

基于 CAD 软件的齿轮齿廓渐开线的作法^{*}

蹇绍华¹, 李艳霞², 张国兴^{1*}, 娜日图³, 陈江平³

(1. 内蒙古工业大学 机械学院, 内蒙古 呼和浩特 010051; 2. 内蒙古工业大学 图书馆, 内蒙古 呼和浩特 010051;
3. 内蒙古工业大学 理学院, 内蒙古 呼和浩特 010051)

摘要:针对齿轮传动件一直没有实现动态仿真的问题,根据机械设计中标准齿轮渐开线的定义,首先建立了圆柱齿轮齿廓和圆锥齿轮齿廓渐开线的数学模型,再采用曲线拟合的方法,用 Solidworks 软件做出了圆柱齿轮齿面渐开线和蜗杆的齿面渐开线,用 AutoCAD 软件做出圆锥齿轮齿面的球面渐开线;并对用数学模型找点和曲线拟合这两种方法进行了简单的比较。研究表明,用曲线拟合的方法比用数学模型找点的方法做齿轮渐开线更直观、更精确。该方法对齿轮的 3D 模拟和实际设计加工有较大参考与借鉴价值。

关键词: CAD; 齿廓; 渐开线; 作法

中图分类号: TH122; TH132.413; TP391.72

文献标识码: A

文章编号: 1001-4551(2010)10-0038-05

Method of making gear profile involute in CAD software

QIAN Shao-hua¹, LI Yan-xia², ZHANG Guo-xing¹, Naritu³, CHEN Jiang-ping³

(1. College of Mechanical, Inner Mongolia University of Technology, Hohhot 010051, China;
2. Library, Inner Mongolia University of Technology, Hohhot 010051, China;
3. College of Sciences, Inner Mongolia University of Technology, Hohhot 010051, China)

Abstract: Aiming at the problem of the moving parts of the gear not to realize the dynamic simulation, according to the definition of the standard gear involute in machine design, this research established the mathematical model of the involute for the cylindrical gears profile and the gear profile of the cone. Then the involute is maded for the cylindrical gear's surface and the surface of the worm gear through the method of curve fitting by Solidworks software. And the involute is maded for the sphere surface of cone gear by AutoCAD software. And it carried on the simple comparison to the mathematical model looked for the spot with curve fitting. The results indicate that it is more direct and more accurate to use the method of curve fitting than the mathematical model. It is very practical for the actual design and processing of the 3D gear's simulation.

Key words: CAD; gear profile; involute; method

0 引 言

齿轮传动是依靠主动轮轮齿的齿廓依次推动从动轮的齿廓进行工作的。齿轮在传动过程中,要求瞬时传动恒定不变,因此齿廓形状必须满足这个条件。齿廓曲线除应满足传动比恒定的要求外,还应该满足强度高、磨损少、寿命长以及设计、制造和安装等方面的

要求,由于渐开线齿廓能满足上述要求,所以机械中常采用渐开线齿廓^[1]。

齿廓的生成主要有 3 种方法,一种是建立实际模型,用手工找点、连线的方法;另一种是建立数学模型,通过计算找点、连线的方法,这种方法的缺点是:到目前为止,球面渐开线还没有成型的数学模型。本研究尝试性建立球面渐开线的数学模型,进行找点连线。

收稿日期:2010-06-12

基金项目:内蒙古工业大学校重点基金资助项目(ZD200807)

作者简介:蹇绍华(1972-),男,内蒙古宁城人,主要从事工程图学方面的研究。E-mail: qianshaohua2004@tom.com

通信联系人:张国兴,高级实验师。E-mail: zgx2698@tom.com

还有一种是用现代科技手段,通过计算机软件先确定齿廓上的部分点,然后用曲线拟合。前两种方法计算量比较大,曲线拟合算法简单同时在精度上也不比前两种方法差,所以选择曲线拟合的方法生成渐开线齿廓。在计算机软件技术不断发展的今天,用 CAD 软件作各种曲线已经成为可能了。

本研究用 CAD 软件作出齿轮上的平面的、球面的渐开线以及蜗杆上的渐开线,这对圆柱齿轮和圆锥齿轮的 3D 模拟是非常有益的。

1 圆柱齿轮轮齿齿面渐开线的建立

标准圆柱齿轮的齿面是渐开线型的,它定义为“一直线沿直径为(JYD1)的圆作纯滚动,此直线上任一点 K 的轨迹称为该圆的渐开线”^[1]。此直线称为渐开线的发生线,该圆称为渐开线的基圆。该渐开线有以下特性:发生线沿基圆滚过的长度等于基圆上被滚过的弧长;又因为发生线始终与基圆相切,所以渐开线上任一点的法线必与基圆相切;基圆内部无渐开线;渐开线上任一点的法线与该点速度方向线所夹的锐角称为渐开线在该点的压力角,其值随着向径的增大而增大,在基圆处的压力角为零;渐开线的形状取决于基圆的大小,基圆半径越小,渐开线形越弯曲,基圆半径越大,其渐开线越平坦。

(1) 首先可用传统方法参数化方式绘制圆柱齿轮齿廓渐开线。如式(1)为圆柱齿轮渐开线齿廓曲线的数学模型^[2],建立如图 1 所示的直角坐标系。设渐开线上任一点的坐标为(x,y,z),由此用数学模型找点的方法得到如图 1 所示的渐开线图形。

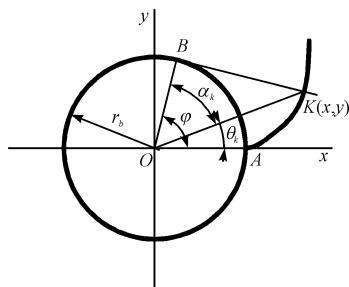


图 1 由参数化方程得到的渐开线

圆渐开线极坐标方程为:

$$\begin{cases} x = r_b \cos \varphi + r_b \varphi \sin \varphi \\ y = r_b \sin \varphi - r_b \varphi \cos \varphi \\ z = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中 r_b —渐开线基圆半径; φ —渐开线发生线在基圆上的滚动角,由渐开线函数:

$$\theta_k = inv a_k = \text{tga}_k - a_k \Rightarrow \varphi = \theta_k + a_k = \text{tga}_k \quad (2)$$

当 $r_k = r_a$ 时, φ 值取最大值:

$$\varphi_{\max} = \text{tga}_k = \frac{\sqrt{r_a^2 - r_b^2}}{r_b} \quad (3)$$

(2) 根据圆柱齿轮轮齿齿廓渐开线的定义和性质,用曲线拟合的方法在 Solidworks 软件下作圆柱齿轮轮齿齿形渐开线。我国标准圆柱直齿轮的压力角为 20° 。则渐开线基圆直径 $d_b = \text{分度圆直径 } d * \cos 20^\circ$,图 1 中(FDD1)为齿轮的分度圆直径,(JYD1)为渐开线基圆直径。设分度圆直径(FDD1)为 120,则渐开线基圆直径(JYD1)为 112.76,在 60° 角的范围之间把基圆 31 等分,每一等分的角度是 4° ,弧长是 3.94。过每一等分半径的端点作基圆的切线,逐次在每一切线上截取 $1 * 3.94, 2 * 3.941, 3 * 3.941 \dots$,找各条切线的端点,逐次连接各端点,即得基圆直径(JYD1)为 112.76 圆柱齿轮齿形的渐开线^[3],如图 2 所示。显然这个方法要比用建立数学模型手工找点的方法更直观,更精确。

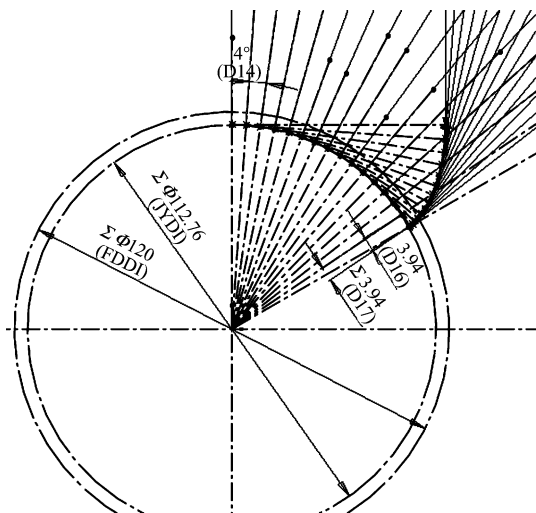


图 2 圆柱齿轮轮齿齿面渐开线的成图

系列零件设计表是为:	A	B	C	D
模数	4	30	50	
齿数	4	32	50	
齿数	4	34	50	
齿数	4	36	40	
齿数	5	30	50	
齿数	5	32	46	
齿数	6	28	50	
齿数	6	32	46	

系列零件设计表是为:

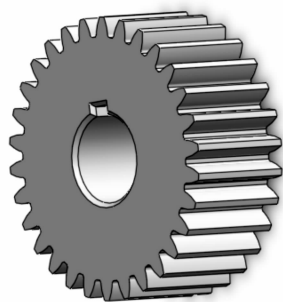


图 3 系列化参数下的圆柱齿轮特征图

本研究利用上述圆柱齿轮渐开线的形成原理,在 Solidworks 软件中做出直齿圆柱齿轮的仿真模型。把渐开线中的各参数关联到这个模型中,并在 Solidworks 软件中编辑一个关于直齿圆柱齿轮系列零件设计表,以草图中的齿数 Z 、模数 m 和齿宽 B 等参数为主要变量。在表中只要选定柱齿轮的齿数 Z 、模数 m 和齿宽 B 等参数值,就能形成新的圆柱齿轮齿形草图,经过一定的修剪重新建模之后,就得到一个新的圆锥齿轮特征图。系列化参数下的圆柱齿轮特征图如图 3 所示。

2 圆锥齿轮轮齿齿面渐开线的建立

(1) 标准圆锥齿轮的齿面是球面渐开线型的,如式(2)所示为球面渐开线型渐开线齿廓曲线的数学模型^[2],设渐开线上任一点的极坐标为 (R, β, ω) 。渐开线的参数方程可用式(2)表示:

$$\begin{cases} \theta = \arccos (r/R) \\ \alpha = \arctan (\tan (\cos (\theta)) * th\theta / \cos (\theta)) \\ \beta = th\theta - \alpha \\ \omega = -\arctan (\tan (\theta) * \cos (\alpha) / \cos (\beta)) \end{cases} \quad (2)$$

极坐标方程 = R, β, ω

式中 r —基圆半径; R —球半径; β — xy 平面,矢径投影与 x 轴的夹角; ω — xz 平面,矢径投影与 x 轴的夹角;递增 $th\theta$ 可得到相应的 β 和 ω 。

可以用上述数学模型在半径是 R 的球面上找点,作出类似于如图 4 所示的球面渐开线。但这种数学模型计算找点的计算量是相当大的。

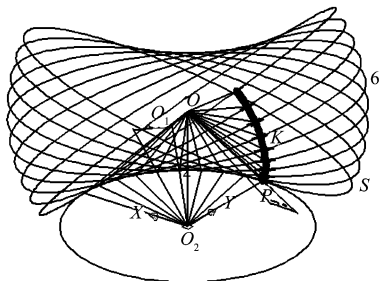


图 4 圆锥齿轮轮齿齿面渐开线的建立

(2) 根据机械设计的原理,球面渐开线型形成过程如下:一圆平面 S 与一基圆锥相切于 OP ,切线 OP 既是是基圆锥的母线,又是圆平面 S 的半径,当圆平面 S 沿基圆锥作纯滚动时,圆平面上直线 OK 在空间展开的球面渐开线曲面即为直齿圆锥齿轮的齿廓曲面,显然渐开线 AK 是在锥顶 O 为中心, OK 为半径的球面上,故直齿圆锥齿轮大端的理论齿廓曲线为球面渐开线。图 4 中的渐开线是用 AutoCAD 软件用曲线拟合

的方法作的。

其作法如下,设基圆锥底圆半径为 $O1P = 100$,基圆锥的高 $O1O = 100$,将底圆 $O1$ 用半径 OP 十等分圆周阵列,每等分的角度为 10° ,连接圆锥顶点 O 和 P 点,开始圆面 OS 与与基圆锥相切于 OP ,每经底圆 10 度的圆弧,圆锥上两条切母线的角度为 7.07° ,把 UCS 坐标系 Z 轴与圆锥和圆 OS 的切线对正,再绕 X 轴旋转 90° ,在新的 XOY 平面上作出平面圆 OS ,在圆 OS 上找相应节点 P 点的位置,即把切母线旋转 $(N-1) \times 7.07^\circ$ 与新圆面 OS 相交的交点即是新圆面 OS 下节点 P 点的位置,如节点 K 点就是平面 OS 与底圆 8 等分弧后与圆锥相切得到的新圆面 OS 下的节点 P 点的位置,此时切线旋转的角度为 $7 \times 7.07^\circ$ 。用样条曲线连接各节点,即得圆柱齿轮轮齿齿形渐开线。

本研究用中心投影法把球面渐开线向圆锥齿轮背锥的一个切面上投影,如图 5 所示。可以看出:对于标准直齿圆锥齿轮来说,互相啮合的圆锥齿轮分度圆锥角 $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$ 即轴交角等于 90° 。因为球面渐开线上的点是圆锥切圆上的点,沿圆锥与切圆的公切线向相应的背锥切面上投影,则切圆的投影聚集成直线(如图 4 中第 6 个等分切圆在图 5 中集聚成直线,即圆渐开线上的滚动直线),则在滚动圆滚动的角度小于 90° 时,该球面渐开线的投影就可以近似看成背锥上相应切圆为基圆的圆的渐开线。这与传统的背锥展开法作齿锥面渐开线基本相近,但这要比传统的背锥展开法作齿形精确直观的多。在 Solidworks 软件中圆的渐开线的尺寸是可以关联的。

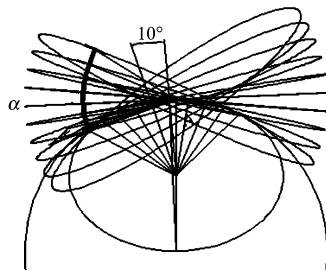


图 5 球面渐开线的近似投影转变成圆的渐开线

本研究利用上述用中心投影法原理把球面渐开线的近似投影转变成圆的渐开线,在 Solidworks 软件中做出直齿圆锥齿轮的仿真模型,把渐开线中的各参数关联到这个模型中,并在 Solidworks 软件中编辑一个关于直齿圆锥齿轮系列零件设计表,以草图中的齿轮分度圆锥角 θ_1 、大端当量齿数 Z_{d1} 、大端模数 m 和齿宽等参数为主要变量。在表中只要选定锥齿轮的分度圆锥角 θ_1 、大端当量齿数 Z_{d1} 、大端模数 m 和齿宽等参数值,就能绘制新的圆锥齿轮齿形草图,经过一定的修剪

重新建模之后就得到一个圆锥齿轮特征图。如图 6 所示为系列化参数下的圆锥齿轮特征图。

系列零件设计表是为: 作圆锥

	当量齿数 D1.30 草图 4	当量齿数 D1.30 草图 4	分度圆锥角 D1.30 草图 4	齿宽 D1.30 草图 4
1	28	4	40	40
2	29	4	42	40
3	30	4	45	38
4	31	5	46	38
5	32	5	47	36
6	33	5	48	36
7	34	5	48	35



图 6 系列化参数下的圆锥齿轮特征图

	A	B	C	D	E
1	系列零件设计表是为: 蜗轮蜗杆				
2	蜗杆轴面模数	蜗杆直径系数	导程角	蜗杆头数	蜗轮齿数
3	4.0	1.0	10.0	1.0	40.0
4	4.0	1.6	18.0	1.0	50.0
5	5.0	1.0	12.0	1.0	40.0
6	5.0	1.6	24.0	2.0	60.0

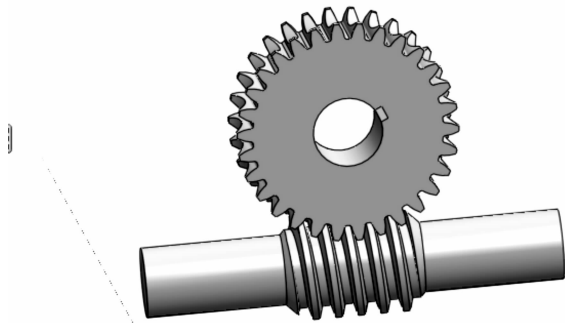


图 8 蜗轮蜗杆啮合的 3D 模型

3 蜗杆的齿面渐开线的建立

蜗杆的齿面渐开线几何尺寸计算与圆柱齿轮基本相同,渐开线蜗杆是将车刀切削刃平面与蜗杆的基圆柱相切,被切出的蜗杆在垂直于轴线端面上的齿廓为渐开线。而法向直廓蜗杆在车制时将车刀刃平面放在蜗杆螺旋线的法平面上,这样切出的蜗杆在法向剖面上齿廓为直线,而在垂直于轴线的端面上齿廓线为延伸渐开线。本研究可以想象在图 2 中当基圆无限大时,齿轮的齿数无限大,蜗杆上齿廓的渐开线接近于直线^[2-12]。也就是说,在蜗杆的轴向切面上,齿形是梯形的,此时蜗杆与蜗轮的啮合如同齿条与齿轮啮合一样。齿形的渐开线可用 Solidworks 软件绘出,如图 7 所示。

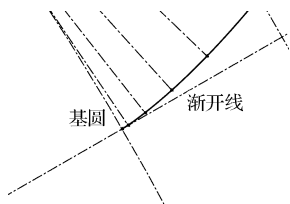


图 7 蜗杆的齿面渐开线

本研究可以近似用做梯形螺纹的方法做出单头蜗杆。与蜗杆啮合的蜗轮的齿廓也是渐开线形的,其模数与压力角是相等的。本研究就不再重复叙述。如图 8 所示为作出蜗轮蜗杆 3D 模型后将其啮合在一起的 3D 模型。

在图 8 中,本研究同样以蜗杆轴面的模数和压力角、蜗杆直径系数 q 、导程角、蜗杆头数、蜗轮齿数等为变量做出蜗轮蜗杆啮合的系列的 3D 模型。

4 结束语

(1) 在基于 CAD 软件基础之上,用曲线拟合的方法做出齿轮齿面的渐开线,这比以往传统的建立数学

模型手工找点法做渐开线要直观、精确,对齿轮的 3D 建模是非常有益的,对于齿轮加工选择刀具也是非常有帮助的。

(2) 圆柱齿轮齿面渐开线和蜗杆的齿面渐开线是平面的,适合在 Solidworks 软件中做,因为在 Solidworks 软件中做图是以面为基准的。而圆锥齿轮的齿面是球面渐开线,选取的基准往往是点和线,这在 AutoCAD 软件中用 UCS 坐标系选取是很方便的。本研究用中心投影法把球面渐开线向圆锥齿轮背锥的一个切面上近似投影成圆的渐开线,在 Solidworks 软件中圆的渐开线的尺寸是可以关联的。

(3) 根据圆柱齿轮、直齿圆锥齿轮、蜗杆蜗轮齿廓渐开线的特点以及相应 3D 软件的特点,本研究作出了圆柱齿轮、直齿圆锥齿轮、蜗杆蜗轮系列模型,这给传动零件的设计提供了较为便捷的方式。

在上述的 CAD 软件作图过程中,也有它的不足之处,其一是在草图中变更齿轮的参数范围很窄,如果齿轮参数变化过大,则草图中容易产生自相交的情况。其二是没有把球面渐开线转化成的圆的渐开线和用手工找点法把球面渐开线投影成平面曲线再做进一步比较。这还有待于进一步深入研究解决,但本研究也为以后齿轮的有限元分析和动态仿真打下了基础,为 CAD/CAM 进一步集成提供了条件。

参考文献 (References):

[1] 沈继飞. 机械设计基础[M]. 2 版. 上海:上海科学技术出版社,1994:45-69.
 [2] 徐 灏. 机械设计手册[M]. 2 版. 北京:机械工业出版社,1993:7-202.
 [3] 张国兴,娜日图,张旭丰,等. 标准圆柱齿轮的 3D 模拟及其数据库的建立[J]. 机电工程,2010,27(4):28-31.

- [4] 宋靖宇,张耀宗. 精锻锥齿轮渗碳热处理 CAPP 系统[J]. 机电工程,2003,20(6):89-93.
- [5] 王建国,安娜. 机械制图[M]. 2版. 呼和浩特:内蒙古大学出版社,2008:201-206.
- [6] 魏征,王一惠,宋晓明. Solidworks2008 基础教程:第1版[M]. 北京:清华大学出版社,2008:213-241.
- [7] 徐斌,王志德. 电动变桨轴承故障原因分析及改进措施[J]. 煤矿机械,2008,29(4):122-124.
- [8] 刘志红,劳厅成. 虚拟 CNC 的齿轮测量中心[J]. 机电工程,2007,24(4):122-124.
- [9] THOMAS W, PRAVIN G, VARAIYA P. Markets and pricing for interruptible electric power[J]. **IEEE Transactions on Power Systems**,1993,8(1):122-128.
- [10] MURAL F L, FERNANDO L, ALVARADO. Designing incentive compatible contracts for effective demand management[J]. **IEEE Transactions on Power System**,2000,15(4):1255-1260.
- [11] FANG H T, CHUNG B. Mathematical model and bearing contact of the ZN-type worm gear set cut by oversize hob cutters[C]//In:Proc. of tenth world congress on the theory of machine and mechanisms, Oulu Finland,1999:2270-2275.
- [12] LITVIN F L, KIN V. Computerized simulation of meshing and bearing contact for single-enveloping worm gear drives[J]. **J. of Mechanical Design, Trans. of the ASME**,1992(114):313-316. [编辑:柴福莉]

(上接第 10 页)

本控制系统采用台达公司的 DVP48EH00R 系列的 PLC 为核心部件,实现恒温控制,控制系统的原理框图如图 5 所示。PLC 根据采集的信号计算出偏差 $e(t)$ 和偏差变化率 $ec(t)$,按照模糊 PID 的控制规则计算控制量 $u(t)$,并输出控制量 $u(t)$ 。经过 PLC 的 D/A 转换,变成 4 mA ~ 20 mA 的电流信号,送到调节阀来调节蒸汽或者冷却水的流量,实现系统温度的智能控制。

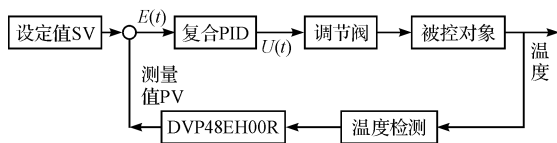


图 5 模糊控制系统结构图

4 结束语

本研究设计了一套基于 PLC、HMI、变频器的均质机智能控制系统,将智能 PID 控制算法应用到了传统的均质机控制系统中,实现了在线监视、在线控制、在线警报。该系统开发成本低、操作方便。目前控制系统运行良好,显著提高了均质控制系统的自动化程度,降低了控制系统的超调量,减少系统运行时间,有效降低均质机能耗。

参考文献 (References):

- [1] OCHIENG A, ONYANGO M S, KUMAC A, et al. Mixing

in a tank stirred by a Rushton turbine at a low clearance [J]. **Chemical Engineering and Processing**,2008,47(5):842-851.

- [2] 胡长鹰. 均质技术在当代生活中的作用及其发展[J]. 包装与食品机械,1994,12(2):46-47.
- [3] 杨诗斌,徐凯,张志森. 高剪切及高压均质机理研究及其在食品工业中的应用[J]. 粮油加工与食品机械,2002(4):33-35.
- [4] 裘炳毅. 乳化作用及其在化妆品工业的应用(五):乳状液的形成及其特性[J]. 日用化学工业,2000,30(4):56-60.
- [5] 吴元欣,朱圣东,陈启明. 新型反应器与反应器工程中的新技术[M]. 北京:化学工业出版社,2007.
- [6] 深圳市步进科技有限公司. 编程软件 EasyBuilder500 使用手册简体中文版[M/CD]. 深圳市步进科技有限公司,2004.
- [7] 中达电通股份有限公司. DVP PLC 应用技术手册:程序篇[Z]. 上海:中达电通股份有限公司,2006.
- [8] 周万珍,高鸿斌. PLC 分析与设计应用[M]. 北京:电子工业出版社,2004.
- [9] 陈甘棠. 化学反应工程[M]. 北京:化学工业出版社,1981.
- [10] 张濂,许志美. 化学反应器分析[M]. 上海:华东理工大学出版社,2005.
- [11] SALEHI S, SHAHROKHI M. Two observer-based nonlinear control approaches for temperature control of a class of continuous stirred tank reactors[J]. **Chemical Engineering Science**,2008,63(2):395-403. [编辑:李辉]