

主动电磁悬浮球系统的 H_∞ 控制器*

王 萌, 梅鲁雁, 祝长生*

(浙江大学 电气工程学院, 浙江 杭州 310027)

摘要: 针对主动电磁悬浮球系统的鲁棒性问题, 探讨了 H_∞ 控制器在该系统上的应用。首先建立了主动电磁悬浮球系统的线性化数学模型; 然后对应 H_∞ 混合灵敏度框架, 重点介绍了 3 个加权函数的双重意义及其对系统特性的影响, 说明了 H_∞ 控制器的设计方法; 并对一套实际系统设计了 H_∞ 控制器, 对系统的性能进行了仿真和实验研究。研究结果表明, 基于 H_∞ 控制器的主动电磁悬浮球系统具有较高的抗干扰性能和鲁棒稳定性。

关键词: 主动电磁悬浮球系统; H_∞ 控制; 混合灵敏度框架

中图分类号: TH13; TH39; TP18; TP273

文献标识码: A

文章编号: 1001-4551(2010)09-0014-05

H_∞ controller for an active magnetic ball levitation system

WANG Meng, MEI Lu-yan, ZHU Chang-sheng

(College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: Aiming at the robust stability of the active magnetic ball levitation system, the application of H_∞ controller was studied. Firstly, the linear model of the active magnetic levitation ball system was built. Then three weighting functions in the mixed sensitivity framework were introduced. Their double significance and effect on the system were analyzed. After elaborating how to design H_∞ controller, the controller for a magnetic ball levitation system was presented, and the proportion of the controller was simulated and measured in experiment. The results indicate that the H_∞ controller is characterized by the effectiveness of interference immunity and robust stability.

Key words: active magnetic levitation system; H_∞ control theory; mixed sensitivity framework

0 引 言

主动电磁悬浮技术是利用电磁吸力将物体悬浮在空中的一种新型支撑方式, 具有无接触、无摩擦、无磨损、高精度以及使用寿命长等优点, 在机械、交通、能源等领域具有广泛的应用背景^[1]。

主动电磁悬浮球系统是一个典型的单自由度主动电磁悬浮系统, 是多自由度磁悬浮系统的简化, 具有后者所具有的高度非线性、模型不确定性和开环不稳定等特点。对其动力特性的研究为多自由度复杂磁悬浮系统的设计与调试提供了硬件和软件的准备。

主动电磁悬浮球系统的核心是其控制器部分。目

前广泛采用的 PID 算法虽然原理简单, 但存在参数整定困难, 控制律适应性差等缺点^[2]。为此, 国内外的研究人员进行了多方面的探索, 各种先进控制算法相继得到应用, 如模糊控制^[3-5]、自适应控制^[6-7]、滑模变结构控制^[8-9]等。 H_∞ 鲁棒控制是最近发展的一种频域最优控制理论^[10], 能够考虑实际系统与理论模型之间的不确定性因素, 可以在模型不确定性和外界扰动存在的条件下仍能保证系统具有良好的稳定性及鲁棒性。YI^[11] 及李群明等^[12] 将其应用在磁悬浮系统中均取得了较好的效果。

本研究应用 H_∞ 鲁棒控制理论对一个磁悬浮球实验装置进行控制器设计, 通过仿真、实验检验其性能,

收稿日期: 2010-03-01

基金项目: 国家高技术研究发展计划(“863”计划)资助项目(2006AA05Z201); 国家大学生创新性实验计划资助项目(未提供)

作者简介: 王 萌(1987-), 男, 陕西咸阳人, 博士研究生, 主要从事高速电机驱动系统方面的研究. E-mail: zjuwm@yahoo.com.cn

通信联系人: 祝长生, 男, 教授, 博士生导师. E-mail: zhu_zhang@zju.edu.cn

并对该理论应用中的要点及特性做了归纳总结。

1 主动电磁悬浮球系统的数学模型

主动电磁悬浮球系统的结构如图 1 所示,它由钢球、电磁铁、光学位移传感器、功率放大器及控制器等部分组成。整个装置构成了一个闭环控制系统;控制器依据接收到的位置信号,通过调整流经励磁线圈的电流来控制电磁力的大小,以动态地平衡钢球的重力,从而使钢球稳定悬浮在给定的平衡位置。

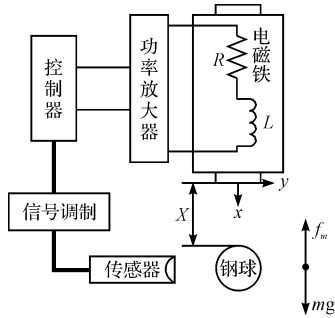


图 1 主动电磁悬浮球系统示意图

为便于研究,本研究对磁悬浮系统做如下假设:①忽略漏磁通的影响,认为磁通全部通过电磁铁的外部磁极气隙(图 1 中 x 区段);②磁通在气隙处均匀分布,忽略边缘效应;③忽略小球和电磁铁铁芯的磁阻,磁路磁阻主要集中在气隙上;④钢球所受的电磁力集中在中心点,且其中心点与质心重合。

应用电磁学原理进行分析,可得小球所受电磁力 f_m 与气隙长度 x 及电磁铁电流 i 的关系为^[13-14]:

$$f_m = k \left(\frac{i}{x} \right)^2 \quad (1)$$

式中 k —一个常数,其大小由空气磁导率、电磁铁线圈匝数和磁通流过小球截面的导磁面积决定。

忽略其它干扰,则小球只受电磁力和自身重力的作用。如图 1 所示,设向下为 x 正方向,可得到小球在竖直方向上的动力学方程为:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = mg - f_m \quad (2)$$

式中 m —小球的质量。

小球处于平衡状态时,其加速度为零,由牛顿第二定律可知小球此时所受合力为零。设平衡位置气隙长度及相应平衡电流分别为 x_0 及 i_0 ,则有:

$$mg = f_{m0} = k \left(\frac{i_0}{x_0} \right)^2 \quad (3)$$

据此可以计算出小球在给定平衡位置处对应平衡电流的大小。将电磁力方程在平衡位置附近泰勒展开,略去高阶项后得到小球所受电磁力的线性化方

程为:

$$f_m = f_{m0} + \frac{\partial f_m}{\partial x}(x - x_0) + \frac{\partial f_m}{\partial i}(i - i_0) = f_{m0} - 2k \frac{i_0^2}{x_0^3} \Delta x + 2k \frac{i_0}{x_0^2} \Delta i \quad (4)$$

将式(2)和式(3)代入式(4),可得到描述小球运动的线性化微分方程为:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -2k \frac{i_0}{x_0^2} \Delta i + 2k \frac{i_0^2}{x_0^3} \Delta x \quad (5)$$

等式两侧做拉普拉斯变换,可得到从电流 i 到位移 x 的开环传递函数为:

$$\frac{x(s)}{i(s)} = \frac{-1}{\frac{i_0}{2g} s^2 - \frac{i_0}{x_0}} \quad (6)$$

将功率放大器和位移传感器均等效为比例环节,则可以得到控制器以外整个系统的开环传递函数为:

$$\frac{U_{in}}{U_{out}} = \frac{U_{in}}{x(s)} \frac{x(s)}{i(s)} \frac{i(s)}{U_{out}} = K_s \frac{x(s)}{i(s)} \frac{1}{K_a} \quad (7)$$

式中 U_{in} —控制器接收到的位移信号; U_{out} —控制器输出的控制信号; K_s —一位移传感器系数; K_a —功率放大器系数。

本研究磁悬浮球装置中小球的质量为 22 g, $K_s = -458.7156$ (V/m), $K_a = 5.8929$ (V/A),取平衡位置 $x_0 = 20$ mm,可得到系统的平衡电流为 $i_0 = 0.61$ A。根据式(6)和式(7)得到系统的传递函数为:

$$\frac{U_{in}}{U_{out}} = \frac{77.84}{0.03115s^2 - 30.53} \quad (8)$$

2 磁悬浮球系统的 H_∞ 控制器设计

2.1 H_∞ 控制器设计理论

在实际系统中总是存在能够引起系统结构或参数变化的不确定性。在设计控制器时,被控对象实际上不是一个固定不变的系统,而是一个在一定误差范围内变化的系统集合。 H_∞ 控制理论考虑了理论模型与实际系统的差别,着眼于系统的抗干扰性和鲁棒镇定性,用解析的手段得到了在一定的误差范围内能够使所有被控对象保持稳定的控制器。

应用 H_∞ 控制理论,可将控制器设计问题转化为混合灵敏度规划问题,通过合理选取加权函数使系统的 3 个传递函数符合一定的频域特性,从而满足系统所需的各项性能要求。 H_∞ 混合灵敏度标准框架如图 2 所示^[15](其中, r 、 e 、 u 、 d 和 y 分别为参考输入、跟踪误差、控制量输入、干扰输入和系统输出; z_1 、 z_2 和 z_3 为 3 个评价指标)。需要关注的 3 个传递函数分别为从 r

到 e, u, y 的闭环传递函数:

$$\begin{aligned} S &= \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + GK} \\ R &= \frac{U(s)}{R(s)} = \frac{K}{1 + GK} \\ T &= \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{GK}{1 + GK} \end{aligned} \quad (9)$$

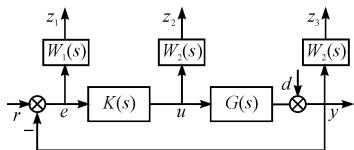


图 2 混合灵敏度问题标准框架

H_∞ 鲁棒控制理论表明, S, R, T 的另一重意义在于它们分别可作为衡量系统抗干扰性、加性不确定性和乘性不确定性的指标。系统的 H_∞ 控制器设计问题就是寻找正则的有理函数控制器 $K(s)$, 使系统闭环稳定, 且满足参考输入 r 到评价指标 $z = [z_1 \ z_2 \ z_3]^T$ 的闭环系统传递函数 T_{zr} 的 H_∞ 范数满足:

$$\|T_{zr}\|_\infty = \left\| \begin{array}{c} W_1 S \\ W_2 R \\ W_3 T \end{array} \right\|_\infty \leq \gamma < 1 \quad (10)$$

式中 T_{zr} —系统的增广对象; γ —其 H_∞ 范数的上确界。

在保证系统稳定的前提下, 通过选择加权函数 W_1, W_2 和 W_3 对 S, R, T 做频域整形, 即可调整闭环系统的静态及动态性能。这就使系统控制器的设计问题变成了混合灵敏度规划问题。通过一定的算法可以求解出与增广对象同阶的 H_∞ 控制器, 其算法已经内置到 Matlab 鲁棒控制工具箱中, 可以直接调用。

2.2 加权函数的选取

H_∞ 控制器的设计过程主要是对加权函数 W_1, W_2 和 W_3 的选取过程。理论上对于具体的对象, 取 W_1 为干扰信号的 H_∞ 范数的上界, W_2 为系统模型加性误差的 H_∞ 范数上界, W_3 为乘性误差的 H_∞ 范数上界, 就可以保证闭环系统稳定; 调整 3 个加权函数的频域特性即可控制系统的性能。然而在实际中由于干扰信号和两种模型误差都很难精确确定, 通常是依照一定的规则对加权函数进行多次调整, 最终达到系统的要求。在本研究中, 加权函数的选取遵循以下原则^[16-17]:

(1) W_1 的选取: 参照图 2, 由 S 的表达式可知, S 既是干扰输入 d 到系统输出 y 的传递函数, 也是参考输入 r 到跟踪误差 e 的传递函数。对于磁悬浮球系统来讲, 干扰通常发生在低频段。为了有效地抑制干扰,

希望 S 的低频增益应当尽量小, 所以 W_1 的低频增益应尽量大, 而对于超出系统要求的高频范围, 则无严格要求。因此 W_1 应具有高增益低通特性, 其增益作为可供调整的参数。因为求解出的 H_∞ 控制器与系统增广对象是同阶的, 为了尽量减小控制器的阶次, W_1 应优先取为一阶有理函数。

(2) W_2 的选取: 一方面因为 R 是系统输入 r 到控制量 u 的传递函数, 其加权函数 W_2 可以限制控制量 u 的大小, 使其保持在系统允许的范围内, 故 W_2 的静态增益应该适当地大。另一方面, 随着 W_2 幅值的逐渐变大, 求解出的控制系统的剪切频率在不断变小。因此为保证系统有足够的带宽, W_2 的静态增益应适当的小。在实际设计中, 通常将 W_2 作为一个加权常数进行调整, 以同时符合两方面的要求。

(3) W_3 的选取: 在经典控制理论中, T 是系统的闭环传递函数, 其谐振峰值、频带宽度等频域指标与系统的动态性能有着直接的对应关系。同时在 H_∞ 鲁棒控制理论中, T 的加权函数 W_3 代表了系统乘性不确定性的范数界, 而系统建模时忽略掉的非理想特性往往反映为高频信号干扰。所以 W_3 的频率特性应具有高通性质, 上升斜率可以大一些, 以保证闭环系统对高频干扰的抑制。

可以看出 S 和 T 具有以下关系, 即: $S + T = 1$, 对于给定频率点, S 和 T 的增益相互限制。但从上面的讨论可知, 在磁悬浮球系统中, W_1 具有低通性质而 W_3 具有高通性质, 所以合理设置两者的幅频特性可以避免这一限制。故设计时应使 W_1 和 W_3 的频带不重叠, 即二者的剪切频率间有一定距离。

3 仿真、实验及结果分析

依照上述加权函数的选取原则, 经过多次调整后, 可确定 3 个加权函数分别为 $W_1 = 100/(s + 6)$, $W_2 = 10^{-8}$, $W_3 = 0.0004s + 1$ 。应用 Matlab 鲁棒控制工具箱求解^[18] 可得到控制器 $K(s)$ 为:

$$K(s) = \frac{(3.303 \times 10^{13})s^2 + (1.452 \times 10^{15})s + 1.035 \times 10^{16}}{s^3 + (6 \times 10^5)s^2 + (9.005 \times 10^{10})s + 5.403 \times 10^{11}} \quad (11)$$

对应的 H_∞ 范数上确界 $\gamma = 0.9844$ 。

闭环系统的单位阶跃响应仿真曲线如图 3 所示, 可以看出, 对于理论模型, 系统没有超调, 控制器具有近乎理想的动态品质。

用计算机作为控制器构建控制系统, 本研究在 Matlab 中搭建了系统回路, 如图 4 所示, 图中 Analog In-

put 和 Analog Output 模块分别为数据采集卡 PCI1711 的信号输入及输出通道,计算机通过它们接收位移信号并输出控制信号,调节励磁电流控制小球悬浮。图中控制器 K_1 为控制器 K 的双线性变换离散化方程,系统采样周期 $T=0.0001\text{ s}$ 。

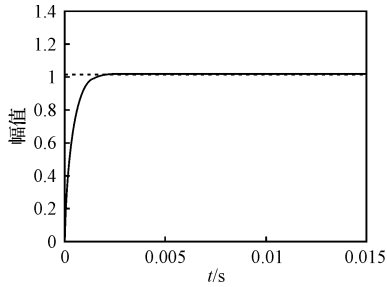


图3 闭环系统阶跃响应仿真结果

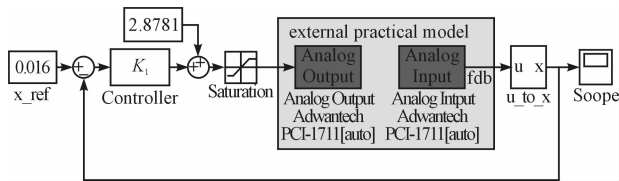


图4 控制系统框图

一个小球和两个小球稳定悬浮时的工作情况如图5、图6所示。一个小球或两个小球都能够迅速地处于稳定悬浮状态,表明该控制系统具有较高的鲁棒性。



图5 单球悬浮图

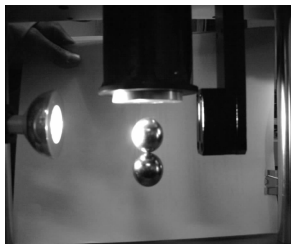


图6 双球悬浮图

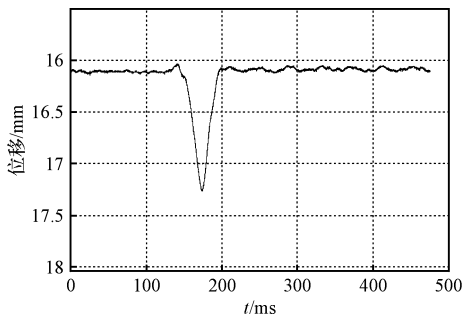


图7 外加干扰时的球的位移响应

在小球处于稳定悬浮工作状态时,用手将小球向下拉动,对系统施加一个较大的位移干扰,然后松开小球。在这个过程中小球的位移轨迹如图7所示。可见系统在受到较大幅度干扰后,依然能够迅速地恢复到原来的给定位置,并保持稳定的悬浮,这表明控制器具

有较强的抗干扰能力。而在实验过程中,相同的条件下PID控制器并不能达到同样的效果。

结合整个控制器设计过程及实验结果,可以归结出 H_∞ 鲁棒控制具有以下特点:

(1) 将鲁棒性直接反映在设计指标中,干扰抑制和系统的不确定性分别反映在相应的加权函数上,从而解决了系统鲁棒性的定量设计问题。

(2) 从 H_∞ 控制器的结构形式来看,它和经典控制理论采用的控制器类似,具有比例、积分、微分,或超前、滞后等控制形式。不同之处在于 H_∞ 鲁棒控制理论提供了和系统增广对象阶次相同的控制器,具有多个可调参数;相对于PID控制器仅有3个可调控制参数。对系统闭环回路而言,有多个控制参数的高阶控制器所形成系统的幅频特性自然要比仅有3个控制参数的控制器所形成系统的幅频特性更易满足系统性能要求。这正是 H_∞ 控制器的鲁棒性优于PID控制器的根本原因。

4 结束语

H_∞ 控制器具有较强的抗干扰能力和鲁棒镇定性,在外界存在较大干扰或系统参数不定的场合有着广泛的应用价值。 H_∞ 鲁棒控制理论可以定量地规划干扰信号和系统模型不确定性,为专注于鲁棒性的系统提供了设计方案。本研究通过理论分析和仿真、实验研究,为该理论的进一步应用提供了一定的参考。

参考文献 (References):

- [1] 戴 政. 磁悬浮技术综述[J]. 中小型电机, 2000, 27(2): 24-26.
- [2] 苏义鑫, 王 娟, 胡业发. 磁悬浮轴承的变参数PID控制[J]. 武汉理工大学学报: 信息与管理工程版, 2004, 26(2): 35-37.
- [3] PARIMI V R M, JAIN P, GARG D P. Fuzzy logic control of a laboratory magnetic levitation system[C]// Proceedings of the ASME Dynamic Systems and Control Division. Washington DC: American Society of Mechanical Engineers, 2003: 1441-1446.
- [4] 卢建华, 刘爱元, 唐大全. 磁悬浮球模糊控制系统的研究[J]. 自动化与仪表, 2001, 16(1): 26-29.
- [5] 梁辉宏, 史步海, 龚冠祥. 中央空调机组冷却水变流量模糊控制系统研究[J]. 机电工程技术, 2009, 38(1): 43-45.
- [6] YANG Z J, TATEISHI M. Adaptive robust nonlinear control of a magnetic levitation system[J]. Automatica, 2001, 37(7): 1125-1131.

参考文献(References):

- [1] 钱宇. 智能电梯群控系统通讯功能的实现[J]. 机电工程技术, 2008, 37(3): 36-38.
- [2] PENTTI L, JUKKA T, JOHANNES D J. Elevator System; FI, 047382 [P]. 2009-04-16.
- [3] SAKURAKO T. Elevator System, Elevator Control Device and Destination Floor Reception Terminal Device; JP, 130750 [P]. 2009-10-29.
- [4] 弓箭, 刘强, 刘剑. 人工智能在电梯群控系统中的应用[J]. 沈阳建筑工程学院学报: 自然科学版, 2002, 18(4): 306-308.
- [5] 王国萍, 朱明富, 雷科. 多目标的电梯群控系统算法分析[J]. 自动化技术与应用, 2005, 24(3): 6-8.
- [6] NEWELL G F. Strategies for serving peak elevator traffic [J]. **Transportation Research Part B: Methodological**, 1998, 32(8): 583-588.
- [7] 顾启泰. 离散事件系统建模与仿真[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999.
- [8] TYNI T, YLINEN J. Evolutionary bi-objective optimisation in the elevator car routing problem [J]. **European Journal of Operational Research**, 2006, 16(9): 960-977.
- [9] 曾国伟. 基于模糊控制技术的电梯群控系统的设计[J]. 浙江工业大学学报, 2009, 37(1): 115-118.
- [10] 宗群, 尚晓光. 电梯群控系统的交通模式识别[J]. 控制与决策, 2001, 16(2): 163-166.
- [11] [美] RESELMAN B, [美] PEASLEY R. 实用 Visual Basic 6 教程[M]. 何建辉, 董方鹏, 冯毅, 译. 北京: 清华大学出版社, 2001.

[编辑: 张翔]

(上接第17页)

- [7] 许杰, 刘春生. 基于神经网络的磁悬浮球自适应控制器[J]. 机电工程, 2007, 24(3): 22-24.
- [8] HASSAN I M, MOHAMED A M, SALEH A I. Variable structure control of a magnetic suspension system [C]// Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Control Application. Mexico: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2001: 333-336.
- [9] 曹学余, 汤炳新. 磁悬浮球系统的变结构控制[J]. 自动化技术与应用, 2005, 24(4): 4-6.
- [10] 申铁龙. H_{∞} 控制理论及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1996.
- [11] YI J H, PARK K H, KIM S H, et al. Robust force control for a magnetically levitated manipulator using flux density measurement [J]. **Control Engineering Practice**, 1996, 4(7): 957-965.
- [12] 李群明, 朱伶, 徐震. 磁悬浮球的鲁棒控制器设计[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2007, 38(5): 922-927.
- [13] LI J, LI T S. Multi-loop control of thyristor-driven magnetic levitation system [J]. **Mechatronics**, 1995, 5(5): 469-481.
- [14] LIN C E, JOU H L. Force model identification for magnetic suspension system via magnetic field measurement [J]. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, 1993, 42(3): 767-771.
- [15] 黄曼磊. 鲁棒控制理论及应用[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2005.
- [16] 吴旭东, 解学书. H_{∞} 鲁棒控制中的加权阵选择[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 1997, 37(1): 27-30.
- [17] 马瑞, 卢毅. H_{∞} 控制器设计中的相关问题讨论[J]. 西北工业大学学报, 1996, 14(2): 259-264.
- [18] 薛定宇. 反馈控制系统设计与分析—Matlab 语言应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2000. [编辑: 张翔]

(上接第22页)

- [3] HARRIS T J. Assessment of control loop performance [J]. **The Canadian Journal of Chemical Engineering**, 1989, 67(10): 856-861.
- [4] GRIMBLE M J. Controller performance benchmarking and tuning using generalized minimum variance control [J]. **Automatica**, 2002, 38(12): 2111-2119.
- [5] MAJECKI P, GRIMBLE M J. GMV and restricted structure GMV controller performance assessment multivariable case [C]// Proceeding of the 2004 American Control Conference, Boston, June 30-July 2, 2004: 697-702.
- [6] ZHAO Yu, SU Hong-ye. Multivariable control performance assessment based on generalized minimum variance benchmark [J]. **Process Systems Engineering Chinese Journal of Chemical Engineering**, 2010, 18(1): 86-94.
- [7] 邵裕森. 过程控制工程 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.
- [8] KO B S, EDGAR T F. Performance assessment of cascade control loops [J]. **American Institute of Chemical Engineering**, 2000, 46(2): 281-291.
- [9] TEO T M, LAKSHMINARAYANAN S, RANGAIAH G P. Performance assessment of cascade control systems [J]. **Journal of the Institution of Engineers**, 2005, 45(6): 27-38.

[编辑: 张翔]