

履带式地面移动机器人动力学模型分析*

黄思姬, 欧 屹, 陶卫军, 冯虎田
(南京理工大学 机械工程学院, 江苏 南京 210094)

摘要:针对目前履带式地面移动机器人系统的建模、仿真和控制研究很不完善的问题,将移动式模块化的机械手做一个整体结构考虑,建立了一种非完整约束的履带式机器人系统模型。运用极限理论进行了正向运动学分析;考虑履带与地面的相互作用因素,对移动机器人进行了转向动力学分析,以求得滑转率曲线;利用机器人 Lagrange 动力学方法和非完整动力学 Routh 方程建立了精确的履带式地面移动机器人动力学模型;将模型求解出的驱动力曲线与经典计算方法得出的结论相对比。研究结果验证了所建数学模型的可行性。

关键词:履带式移动机器人; 滑移速度; 非完整动力学模型

中图分类号: TH113; TP242

文献标志码: A

文章编号: 1001-4551(2011)03-0280-06

Dynamics modeling analysis for tracked mobile robot

HUANG Si-ji, OU Yi, TAO Wei-jun, FENG Hu-tian

(School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: Currently, aiming at the problem that, modeling, simulation and control of the system of the tracked mobile robot are imperfect, the mobile modular manipulator was considered as a overall structure and a system model of the tracked mobile robot with non-holonomic constraints was built. A non-holonomic constraint system model of tracked mobile robot was formulated by applying an integrated dynamic model and considering the mobile modular manipulators as a unit. Based on the extreme theory and consideration of track-terrain interactions, the direct kinematics analysis and the turning dynamic analysis of the mobile robot respectively were conducted, and slippage ratio curves were obtained. The Lagrange dynamic method of the robot and Routh equations of non-holonomic dynamics were used to establish a precise dynamic model. Subsequently, the non-holonomic dynamic model and the traditional solution model of driving force curves were compared. The results show the feasibility of the formulated mathematical model.

Key words: tracked mobile robot; longitudinal slippage velocity; non-holonomic dynamics modeling

0 引 言

近些年来,履带式移动机器人因其具有广阔的应用前景,如采矿、伐木、耕作、挖掘、行星探测、反恐、搜索和救援等,吸引了众多学者的关注。与轮式车辆相比,履带车可以防止下陷并提供更强的牵引力,与地面有更大的接触面积,从而使其更适合非结构化路面^[1]。

机器人移动机械臂一般由移动平台和搭载的机械

臂组成,搭载的机械臂用来完成一定的操作任务,而履带车体用来搭载机械臂,使得整个机器人拥有几乎无限大的操作空间和高度的运动冗余性,这使它优于移动机器人和传统的机械臂,因此具有广阔的应用前景。然而,由于履带与地面的相互作用和车体与机械臂的相对运动,使得对这一整个结构的运动学模型进行公式化成为一项极富挑战性的工作。尽管目前已有不少对轮式移动机械臂建模、仿真和控制的研究^[2-4],但对履带式移动机械臂的研究却很少,目前国内仅有贺

妍^[5]基于完整约束条件将履带车简化为单体与多体模型相结合进行动力学建模与仿真;王月梅^[6]采用多刚体系统理论建立了履带车辆的动力学模型,并用“冰刀+车轮”的模式对履带进行约束。蒋文萍和葛为民^[7]公开了一种履带式移动机械手的广义动力学建模方法。机器人移动机械臂的不确定性主要来自移动平台与搭载的机械臂相互耦合作用和非结构化环境引起的随机干扰,需将移动机械臂当做一个整体来建立统一的数学模型。对于轮式和履带式车辆滑移基于车辆地面理论^[8],在国外,目前有大量文献描述^[9]履带与地面相互作用, Ferretti 和 Girelli^[10]提出纵向剪切位移模型来描述纵向滑转速度, Daisuke Endo^[11]使用 SCOG 法,即使用陀螺仪进行滑动补偿测距法,通过直观方程来评估滑转率。

综上所述,大多数研究基本上都是从能量的角度建立系统数学模型,履带与地面相互作用方面主要来自假设滑转率不予考虑或为恒定值。

本研究建立了一套更切合履带式移动机器人系统实际情况的数学模型,以满足实际需要。

1 履带式地面移动机器人运动学模型

1.1 基于极限思想的履带式移动平台运动学模型

机器人移动机械臂由移动平台和搭载的机械臂组成,其简化示意图如图1所示。移动平台是一台轻型履带车,由底盘(车体、2个驱动轮、4个负重轮和两个诱导轮)和两条履带组成;两条履带分别由独立的电机驱动,搭载的机械臂可以简化为两自由度机械臂,分别由独立电机驱动且安装在平台的质心位置 $O_m - X_m Y_m Z_m$, 整个系统是一个非完整约束系统。

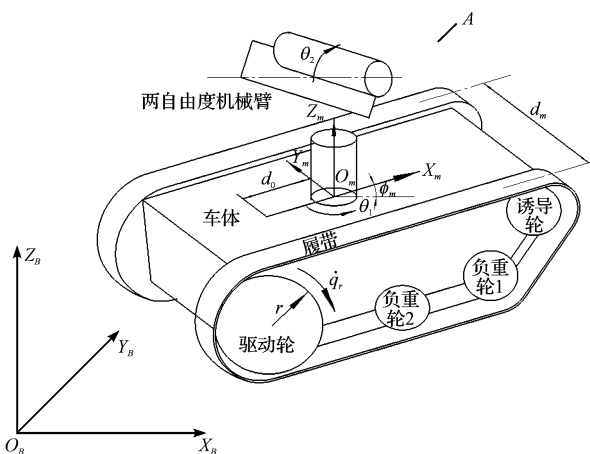


图1 履带式移动机械臂系统简化模型

臂运动学方程由点 $O_m(x_m, y_m)$ 和方向角 ϕ_m 决定。由如图2所示可得:

$$\begin{aligned} \Delta x_m &= x_m^{i+1} - x_m^i = |O_m^i O_m^{i+1}| \cdot \cos(\phi_m^i + \alpha^i) \\ \Delta y_m &= y_m^{i+1} - y_m^i = |O_m^i O_m^{i+1}| \cdot \sin(\phi_m^i + \alpha^i) \\ \Delta \phi_m &= \phi_m^{i+1} - \phi_m^i = \gamma \end{aligned} \quad (1)$$

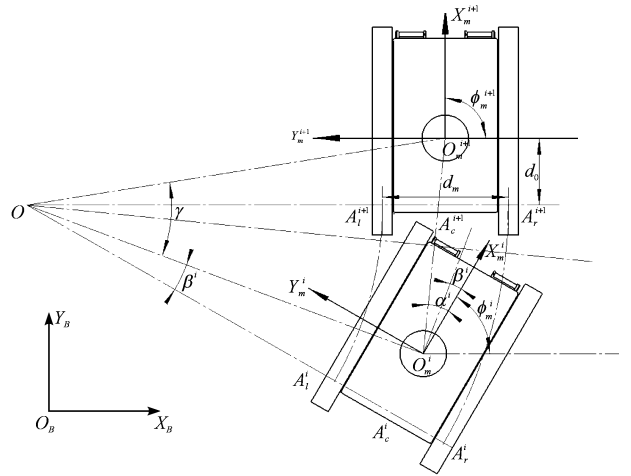


图2 履带式移动底盘平面运动模型

针对小型履带车辆特别是在非结构化环境下的履带,采用瞬态运动分析的建模方法,作以下假设简化: ① 在 $[t^{i+1} \ t^i]$ 间隔内左右两侧履带横向滑移为0,即点 A_l, A_r 和 A_c (与质心 O 在同一直线上); ② 履带不能伸长,即接地长度 $L = \text{常数}$ 并且驱动轮和履带之间不存在相对滑动; ③ 地面是平的。

点 A_l 和 A_r 的运动变化与履带的运动一致,可得:

$$A_l^i A_l^{i+1} = |OA_l^i| \cdot \gamma = \left(|OA_c^i| - \frac{d_m}{2} \right) \cdot \Delta \phi_m = r \cdot \Delta q_l + s_{lx} \quad (2)$$

$$A_r^i A_r^{i+1} = |OA_r^i| \cdot \gamma = \left(|OA_c^i| + \frac{d_m}{2} \right) \cdot \Delta \phi_m = r \cdot \Delta q_r + s_{rx} \quad (3)$$

式中: $\Delta q_l, \Delta q_r$ —左右两侧履带的驱动轮转角, r —驱动轮半径, s_{lx}, s_{rx} —左右侧履带的纵向滑动, d_m —两条履带几何中心之间的距离, d_0 —质心 O_m 和 A_c 之间的距离。

计算“式(3) - 式(2)”,两边同乘以 $1/\Delta t, \Delta t \rightarrow 0$ 时取极限得:

$$\dot{\phi}_m = \frac{1}{d_m} [r(\dot{q}_r - \dot{q}_l) + (\dot{s}_{rx} - \dot{s}_{lx})] \quad (4)$$

计算“式(3) + 式(2)”,右侧分子分母同乘以 $1/\Delta t, \Delta t \rightarrow 0$ 时取极限得:

$$|OA_c^i| = \frac{r(\dot{q}_l + \dot{q}_r) + (\dot{s}_{lx} + \dot{s}_{rx})}{2 \dot{\phi}_m} \quad (5)$$

由图2的几何关系可得:

$$|O_m^i O_m^{i+1}| = 2 \sin \frac{\Delta \phi_m}{2} \cdot \sqrt{d_0^2 + |OA_c^i|^2} \quad (6)$$

设惯性坐标系为 $O_b - X_b Y_b Z_b$, 机器人移动机械

由式(1)、式(6)及图2所示 $\alpha^i = \gamma/2 + \beta^i$ 可得:

$$\begin{aligned}\Delta x_m &= 2\sin \frac{\Delta\phi_m}{2} \cdot \sqrt{d_0^2 + |OA_C^i|^2} \cdot \cos\left(\phi_m^i + \frac{\Delta\phi_m}{2} + \beta^i\right) \\ \Delta y_m &= 2\sin \frac{\Delta\phi_m}{2} \cdot \sqrt{d_0^2 + |OA_C^i|^2} \cdot \sin\left(\phi_m^i + \frac{\Delta\phi_m}{2} + \beta^i\right)\end{aligned}\quad (7)$$

将式(7)代入 $\tan \beta^i = d_0/|OA_C^i|$ 可得:

$$\begin{aligned}\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \cos \beta^i &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{r(\Delta q_l + \Delta q_r) + (s_{lx} + s_{rx})}{\sqrt{[r(\Delta q_l + \Delta q_r) + (s_{lx} + s_{rx})]^2 + 4d_0^2 \Delta\phi_m^2}} = \\ &= \frac{r(\dot{q}_l + \dot{q}_r) + (\dot{s}_{lx} + \dot{s}_{rx})}{\sqrt{[r(\dot{q}_l + \dot{q}_r) + (\dot{s}_{lx} + \dot{s}_{rx})]^2 + 4d_0^2 \dot{\phi}_m^2}} \\ \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sin \beta^i &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{2d_0 \Delta\phi_m}{\sqrt{[r(\Delta q_l + \Delta q_r) + (s_{lx} + s_{rx})]^2 + 4d_0^2 \Delta\phi_m^2}} =\end{aligned}$$

$$\dot{q} = \begin{pmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{y}_m \\ \dot{\phi}_m \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r \cos \phi_m}{2} - \frac{d_0 r \sin \phi_m}{d_m} & \frac{r \cos \phi_m}{2} + \frac{d_0 r \sin \phi_m}{d_m} & \frac{r \cos \phi_m}{2} - \frac{d_0 \sin \phi_m}{d_m} & \frac{r \cos \phi_m}{2} + \frac{d_0 \sin \phi_m}{d_m} & 0 & 0 \\ \frac{r \sin \phi_m}{2} + \frac{d_0 r \cos \phi_m}{d_m} & \frac{r \sin \phi_m}{2} - \frac{d_0 r \cos \phi_m}{d_m} & \frac{\sin \phi_m}{2} + \frac{d_0 \cos \phi_m}{d_m} & \frac{\sin \phi_m}{2} - \frac{d_0 \cos \phi_m}{d_m} & 0 & 0 \\ \frac{r}{d_m} & -\frac{r}{d_m} & \frac{1}{d_m} & -\frac{1}{d_m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_r \\ \dot{q}_l \\ \dot{s}_{rx} \\ \dot{s}_{lx} \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} = S(q)v \quad (10)$$

则: $\ddot{q} = \dot{S}(q)v + S(q)\dot{v}$ 。

1.2 搭载平台两自由度机械臂运动学模型

令 l_1, l_2 为机械臂二连杆长度, c_1, c_2 为铰接点到连杆质心的距离, 则机械臂 1 和 2 质心的运动学模型为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{x}_m \\ \dot{y}_1 = \dot{y}_m \\ \dot{z}_1 = \dot{c}_1 \end{cases} \begin{cases} \dot{x}_2 = [x_1 + c_2 \cos \theta_2 \cos (\phi_m + \theta_1)]' \\ \dot{y}_2 = [y_1 + c_2 \cos \theta_2 \sin (\phi_m + \theta_1)]' \\ \dot{z}_2 = [l_1 + c_2 \sin \theta_2]' \end{cases} \quad (11)$$

2 履带式移动机器人动力学模型

如图3所示, 将履带式移动机器人分为 5 个刚体系统, 即底盘、左右侧履带系统、回转和俯仰两自由度机械臂。

机器人系统总能量 L 为:

$$L = K - P \quad (12)$$

其中机器人动能 K 为:

$$\begin{aligned}K &= \frac{1}{2} m_m (\dot{x}_m^2 + \dot{y}_m^2) + \frac{1}{2} J_m \dot{\phi}_m^2 + \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \\ & \frac{1}{2} J_1 (\dot{\phi}_m + \dot{\theta}_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + \\ & \frac{1}{2} J_2 [(\dot{\phi}_m + \dot{\theta}_1)^2 + \dot{\theta}_2^2]\end{aligned}\quad (13)$$

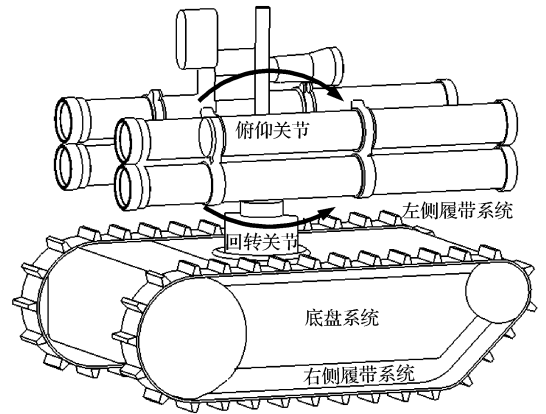


图3 履带式移动机器人 5 个刚体系统

机器人势能 P :

$$P = m_1 g l_1 + m_2 g (l_1 + c_2 \sin \theta_2) \quad (14)$$

整个移动机器人系统的拉格朗日动力学方程为:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial P}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial K}{\partial q} + \frac{\partial P}{\partial q} = B(q)\tau + f \quad (15)$$

其中: $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}} \right) = M(q)\ddot{q} + \dot{M}(q)\dot{q}$; $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial P}{\partial \dot{q}} \right) = 0$;

$$\frac{\partial K}{\partial q} = \frac{1}{2} \dot{q}^T \frac{\partial M(q)}{\partial q} \dot{q}。$$

一个 n 自由度机械臂安装在非完整移动平台上的动力学方程为:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + d(t) = B(q)\tau + f \quad (16)$$

$$A(q)\dot{q} = 0$$

其中: $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T = (x_m, y_m, \phi_m, \theta_1, \theta_2)^T \in R^n$ 为广义坐标; 正定对称矩阵 $M(q) \in R^{n \times n}$, $K = \frac{1}{2}\dot{q}^T M(q)\dot{q}$; 向心力和哥氏力项 $C(q, \dot{q}) = M(q) - \frac{1}{2}\dot{q}^T \frac{\partial M(q)}{\partial q}$; 重力项 $G(q) = \frac{\partial P}{\partial q} \in R^n$; 外界扰动 $d(t) \in R^n$; 控制输入向量 $\tau = (\tau_{rd}, \tau_{ld}, \tau_1, \tau_2) \in R^p$; 输入变换且满秩矩阵 $B(q) \in R^{n \times p}$; $f = A^T(q)\lambda \in R^n$ 对应约束力。

非完整约束移动机器人动力学方程为:

$$-\dot{x}_m \sin \phi_m + \dot{y}_m \cos \phi_m - d_0 \dot{\phi}_m = 0 \quad (17)$$

其中: $A(q) = (-\sin \phi_m, \cos \phi_m, -d_0, 0, 0, 0)^T$ 为约束矩阵。

移动平台的非完整约束也可以写成: $S(q) \cdot A(q) = 0_{5 \times 1}$ 。

不考虑干扰, 令 $d(t) = 0$, 将式(13)、式(14)、式(15)及约束方程式(17)代入式(16)可以得到下式, 即履带式移动机器人的动力学模型:

$$\tau = B^{-1}(q)(M(q)\dot{S}(q)v + M(q)S(q)\dot{v} + C(q, \dot{q})S(q)v + G(q)) \quad (18)$$

3 仿真研究

3.1 机械臂系统与地面相互作用下驱动力和滑转率仿真研究

目前的大多数理论都是基于 Bekker 的一系列试验, 著名的 Bevameter 技术引起压力-沉陷关系的发展和牵引力滑转模型的建立, Wong 在 Bekker 的基础上进行了更加深入的研究, 引入土壤特性函数预测履带式移动机器人的履带牵引力以及滑转率^[12-13]:

$$F_{\star} = (Ac + W \tan \phi) \left[1 - \frac{K}{i_{\star} l} (1 - e^{-i_{\star} l / K}) \right] \Rightarrow$$

$$i_{\star} \approx \frac{K/l}{\ln(F_{\star} / F_{\max})} \quad (19)$$

单条履带的最大牵引力为:

$$F_{\max} = 0.5(Ac + W \tan \phi)$$

其中: i_{\star} 通过计算 F_{\star} 得到。

如图4所示, 根据理论力学平衡条件, 可得移动机器人的左右侧履带牵引力为:

$$F_r = R_r + F_{xcent} + \frac{M_r}{d_m} = \left(\frac{mg}{2} + \frac{F_{ny} |OA_c|}{d_m} \right) \mu + \frac{F_{nx}}{2} -$$

$$\frac{F_{ny} d_0}{d_m} + \frac{\mu mg L}{4d_m} \left[1 + \left(\frac{2d_0}{L} \right)^2 \right];$$

$$F_l = R_r + F_{xcent} - \frac{M_r}{d_m} = \left(\frac{mg}{2} - \frac{F_{ny} |OA_c|}{d_m} \right) \mu + \frac{F_{nx}}{2} + \frac{F_{ny} d_0}{d_m} - \frac{\mu mg L}{4d_m} \left[1 + \left(\frac{2d_0}{L} \right)^2 \right] \quad (20)$$

其中: $d_0 = \frac{\omega^2 RL \cos \beta}{2g\mu}$, $F_{nx} = m\omega^2 R \frac{d_0}{\sqrt{|OA_c|^2 + d_0^2}}$,

$F_{ny} = m\omega^2 R \frac{|OA_c|}{\sqrt{|OA_c|^2 + d_0^2}}$, 转向半径 $|OO_m| = R$ 。

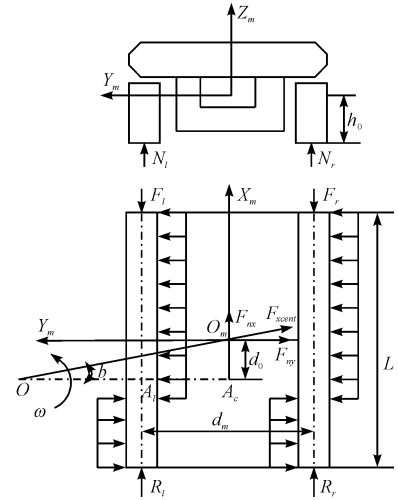


图4 高速运动时, 机器人转向状态受力分析

为验证所建数学模型在实际中的应用, 笔者运用目前研制的一台履带式移动机器人进行了仿真研究, 采用数值计算方法, 某轻型履带式移动机器人各设计参数如表1所示, 履带与地面相互作用参数如表2所示。

表1 履带式移动机械臂设计参数

参数	值/m	参数	值/m	参数	值/kg	参数	值/(kg·m ²)
d_m	0.536	l_1	0.224	m_m	50	J_m	1.417
r	0.133	l_2	0.520	m_1	7	J_1	0.05
L	0.711	c_1	0.15	m_2	3	J_2	0.036
h_0	0.3	c_2	0.07	m	60		

表2 履带与地面相互作用物理参数

土壤类型	内聚力 c/Pa	剪切变形模量 K/m	内摩擦角 $\phi/(\circ)$	纵向阻力因子 μ_r
干砂	1 720	0.025	29	0.2
粘土	4 140	0.006	13	0.3

这里先假设驱动轮总能产生足够大的驱动力矩, 给定运动轨迹的条件下, 计算对应的滑转率。

两种不同地形上驱动力和滑转率随时间的变化曲线如图5、图6所示。如图7所示, 滑转率随驱动力的增加而增加, 当滑转率增加到一定程度, 牵引力趋于稳定值。此外, 如图8所示, 仿真分析发现, 当移动机器人绕半径 $R = 1 \text{ m}$ 的圆以某一恒定的角加速度行驶时,

角速度 ω 分别在不同的土壤特性参数下对应不同的极限值,即干砂的情况下为 $\omega_{\max} = 2.375 \text{ rad/s}$,粘土为 $\omega_{\max} = 2.875 \text{ rad/s}$,当超过这一极限值时,驱动力随滑转率增加而发散。

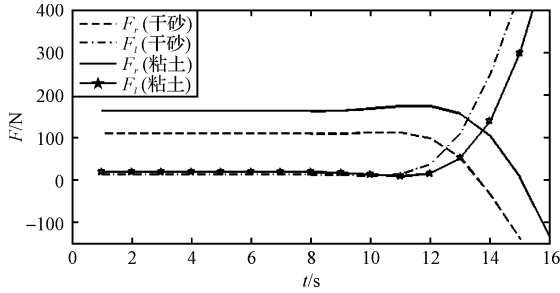


图 5 不同土壤特性参数下的驱动力-时间曲线

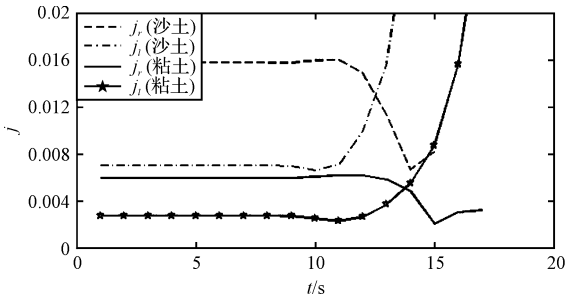


图 6 不同土壤特性参数下的滑转率-时间曲线

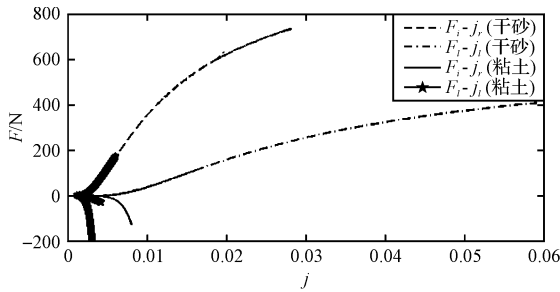


图 7 不同土壤特性参数下的滑转率-驱动力曲线

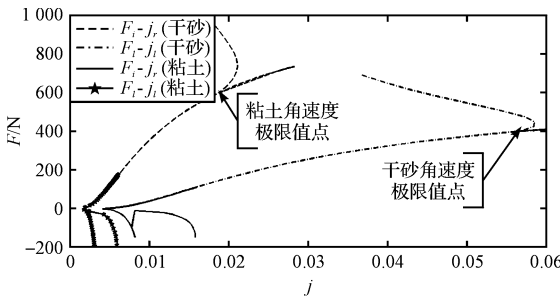


图 8 不同土壤特性下滑转率-驱动力角速度发散点值

3.2 履带式移动机器人动力学仿真研究

履带底盘左右轮的行驶速度和机械臂各关节驱动速度如图 9 所示,相应的干砂土壤中履带纵向和横向滑动速度如图 10 所示。

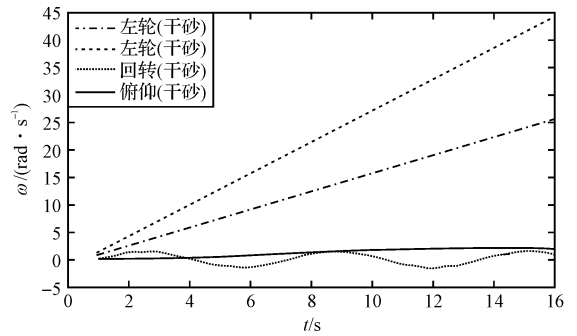


图 9 左右轮行驶速度及关节驱动速度

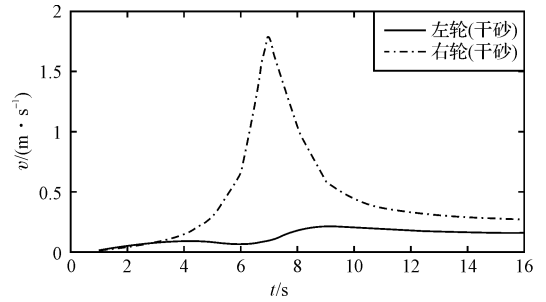


图 10 左右轮滑移速度

履带式移动机器人的运动阻力包括外部阻力和内部阻力,为对比分析,内部阻力的详细计算本研究不再赘述,假定机器人在平地上运行,先以 0.25 m/s^2 加速至 1 m/s ,再匀速直线行驶 4 s 后,在转向半径 $R > d_m/2$ 的情况下,以 1 rad/s 的匀速绕半径 $R = 1 \text{ m}$ 的圆行驶,左右轮的驱动力矩以及搭载平台两自由度机械臂的驱动力矩最大值曲线如图 11 和图 12 所示。

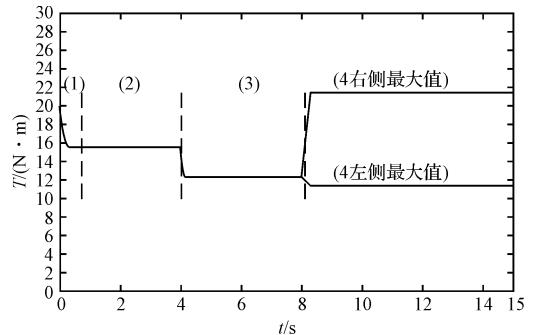


图 11 左右轮的驱动力矩曲线

1—启动;2—爬坡;3—直线匀速前进;4—匀速转向

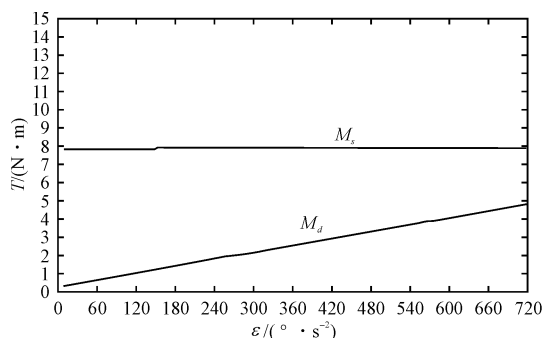


图 12 两自由度机械臂驱动力矩曲线

建立的履带式正向运动学模型主要针对机器人转向动力学情况进行分析,即仿真从 $t = 8$ s 开始,以 $\varepsilon = 0.25 \text{ rad/s}^2$ 的角加速度绕半径 $R = 1$ m 的圆行驶,驱动力矩如图 13 和图 14 所示。干砂土壤下左右侧驱动力矩最大值分别为 $\tau_l = 18.36 \text{ N} \cdot \text{m}$ 和 $\tau_r = 20.55 \text{ N} \cdot \text{m}$, 两侧力矩之差 $\Delta\tau = 2.19 \text{ N} \cdot \text{m}$; 粘土土壤下左右侧驱动力矩最大值分别为 $\tau_l = 12.33 \text{ N} \cdot \text{m}$ 和 $\tau_r = 13.29 \text{ N} \cdot \text{m}$, 两侧力矩之差 $\Delta\tau = 0.96 \text{ N} \cdot \text{m}$; 研究结果表明不同地形下,履带与地面相互作用参数对驱动力矩的影响很大;两种地形下回转和俯仰两个关节的驱动力矩最大值分别为 $\tau_{1\max} = 3.66 \text{ N} \cdot \text{m}$ 和 $\tau_{2\max} = 9.4 \text{ N} \cdot \text{m}$, 与图 12 回转驱动力矩 $M_{s\max} = 4.9 \text{ N} \cdot \text{m}$ 和俯仰驱动力矩 $M_{d\max} = 8 \text{ N} \cdot \text{m}$ 相比相差不大,此外仿真发现履带与地面相互作用对回转和俯仰关节的影响也不容忽视,从图中取点得到最大值的波动之差分别为 $\Delta\tau_1 = 0.269 \text{ N} \cdot \text{m}$ 和 $\Delta\tau_2 = 1.844 \text{ N} \cdot \text{m}$ ^[14-15]。

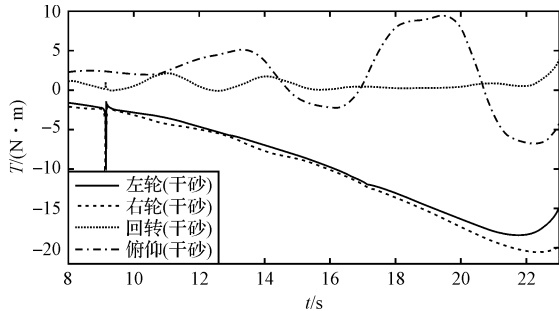


图 13 左右轮的驱动力矩和两自由度机械臂曲线

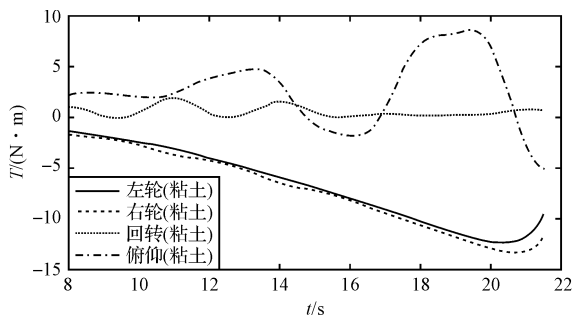


图 14 左右轮的驱动力矩和两自由度机械臂曲线

4 结束语

本研究使用 Matlab 编程对所建立的履带式移动机器人动力学模型进行数值求解,仿真结果验证了履带与地面相互作用对机器人左右轮及搭载的两自由度机械臂驱动力矩的影响,以干砂土壤情况为例,左右侧驱动轮驱动力矩最大值 $\Delta\tau_r = 0.8268 \text{ N} \cdot \text{m}$ 和 $\Delta\tau_l = 0.9357 \text{ N} \cdot \text{m}$, 回转和俯仰关节波动之差分别为 $\Delta\tau_1 = 0.269 \text{ N} \cdot \text{m}$ 和 $\Delta\tau_2 = 1.844 \text{ N} \cdot \text{m}$,更直观、准确

的反映了车体的实际运行特性,具有一定的工程设计参考价值,为车体精确控制奠定了理论基础。

在数学模型建立中,重点对纵向滑移速度 s_{lx} 、 s_{rx} 与驱动力 F 的关系进行了研究,采用两类不同土壤特性进行对比,滑移速度随驱动力 F 增加而增加,当 s_{lx} 、 s_{rx} 增加到一定值时,牵引力 F 趋于稳定值。

考虑履带与地面相互作用的影响,使用机器人 Lagrange 动力学方法和非完整动力学 Routh 方程建立的履带式地面移动机器人动力学模型,与经典计算方法相比较,更加精确、简捷,可以作为机器人运动控制的理论基础。

参考文献 (References):

- [1] WONG J Y. Theory of Ground Vehicles[M]. 4th ed. John Wiley and Sons Incorporation; Hoboken, New Jersey, 2008.
- [2] RACKWITZ R, FIESSLER B. Structural reliability under combined random load sequences[J]. **Computer & Structures**, 1978, 9(5): 489-494.
- [3] LI Z. Robust adaptive control of uncertain force/motion constrained nonholonomic mobile manipulators[J]. **Automatica**, 2008(44): 776-784.
- [4] SOLIS J M, LONGORIA R G. Modeling track-terrain interaction for transient robotic vehicle maneuvers[J]. **Journal of Terramechanics**, 2008, 45(3): 65-78.
- [5] 贺妍. 履带车辆的动力学建模与仿真[C]. 第 27 届中国控制会议, 2008: 16-18.
- [6] 王月梅, 周文清, 常列珍. 履带车辆的一种动力学建模[J]. 华北工学院学报, 2005, 26(3): 164-166.
- [7] 蒋文萍, 葛为民. 履带式移动机械手的广义系统—动力学建模方法: 中国, CN 101526801A[P]. 2009-09-09.
- [8] 张克健. 车辆地面力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002.
- [9] SOLIS J M, LONGORIA R G. Modeling track-terrain interaction for transient robotic vehicle maneuvers[J]. **Journal of Terramechanics**, 2008, 45(3): 65-78.
- [10] GIANNI F, ROBERTO G. Modelling and simulation of an agricultural tracked vehicle[J]. **Journal of Terramechanics**, 1999, 36(3): 139-158.
- [11] ENDO D. Path Following Control for Tracked Vehicles Based on Slip-compensating Odometry[C]. Proceedings of the 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems San Diego, CA, USA, 2007.
- [12] BEKKER M G. Theory of Land Locomotion[M]. University of Michigan Press, 1956.
- [13] SONG Z, HUTANGKABODEE S, ZWEIRI Y H, et al. Identification of Soil Parameters for Unmanned Ground Vehicles Track-terrain Interaction Dynamics[C]. SICE Annual conference, Sapporo, 2004.
- [14] 时石芬, 赵永瑞. 移动机器人行走路径环境建模方法综述与解析[J]. 现代制造技术与装备, 2010(1): 1-2.
- [15] 司震鹏, 曹西京, 姜小放. 4 自由度模块化机器人的设计[J]. 轻工机械, 2009, 27(4): 39-42. [编辑: 张翔]