统的振动模态分析,探讨了机械振动系统的模态与 EMD 分解所得的 IMF 之间的物理关系。

通过对多自由度系统受脉冲激励作用后的振动响应特性分析及仿真信号的 EMD 分析,探索利用 EMD 方法进行模态参数识别的可行性与有效性。以简支梁为对象,对其附加脉冲激励作用后,给出了系统振动模态特性的理论结果。然后,使用 ANSYS 有限元软件进行模态分析与瞬态动力学分析。最后,利用 EMD 方法对结构的瞬态动力学响应进行分析以识别系统模态参数。通过比较基于理论、ANSYS 有限元分析和 EMD 方法等三方面研究结果后发现,EMD 方法可有效识别简支梁振动的模态参数。

参考文献 (References) :

[1] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. **Proceedings of the Royal Society of London Series a-Mathematical Physical and Engineering Sciences**,1971(454):903-995.
 [2] LI H, DENG X, DAI H. Structural damage detection using the combination method of EMD and wavelet analysis[J]. **Mechanical Systems and Signal Processing**,2007,21(1):298-306.
 [3] 程军圣,于德介,杨 宇. EMD 方法在转子局部碰摩故障诊断中的应用[J]. 振动、测试与诊断,2006,26(1):24-27.
 [4] 胡劲松,杨世锡. 基于自相关的旋转机械振动信号 EMD 分解方法研究[J]. 机械强度,2007,29(3):376-379.
 [5] YANG J N, LEI Y, PAN S W, et al. System identification of linear structures based on Hilbert-Huang spectral analysis. Part 1: normal modes[J]. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**,2003,32(9):1443-1467.
 [6] YANG J N, LEI Y, LIN S L, et al. Identification of natural frequencies and dampings of in situ tall buildings using ambient wind vibration data[J]. **Journal of Engineering Mechanics-Asce**,2004,130(5):570-577.
 [7] 师汉民. 机械振动系统—分析·测试·建模·对策[M]. 武汉:华中科技大学出版社,2004.
 [8] 于德介,程军圣,杨 宇. 机械故障诊断的 hilbert-huang 变换方法[M]. 北京:科学出版社,2006.
 [9] YANG J N, LEI Y, PAN S W, et al. System identification of linear structures based on Hilbert-Huang spectral analysis. Part 2: complex modes[J]. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**,2003,32(10):1533-1554.
 [10] 付 春,姜绍飞,杜 权. 基于改进 EMD 的结构模态参数识别方法[J]. 武汉理工大学学报,2010,225(9):280-285. [编辑:柴福莉]