

# 快速刀具伺服分数阶 PID 控制仿真的研究<sup>\*</sup>

朱志伟, 赵绍昕, 王 刚, 周晓勤<sup>\*</sup>

(吉林大学 机械科学与工程学院, 吉林 长春 130022)

**摘要:** 利用分数阶 PID 控制, 提出了一种新的快速刀具伺服 (FTS) 跟踪控制方法, 以改善 FTS 的控制性能。根据差分进化算法, 讨论了分数阶 PID 控制器的参数整定; 通过数值仿真, 考察了该方法的可行性和有效性。针对 FTS 的轨迹跟踪, 根据响应时间、跟踪精度等指标, 详细比较了分数阶 PID 控制与传统 PID 控制的性能。仿真结果表明, 分数阶 PID 控制器的阶跃响应时间约为  $5 \times 10^{-7}$  s, 是 PID 控制响应时间的 42%, 对频率为 1 kHz, 幅值为 1  $\mu$ m 的正弦信号的跟踪误差约为 6 nm, 是 PID 跟踪误差的 50%, 验证了基于分数阶 PID 控制器实现 FTS 轨迹跟踪控制的可行性和优越性。

**关键词:** 超精密加工; 快速刀具伺服; 轨迹跟踪控制; 分数阶 PID 控制

中图分类号: TH39; TP273

文献标识码: A

文章编号: 1001-4551(2010)08-0006-04

## Simulation of fast tool servo control based on fractional PID controller

ZHU Zhi-wei, ZHAO Shao-xin, WANG Gang, ZHOU Xiao-qin

(College of Mechanical Science and Engineering, Jilin University, Changchun 130022, China)

**Abstract:** In order to improve the control performance of fast tool servo (FTS), a new tracking control method, based on fractional PID controller, was proposed for the FTS. A differential evolution algorithm was employed for the parameter tuning of the fractional PID controller. The feasibility and availability of the proposed controller were examined by numerical simulation. The control performances of fractional and conventional PID controllers were well compared based on performance indexes, including response time and tracking accuracy. The step response time of fractional PID controller is about  $5 \times 10^{-7}$  s and is 42% of PID controller, the tracking error of a sine wave with 1 kHz frequency and 1  $\mu$ m amplitude is about 6 nm and is 50% of PID controller. The results of the simulation verify that fractional PID controller is of more excellent control performance than conventional PID controller, and it is suitable for the tracking control of fast tool servo.

**Key words:** ultra-precision machining; fast tool servo (FTS); trajectory tracking control; fractional PID controller

## 0 引 言

快速刀具伺服 (Fast Tool Servo, 以下简称 FTS) 在光学自由曲面加工创成、超精密加工误差补偿、以及加工表面形貌的主动控制等诸多领域具有非常好的发展前景, 受到了国际学术界和工程界的广泛关注<sup>[1-2]</sup>。然而, 迄今为止还存在许多问题有待进一步研究解决, 其中 FTS 的运动轨迹跟踪控制就是一例。

被加工表面的面形精度和表面质量在很大程度上依赖于 FTS 的运动轨迹跟踪精度, 应尽可能地减小切削刀具在外部扰动下所产生的跟踪误差, 使系统具有高的鲁棒性和跟踪精度<sup>[3-4]</sup>。PID 控制作为一种简单而实用的控制方法, 在 FTS 中得到了广泛的研究。为了获得更好的控制效果, 学术界也提出了各种改进的 PID 型控制器, 以改善 FTS 的动态特性<sup>[5-9]</sup>。由于控制器自身对系统动态特性的调节能力有限, 且很多情况下不能最优选择 PID 控制器参数, 导致 FTS 运动轨迹

收稿日期: 2010-04-14

**基金项目:** 国家高技术研究发展计划 (“863” 计划) 资助项目 (2008AA04Z125); 国家自然科学基金资助项目 (50995077); 教育部博士点科研基金资助项目 (20070183104)

**作者简介:** 朱志伟 (1988-), 男, 江苏南通人, 硕士研究生, 主要从事先进光学精密制造方面的研究. E-mail: wsjdzww-jx@163.com

**通信联系人:** 周晓勤, 男, 工学博士, 教授, 博士生导师. E-mail: xqzhou@jlu.edu.cn

的跟踪精度不高,鲁棒性较差,难以满足超精密加工的要求。而由此演变出的基于神经网络、基于自学习以及基于模糊推理的自适应 PID 控制器算法复杂、计算量大、耗时长,不能满足系统对高频响甚至超高频响的快速跟踪要求。

1999 年,Podlubny 首次提出了分数阶 PID 控制的概念<sup>[10-11]</sup>。作为传统 PID 控制器的一种扩展形式,分数阶 PID 具有无限维度和非线性特点,可使控制系统获得丰富的动力学特性以及更好的鲁棒性<sup>[12]</sup>。因此,本研究提出了利用分数阶  $PI^\alpha D^\lambda$  控制器对 FTS 进行运动轨迹跟踪控制。在本研究后续的内容中,主要包括:FTS 的动力学建模,分数阶 PID 控制器的设计,以及与传统 PID 控制器在性能上的比较。

### 1 FTS 动力学建模

笔者所研究的 FTS 刀架采用压电陶瓷叠堆驱动,主要由平行柔性铰链导向机构、压电陶瓷驱动器组成,其结构如图 1(a)所示。压电驱动器和平行柔性铰链导向机构均可等价于有阻尼的质量块弹簧系统<sup>[13]</sup>,其动力学模型如图 1(b)所示。

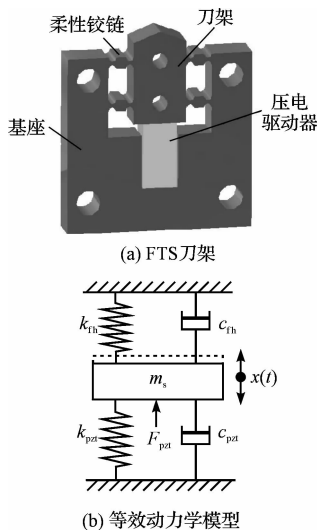


图 1 FTS 刀架及等效的动力学模型

$k_{th}, k_{PZT}$ —平行柔性铰链导向机构和压电驱动器的刚度;  
 $c_{th}, c_{PZT}$ —平行柔性铰链导向机构和压电驱动器的阻尼系数;  
 $m_s$ —结构运动部分的等效质量; $F_{PZT}$ —压电驱动器的驱动力。

FTS 刀架的运动微分方程可写为:

$$m_s \ddot{x}(t) + (c_{PZT} + c_{th}) \dot{x}(t) + (k_{PZT} + k_{th})x(t) = F_{PZT} \tag{1}$$

根据压电效应理论, $F_{PZT}$ 可写为:

$$F_{PZT} = nd_{33}k_{PZT}v_{PZT}(t) \tag{2}$$

式中  $n$ —压电叠堆的层数; $d_{33}$ —压电常数; $v_{PZT}(t)$ —

压电叠堆的驱动电压。

将式(2)代入式(1)可得到:

$$m_s \ddot{x}(t) + (c_{PZT} + c_{th}) \dot{x}(t) + (k_{PZT} + k_{th})x(t) = nd_{33}k_{PZT}v_{PZT}(t) \tag{3}$$

对式(3)两侧进行 Laplace 变换得系统传递函数为:

$$G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{nd_{33}k_{PZT}}{m_s s^2 + (c_{PZT} + c_{th})s + (k_{PZT} + k_{th})} \tag{4}$$

为了考察 FTS 分数阶 PID 控制的有效性及其优越性,本研究采用文献[14]中类似已辨识的二阶系统为被控对象进行研究:

$$G(s) = \frac{109\ 170}{s^2 + 64.7s + 14\ 705} \tag{5}$$

不受控时的阶跃响应曲线如图 2 所示。

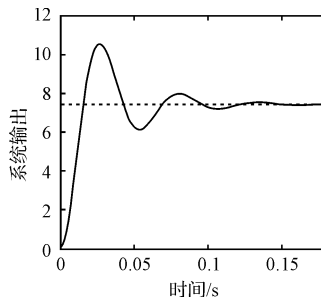


图 2 未受控时系统阶跃响应

### 2 分数阶 $PI^\alpha D^\lambda$ 控制器

#### 2.1 分数阶微积分理论

分数阶微积分将传统微积分的阶数扩展为任意实数,其操作算子为 ${}_t D_t^\alpha f(t)$ (其中, $t$ 和 $t_0$ 分别为微积分的上下界, $\alpha$ 为微积分操作的阶数),当 $\alpha > 0$ 时为微分,当 $\alpha < 0$ 时为积分。在众多的定义中,两种最常用的定义分别为 Grunwald-Letnikov (G-L) 定义和 Riemann-Liouville (R-L) 定义<sup>[15]</sup>,根据 G-L 定义, ${}_t D_t^\alpha f(t)$ 写为:

$${}_t D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-\alpha} \sum_{j=0}^{[(t-t_0)/h]} (-1)^j \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{\Gamma(\alpha - j + 1)\Gamma(j + 1)} f(t - jh) \tag{6}$$

式中  $h$ —计算步长。

根据 R-L 定义, ${}_t D_t^\alpha f(t)$ 为:

$${}_t D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n - \alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_{t_0}^t \frac{f(\tau)}{(t - \tau)^{\alpha - n + 1}} d\tau \tag{7}$$

$n - 1 < \alpha < n$

在式(6)和式(7)中, $\Gamma(\cdot)$ 为欧拉 Gamma 函数。对于初值为 0 的分数阶微积分,其 Laplace 变换为:

$$L[{}_t D_t^\alpha f(t)] = s^\alpha L[f(t)] \tag{8}$$

### 2.2 分数阶微积分的离散

本研究采用的分数阶  $PI^\alpha D^\lambda$  控制率为:

$$u(t) = k_p e(t) + k_i D_t^{-\alpha} e(t) + k_d D_t^\lambda e(t) \quad (9)$$

$$D_t^\lambda e(t) = {}_0 D_t^\lambda e(t)$$

式中  $k_p, k_i, k_d$ —比例、积分、微分常数;  $\alpha, \lambda$ —积分和微分阶数。

由式(9)可见,当  $\alpha = \lambda = 1$  时,即为传统的 PID 控制器。与传统的 PID 控制器相比,该控制率多出了  $\alpha$  和  $\lambda$  两个参数需要进行整定,因此该控制器可以更合理、更柔性的进行系统的控制<sup>[16]</sup>。为了便于数值计算,本研究采用 G-L 定义,G-L 定义在数值计算时通常写成:

$${}_0 D_t^\alpha f(t) = h^{-\alpha} \sum_{j=0}^{[(t-t_0/h)]} b_j f(t - jh) \quad (10)$$

式中:

$$b_0 = 1, b_j = \left(1 - \frac{1+\alpha}{j}\right) b_{j-1}。$$

根据式(10),对式(9)离散化为:

$$u(k) = k_p e(k) + k_i T_s^\alpha \sum_{j=0}^{(\nu/h)} b_j e(k - 1) + k_d T_s^{-\lambda} \sum_{j=0}^{(\nu/h)} q_j e(k - 1) \quad (11)$$

式中  $T_s$ —时间步长;  $b_j, q_j$ —二项式常数。

$T_s$  的大小直接关系到数值计算的精度,一般  $T_s$  越小,计算结果的精度越高,但同时耗费的计算资源也越多。

### 2.3 分数阶 $PI^\alpha D^\lambda$ 控制器的设计

与传统的 PID 控制器相比,分数阶 PID 具有 5 个参数(比例系数,积分、微分系数,积分、微分阶数)需要进行整定,且尚未形成可行的工程参数整定方法,因此如何进行参数整定仍是分数阶 PID 控制器设计的难点。2009 年 Biswas 等利用差分进化算法(DE)结合主导零极点方法进行了参数设计,并与使用 PSO、GA 等的整定方法进行了比较,显示出 DE 在分数阶 PID 控制器参数整定中的优越性<sup>[17]</sup>。本研究利用文献[18]的参数整定思想,采用 ITSE 性能指标、结合差分进化算法对所提出的 FTS 分数阶 PID 控制器进行了参数整定。在计算中取  $T_s = 10^{-7}$ ,性能指标的适应度值随迭代步数的变化如图 3 所示。整定后控制率的传递函数为:

$$G_c = 3.8217 + 20.2953s^{0.9952} + \frac{15.3192}{s^{0.3822}} \quad (12)$$

本研究利用同样的方法对 PID 控制器进行了参数整定,PID 控制器的传递函数为:

$$G_c = 4.2926 + 9.998s + \frac{9.9706}{s} \quad (13)$$

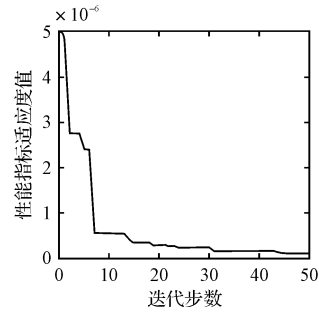


图 3 适应度值随迭代步数的变化

## 3 仿真分析

### 3.1 阶跃响应

在工程实际中,一般认为最为恶劣的工况为产生阶跃输入的时候,因此需要对阶跃响应性能进行分析。在 PID 和分数阶 PID 控制下的阶跃响应曲线如图 4 所示,从图中可以看出,PID 控制的响应时间约为  $1.2 \times 10^{-6}$  s,分数阶 PID 控制的响应时间约为  $0.5 \times 10^{-6}$  s,相对于无控制的 FTS 提高了 4 个数量级,且均无超调量出现。这表明本研究采用的参数整定方法是十分有效的。同时分数阶 PID 的响应时间较 PID 有明显的减小,这说明分数阶 PID 控制器相对于 PID 控制器在响应时间上具有明显的优势,可以更为快速地响应系统的输入。

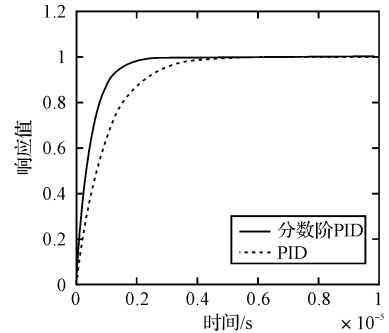


图 4 PID 控制和分数阶 PID 控制下的系统阶跃响应

### 3.2 正弦信号跟踪

本研究对频率为 1 kHz,幅值为  $1 \mu\text{m}$  的正弦信号进行了跟踪仿真,PID 控制与分数阶 PID 控制下对正弦信号的跟踪误差如图 5 所示。从图 5 可以看出,PID 控制下的跟踪误差峰-峰值约为 12 nm,而分数阶控制下的跟踪误差峰-峰值约为 6 nm,是传统 PID 控制的 50%,这表明分数阶 PID 控制器相对于传统 PID 控制器具有更高的控制精度。可以推断,当跟踪信号的频率降低,PID 和分数阶 PID 均可获得更高的控制精度。

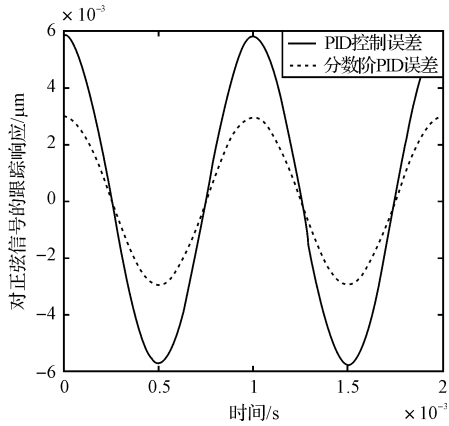


图5 PID及分数阶PID控制下的正弦信号跟踪误差

## 4 结束语

利用分数阶PID控制策略,笔者研究了FTS的跟踪控制。利用差分进化算法,讨论了PID控制器和分数阶PID控制器的参数整定。通过数值仿真,其结果验证了该参数整定方法的可行性和有效性。与传统的PID控制器相比,分数阶PID在响应时间、跟踪精度等方面均优于传统的PID控制器,是一种简单易行而又能很好改善系统性能的控制方法。

## 参考文献(References):

[1] 汪亮,罗松保.快速伺服刀具技术发展现状及趋势[J].航空精密制造技术,2007,43(6):13-16.

[2] 吴丹,谢晓丹,王先逵.快速刀具伺服机构研究进展[J].中国机械工程,2008,19(11):1379-1385.

[3] ZHU W-H, JUN M B, ALTINTAS Y. A fast tool servo design for precision turning of shafts on conventional CNC lathes[J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*,2001,41(7):953-965.

[4] WU D, CHEN K, WANG X. Tracking control and active disturbance rejection with application to noncircular machining[J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*,2007,47(15):2207-2217.

[5] KIM H-S, KIM E-J. Feed-forward control of fast tool servo for real-time correction of spindle error in diamond turning of flat surfaces[J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*,2003,43(12):1177-1183.

[6] MA H, HU D, ZHANG K. A fast tool feeding mechanism using piezoelectric actuators in noncircular turning[J]. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*,2005,27(3/4):254-259.

[7] SZE-WEI G, HAN-SEOK L, RAHMAN M, et al. A fine tool servo system for global position error compensation for a miniature ultra-precision lathe[J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*,2009,47(7/8):1302-1310.

[8] YANG Y H, CHEN S J, CHENG K. Design and control of a piezo-based fast tool servo system for precision diamond turning[J]. *Progress of Precision Engineering and Nano Technology, Key Engineering Materials*,2007(339):195-199.

[9] RAKUFF S, CUTTINO J F. Design and testing of a long-range, precision fast tool servo system for diamond turning[J]. *Precision Engineering*,2009,33(1):18-25.

[10] PODLUBNY I. *Fractional Differential Equations*[M]. San Diego: Academic Press,1999.

[11] PODLUBNY I. Fractional-order systems and  $PI^{\alpha}D^{\lambda}$  controllers[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*,1999,44(1):208-213.

[12] CHEN Y, IVO P, XUE D. Fractional Order Control-A Tutorial[C]//2009 American Control Conference, Hyatt Regency Riverfront, St. Louis, USA,2009:1397-1441.

[13] TIAN Y, SHIRINZADEH B, ZHANG D. A flexure-based mechanism and control methodology for ultraprecision turning operation[J]. *Precision Engineering*,2009,33(2),160-166.

[14] 易旺民,吴丹.用于非圆车削的离散重复控制改进算法[J].清华大学学报:自然科学版,2004(8):1064-1066.

[15] MONJE C A, VINAGRE B M, FELIU V, et al. Tuning and auto-tuning of fractional order controllers for industry applications[J]. *Control Engineering Practice*,2008,16(7):798-812.

[16] ZAMANI M, KARIMI-GHARTEMANI M, SADATI N, et al. Design of a fractional order PID controller for an AVR using particle swarm optimization[J]. *Control Engineering Practice*,2009,17(12):1380-1387.

[17] BISWAS A, DAS S, ABRAHAM A, et al. Design of fractional-order PID controllers with an improved differential evolution[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*,2009,22(2):343-350.

[18] 庄德军,喻凡,林逸.基于分数阶控制器的车辆方向控制[J].上海交通大学学报,2007,41(2):278-283.

[编辑:张翔]