

A-PDF Split DEMO : Purchase from www.A-PDF.com to remove the watermark

◀机械设计与制造▶

# 基于三坐标定位器的大部件调姿机构误差分析

李 晨, 方 强, 李江雄

(浙江大学 现代制造工程研究所, 浙江 杭州 310027)

**摘要:** 针对基于 3 个三坐标定位器联动实现大型部件位姿调整机构的位姿误差问题, 采用多体运动学理论分析了机构运动学关系, 在不考虑大部件变形的情况下, 利用矩阵微分法并结合冗余驱动的特点建立了该调姿机构的位姿误差模型, 从而可定量分析各原始误差对调姿对象位姿误差的影响, 并通过蒙特卡洛法对调姿误差进行了仿真研究。为获取各原始误差对调姿误差的影响比重, 对机构进行了误差敏感度分析, 研究结果表明, 各导轨的直线度、平行度及三坐标轴间的垂直度等引起的角误差对应的敏感度较大。

**关键词:** 三坐标定位器; 位姿误差; 多体运动学; 冗余驱动; 蒙特卡洛法; 敏感度

中图分类号: TH115

文献标识码: A

文章编号: 1001-4551(2010)03-0006-08

## Error analysis of 3-axis locator based pose adjustment mechanism

LI Chen, FANG Qiang, LI Jiang-xiong

(Institute of Modern Manufacturing Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

**Abstract:** Aiming at getting the pose error of a large bodies' pose adjustment mechanism, which runs by cooperative motion of three 3-axes locators, using multi-body kinematic theory, the kinematic relationship of the mechanism was analyzed. Without considering deformation of the large bodies, the error model of the pose adjustment mechanism was established with the methods of matrix differential and characteristics of the redundant drive, thus the pose error of the large bodies can be quantified with all original errors. Simulation analysis of the pose error was done with the Montecarlo method. In order to acquire the proportion of each original error in the final pose error, error sensitivity analysis was done. The test results indicate that the proportion of the angle errors caused by straightness, parallelism and verticality are more larger.

**Key words:** 3-axis locator; pose error; multi-body kinematic theory; redundant drive; Montecarlo method; error sensitivity

## 0 引言

为实现船体等大型部件的精准对接装配, 首先应对其位置和姿态(简称位姿)进行调整<sup>[1]</sup>。与传统方法相比, 基于多个三坐标定位器的大部件调姿机构具有柔性好、调姿应力小等特点, 能有效地提高调姿精度和效率。

调姿精度是影响装配质量的重要因素, 设法建立调姿系统的误差模型以期对机构进行误差补偿是提高对接装配质量的关键所在。大部件位姿调整系统, 其调姿机构可视为一并联机构: 被调姿大部件相当于动平台, 机架相当于静平台, 各定位器则作为运动支链(末端经球铰与大部件相连)。其误差分析与建模可借鉴并联机构的相关方法, 主要包括矢量法<sup>[2-3]</sup>、误差

独立作用原理法<sup>[4]</sup>、矩阵微分法<sup>[5]</sup>等。支链三坐标定位器的误差描述与分析可参考数控机床的相关方法, 主要包括误差矩阵法<sup>[6]</sup>、基于多体运动学理论的通用建模方法<sup>[7-8]</sup>等。

机构任务自由度数  $F=6$ , 而驱动数为 9, 即机构有冗余驱动性。冗余驱动具有优化驱动力、降低关节内力、减少能耗、避免奇异位形、提高结构稳定性等优点。冗余驱动并联机构的各输入量间并非完全相互独立, 其误差分析存在一个主动输入选取问题<sup>[9]</sup>, 可行的主动输入方案对应的调姿误差中最大的一个可视为机构的最终调姿误差<sup>[10]</sup>。

本研究基于多体运动学理论分析支链的运动关系, 进而得到调姿机构的运动学方程。不考虑大部件变形, 运用矩阵微分法并结合冗余驱动的特点, 得到机构误差模型。最后用蒙特卡洛法进行机构误差仿真模

拟,并对原始误差进行敏感度分析。

# 1 大部件调姿机构运动学描述

## 1.1 机构位置反解

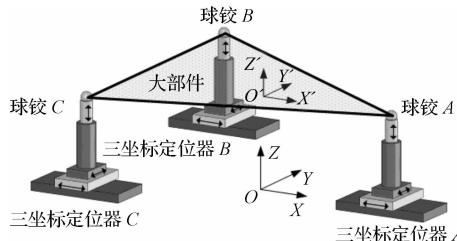


图 1 大部件位姿调整系统

大部件位姿调整系统如图 1 所示,  $o\text{-}xyz$  为惯性参考系(定系),  $o'\text{-}x'y'z'$  为与大部件固联的活动坐标系(动系),按照 RPY 角转动组合:将  $o'\text{-}x'y'z'$  先绕定系  $X$  轴旋转  $\alpha$ ,然后绕定系  $Y$  轴旋转  $\beta$ ,最后绕定系  $Z$  轴旋转  $\gamma$ ,定系相对动系的旋转矩阵为<sup>[11]</sup>:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} c\gamma c\beta & c\gamma s\beta s\alpha - s\gamma c\alpha & c\gamma s\beta c\alpha + s\gamma s\alpha \\ s\gamma c\beta & s\gamma s\beta s\alpha + c\gamma c\alpha & s\gamma s\beta c\alpha - c\gamma s\alpha \\ -s\beta & c\beta s\alpha & c\beta c\alpha \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中  $c = \cos$ ;  $s = \sin$ 。

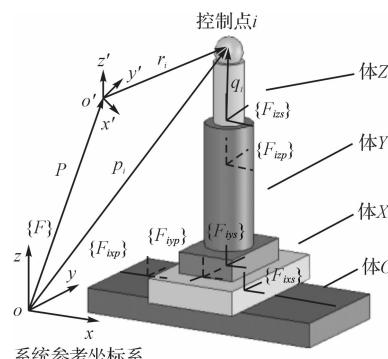


图 2 定位器

单个定位器处的位置关系如图 2 所示。球铰中心点称作控制点  $i$  ( $i = A, B, C$ ),设  $i$  在动系下的位置为  $\mathbf{r}_i$ ,  $o'$  在定系下的位置为  $\mathbf{P} = [x_p, y_p, z_p]^T$ ,则  $i$  在定系下的坐标为:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{R}\mathbf{r}_i + \mathbf{P} \quad (2)$$

## 1.2 调姿机构的运动学描述

依据多体运动学理论,任何机械系统都可以通过抽象提炼成具有一定拓扑结构的多体系统。如图 2 所示,可认为三坐标定位器是一简单多体系统,将机架、 $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  向平台(升降柱)分别称作体  $O$ 、体  $X$ 、体  $Y$ 、体  $Z$ 。

任意两相邻体  $M$ 、 $N$  间的位姿变换关系如图 3

所示。

在图 3 中,点  $Q_n$  固定于  $M$  上,其上设立坐标系  $\{F_{np}\}$ ,称  $N$  的体运动参考系。 $M$ 、 $N$  上分别固联各自的体坐标系  $\{F_m\}$ 、 $\{F_{ns}\}$ 。 $N$  相对  $M$  运动前,  $\{F_{ns}\}$  与  $\{F_{np}\}$  重合。 $N$  相对  $M$  的初始位置为  $\mathbf{p}$ ,位移为  $\mathbf{s}$ 。记  $\{F_{np}\}$ 、 $\{F_m\}$  及  $\{F_{ns}\}$ 、 $\{F_{np}\}$  间的姿态变换矩阵分别为  ${}^{mn}\mathbf{R}_p$ 、 ${}^{mn}\mathbf{R}_s$ ,令:

$${}^{mn}\mathbf{T}_p = \begin{bmatrix} {}^{mn}\mathbf{R}_p & \mathbf{p} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^{mn}\mathbf{T}_s = \begin{bmatrix} {}^{mn}\mathbf{R}_s & \mathbf{s} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

式中  ${}^{mn}\mathbf{T}_p$ 、 ${}^{mn}\mathbf{T}_s$ — $\{F_{np}\}$  到  $\{F_m\}$ 、 $\{F_{ns}\}$  到  $\{F_{np}\}$  的齐次变换矩阵; ${}^{mn}\mathbf{T}_p$ —连接变换矩阵; ${}^{mn}\mathbf{T}_s$ —运动变换矩阵。

根据传递关系,最终  $N$  相对  $M$  的位姿转换矩阵,也即  $\{F_{ns}\}$ 、 $\{F_m\}$  间的位姿转换矩阵为:

$${}^{nm}\mathbf{T} = {}^{nm}\mathbf{T}_p {}^{mn}\mathbf{T}_s \quad (3)$$

照此方法,定位器  $i$  上各体间的位姿转换矩阵可分别表示为:

$${}^{xo}\mathbf{T}_i = {}^{xo}\mathbf{T}_{ip} {}^{xo}\mathbf{T}_{is} \quad (4)$$

$${}^{yx}\mathbf{T}_i = {}^{yx}\mathbf{T}_{ip} {}^{yx}\mathbf{T}_{is} \quad (5)$$

$${}^{zy}\mathbf{T}_i = {}^{zy}\mathbf{T}_{ip} {}^{zy}\mathbf{T}_{is} \quad (6)$$

则末端体  $Z$  的体坐标系在定系下的位姿矩阵为:

$${}^{zo}\mathbf{T}_i = {}^{xo}\mathbf{T}_i {}^{yx}\mathbf{T}_i {}^{zy}\mathbf{T}_i \quad (7)$$

定位器上各坐标系建立如图 2 所示,  $\{F_{ixs}\}$ 、 $\{F_{iyx}\}$ 、 $\{F_{izs}\}$  分别为  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  的体坐标系,相应地体运动参考坐标系分别为  $\{F_{ixp}\}$ 、 $\{F_{iyp}\}$ 、 $\{F_{izp}\}$ 。其中,各体坐标系的建立规则为:以各体的运动轴作为它的一个坐标轴,另两轴在满足右手定则的前提下任意确定,但一般地,应使各体上的同名坐标轴在定位器回零状态下相互平行;且各体坐标系的原点设定在各自的运动导轨方向上。

理想状况下,体  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  分别沿  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  轴方向平移,易得各变换矩阵为:

$${}^{xo}\mathbf{T}_{ip} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{p}_i(x) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$${}^{xo}\mathbf{T}_{is} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$${}^{yx}\mathbf{T}_{ip} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{p}_i(y) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$${}^{yx}T_{is} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$${}^{zy}T_{ip} = \begin{bmatrix} I_3 & p_i(z) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$${}^{zy}T_{is} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中  $I_3$ — $3 \times 3$  的单位阵;  $x_i$ 、 $y_i$ 、 $z_i$ —定位器  $i$  在各向的运动量;  $p_i(x)$ 、 $p_i(y)$ 、 $p_i(z)$ —分别为  $X$  相对  $O$ 、 $Y$  相对  $X$ 、 $Z$  相对  $Y$  的初始位置。

如图 2 所示, 设点  $i$  在  $Z$  的体坐标系下的位置为  $\mathbf{q}_i = [q_{ix}, q_{iy}, q_{iz}]^T$ , 转换到参考系下为  $\mathbf{p}_i = [p_{ix}, p_{iy}, p_{iz}]^T$ , 二者满足如下关系式:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_i \\ 1 \end{bmatrix} = {}^{zo}T_i \begin{bmatrix} \mathbf{q}_i \\ 1 \end{bmatrix} = {}^{xo}T_i^{yx} T_i^{zy} T_i \begin{bmatrix} \mathbf{q}_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

联立式(2)、式(14)可得机构的运动关系方程为:

$${}^{xo}T_i^{yx} T_i^{zy} T_i \begin{bmatrix} \mathbf{q}_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R\mathbf{r}_i + \mathbf{P} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

## 2 机构误差模型

式(15)描述的是理想状况下机构的运动学关系,但由于各种误差的存在,实际运动关系应为:

$${}^{xo}T_i^{yx} T_i^{zy} T_i' \begin{bmatrix} \mathbf{q}'_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R'\mathbf{r}'_i + \mathbf{P}' \\ 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中  ${}^{xo}T_i^{yx} T_i^{zy} T_i'$ —包含与定位器相关的几何误差和运动误差;  $\mathbf{q}'_i$ 、 $\mathbf{r}'_i$ —包含与球铰中心位置相关的误差,来源于球铰的加工、安装误差及磨损等;  $\mathbf{P}'$ 、 $R'$ —调姿误差。

### 2.1 误差源描述

由于导轨几何缺陷,移动平台在运动中表现出直线度误差、绕 3 个轴的转角误差和沿导轨的定位误差等。

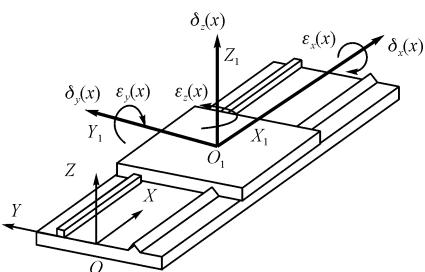


图 4 移动平台—导轨系统的几何误差

以沿  $X$  向移动平台为例,上述误差源将导致平台存在与定位器  $i$  相关的几何误差共 21 项,如表 1 所示。

表 1 21 项几何误差

类别	位置误差			姿态角误差		
	体	沿 $X$	沿 $Y$	沿 $Z$	绕 $X$	绕 $Y$
$X$	$\delta_{ix}(x)$	$\delta_{iy}(x)$	$\delta_{iz}(x)$	$\varepsilon_{ix}(x)$	$\varepsilon_{iy}(x)$	$\varepsilon_{iz}(x)$
$Y$	$\delta_{ix}(y)$	$\delta_{iy}(y)$	$\delta_{iz}(y)$	$\varepsilon_{ix}(y)$	$\varepsilon_{iy}(y)$	$\varepsilon_{iz}(y)$
$Z$	$\delta_{ix}(z)$	$\delta_{iy}(z)$	$\delta_{iz}(z)$	$\varepsilon_{ix}(z)$	$\varepsilon_{iy}(z)$	$\varepsilon_{iz}(z)$
垂直度				$\varepsilon_{xy}$ 、 $\varepsilon_{yz}$ 、 $\varepsilon_{zx}$		

### 2.2 三坐标定位器误差分析

理想状况下相邻体  $M$ 、 $N$  间的位姿转换关系如图 3 所示,当考虑到前述各项误差存在时,就要引入误差矢量和误差变换矩阵,  $M$ 、 $N$  间 的 实 际 位 姿 转 换 关 系 如 图 5 所 示。

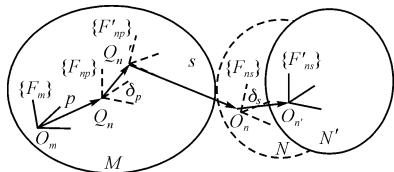


图 5 包含误差时相邻体间的位姿关系

较之图 3,图 5 发生了如下变化:

(1)  $N$  的体运动参考坐标系由位于  $Q_n$  的  $\{F_{np}\}$  变为位于  $Q'_n$  的  $\{F'_{np}\}$ 。记  $\{F'_{np}\}$  到  $\{F_{np}\}$  的齐次坐标变换矩阵为  ${}^{nm}\delta T_p$ :

$${}^{nm}\delta T_p = \begin{bmatrix} {}^{nm}\delta R_p & \delta p \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

式中  ${}^{nm}\delta R_p$ — $\{F_{np}\}$ 、 $\{F'_{np}\}$  间的姿态误差矩阵,主要包含定位器各坐标轴间的垂直度误差;  $\delta p$ — $N$  的初始位置误差,通常是由载荷及热变形等引起的,这里暂不考虑这些因素,即认为  $\delta p = 0$ 。

那么  ${}^{nm}\delta T_p$  可简化为:

$${}^{nm}\delta T_p = \begin{bmatrix} {}^{nm}\delta R_p & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

类似  ${}^{nm}T_p$  的定义,称  ${}^{nm}\delta T_p$  为连接误差矩阵。

(2)  $N$  的体坐标系由位于  $O_n$  的  $\{F_{ns}\}$  变为位于  $O'_n$  的  $\{F'_{ns}\}$ 。记  $\{F'_{ns}\}$  到  $\{F_{ns}\}$  的齐次变换矩阵为:

$${}^{nm}\delta T_s = \begin{bmatrix} {}^{nm}\delta R_s & \delta s \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

式中  ${}^{nm}\delta R_s$ — $\{F_{ns}\}$  相对  $\{F'_{ns}\}$  的姿态误差矩阵,主要包含旋转几何误差。 $\delta s$ —即体  $N$  相对  $M$  的位移误差矢量,主要包含线性几何误差及运动误差。

同样类似  ${}^{nm}T_s$  的定义,称  ${}^{nm}\delta T_s$  为运动误差矩阵。

$N$  相对  $M$  的实际位姿转换阵由式(3)变为:

$${}^{mn}\mathbf{T}' = {}^{mn}\mathbf{T}_p {}^{mn}\boldsymbol{\delta T}_p {}^{mn}\mathbf{T}_s {}^{mn}\boldsymbol{\delta T}_s \quad (17)$$

相应地,式(4)~式(7)分别变为:

$${}^{xo}\mathbf{T}'_i = {}^{xo}\mathbf{T}_{ip} {}^{xo}\boldsymbol{\delta T}_{ip} {}^{xo}\mathbf{T}_{is} {}^{xo}\boldsymbol{\delta T}_{is} \quad (18)$$

$${}^{yx}\mathbf{T}'_i = {}^{yx}\mathbf{T}_{ip} {}^{yx}\boldsymbol{\delta T}_{ip} {}^{yx}\mathbf{T}_{is} {}^{yx}\boldsymbol{\delta T}_{is} \quad (19)$$

$${}^{zy}\mathbf{T}'_i = {}^{zy}\mathbf{T}_{ip} {}^{zy}\boldsymbol{\delta T}_{ip} {}^{zy}\mathbf{T}_{is} {}^{zy}\boldsymbol{\delta T}_{is} \quad (20)$$

$${}^{zo}\mathbf{T}'_i = {}^{xo}\mathbf{T}'_i {}^{yx}\mathbf{T}'_i {}^{zy}\mathbf{T}'_i \quad (21)$$

由于姿态误差角很小,式(2)中可取  $\cos \alpha = 1, \sin \alpha = \alpha$ ,其余类推,则姿态误差矩阵可以简化为:

$${}^{nm}\boldsymbol{\delta R} = \begin{bmatrix} 1 & -\gamma & \beta \\ \gamma & 1 & -\alpha \\ -\beta & \alpha & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

参照前述误差源分析,并依式(22)的形式可写出式(18)~式(20)中的各误差矩阵为:

$${}^{xo}\boldsymbol{\delta T}_{ip} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$${}^{xo}\boldsymbol{\delta T}_{is} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{iz}(x) & \varepsilon_{iy}(x) & \delta_{ix}(x) \\ \varepsilon_{iz}(x) & 1 & -\varepsilon_{ix}(x) & \delta_{iy}(x) \\ -\varepsilon_{iy}(x) & \varepsilon_{ix}(x) & 1 & \delta_{iz}(x) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$${}^{yx}\boldsymbol{\delta T}_{ip} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{ixy} & 0 & 0 \\ \varepsilon_{ixy} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$${}^{yx}\boldsymbol{\delta T}_{is} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{iz}(y) & \varepsilon_{iy}(y) & \delta_{ix}(y) \\ \varepsilon_{iz}(y) & 1 & -\varepsilon_{ix}(y) & \delta_{iy}(y) \\ -\varepsilon_{iy}(y) & \varepsilon_{ix}(y) & 1 & \delta_{iz}(y) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$${}^{zy}\boldsymbol{\delta T}_{ip} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \varepsilon_{izx} & 0 \\ 0 & 1 & -\varepsilon_{iyz} & 0 \\ -\varepsilon_{izx} & \varepsilon_{iyz} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$${}^{zy}\boldsymbol{\delta T}_{is} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{iz}(z) & \varepsilon_{iy}(z) & \delta_{ix}(z) \\ \varepsilon_{iz}(z) & 1 & -\varepsilon_{ix}(z) & \delta_{iy}(z) \\ -\varepsilon_{iy}(z) & \varepsilon_{ix}(z) & 1 & \delta_{iz}(z) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

## 2.3 调姿系统误差建模

对式(15)两端微分得

$$\delta \left( {}^{xo}\mathbf{T}_i {}^{yx}\mathbf{T}_i {}^{zy}\mathbf{T}_i \begin{bmatrix} \mathbf{q}_i \\ 1 \end{bmatrix} \right) = \delta \begin{bmatrix} \mathbf{Rr}_i + \mathbf{P} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

左端:

$$\delta \left( {}^{xo}\mathbf{T}_i {}^{yx}\mathbf{T}_i {}^{zy}\mathbf{T}_i \begin{bmatrix} \mathbf{q}_i \\ 1 \end{bmatrix} \right) = {}^{xo}\mathbf{T}'_i {}^{yx}\mathbf{T}''_i {}^{zy}\mathbf{T}'_i \begin{bmatrix} \mathbf{q}'_i \\ 1 \end{bmatrix} -$$

$${}^{xo}\mathbf{T}_i {}^{yx}\mathbf{T}_i {}^{zy}\mathbf{T}_i \begin{bmatrix} \mathbf{q}_i \\ 1 \end{bmatrix} = [\delta X_i \ \delta Y_i \ \delta Z_i \ 0]^T \quad (30)$$

式中  $\delta X_i, \delta Y_i, \delta Z_i$ —控制点  $i$  的最终位置误差分量;  
 $\mathbf{q}'_i$ —控制点  $i$  在  $Z$  的体坐标系下的实际位置矢量,  
 $\mathbf{q}'_i = [q'_{ix}, q'_{iy}, q'_{iz}]^T$ 。

且:

$$\mathbf{q}'_i = \mathbf{q}_i + \boldsymbol{\delta q}_i \quad (31)$$

其中,  $\boldsymbol{\delta q}_i = [\delta q_{ix} \ \delta q_{iy} \ \delta q_{iz}]^T$  反映球铰中心位置误差。

将式(8)~式(13)、式(23)~式(28)及式(31)代入式(30),略去高阶微小量整理得:

$$\begin{aligned} \delta X_i = & -[p_{iy}(z) + q_{iy} + y_i] \varepsilon_{ixy} + [q_{iz} + z_i] \varepsilon_{izx} + [p_{iz}(y) + p_{iz}(z) + q_{iz} + z_i] \varepsilon_{iy} - \\ & [p_{iy}(z) + q_{iy} + y_i] \varepsilon_{iz}(x) - [p_{iy}(y) + p_{iy}(z) + q_{iy} + y_i] \varepsilon_{iz}(x) + [p_{iz}(z) + q_{iz} + z_i] \varepsilon_{iy}(y) - \\ & [p_{iy}(z) + q_{iy}] \varepsilon_{iz}(y) + q_{iz} \varepsilon_{iy}(z) - q_{iy} \varepsilon_{iz}(z) + \delta q_{ix} + \delta_{ix}(x) + \delta_{ix}(y) + \delta_{ix}(z) \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \delta Y_i = & [p_{ix}(z) + q_{ix}] \varepsilon_{ixy} - [q_{iz} + z_i] \varepsilon_{izy} - [p_{iz}(y) + p_{iz}(z) + q_{iz} + z_i] \varepsilon_{ix}(x) + \\ & [p_{ix}(y) + p_{ix}(z) + q_{ix}] \varepsilon_{iz}(x) + [p_{ix}(y) + p_{ix}(z) + q_{ix}] \varepsilon_{iz}(x) - \\ & [p_{iz}(z) + q_{iz} + z_i] \varepsilon_{ix}(y) + [p_{ix}(z) + q_{ix}] \varepsilon_{iz}(y) - q_{iz} \varepsilon_{ix}(z) + \\ & q_{ix} \varepsilon_{iz}(z) + \delta q_{iy} + \delta_{iy}(x) + \delta_{iy}(y) + \delta_{iy}(z) \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \delta Z_i = & q_{iy} \varepsilon_{iyz} - q_{ix} \varepsilon_{izx} + [p_{iy}(y) + p_{iy}(z) + q_{iy} + y_i] \varepsilon_{ix}(x) - \\ & [p_{ix}(y) + p_{ix}(z) + q_{ix}] \varepsilon_{iy}(x) + [p_{iy}(z) + q_{iy}] \varepsilon_{ix}(y) - \\ & \varepsilon_{ix}(y) - [p_{ix}(z) + q_{ix}] \varepsilon_{iy}(y) + q_{iy} \varepsilon_{ix}(z) - \\ & q_{ix} \varepsilon_{iy}(z) + \delta q_{iz} + \delta_{iz}(x) + \delta_{iz}(y) + \delta_{iz}(z) \end{aligned} \quad (34)$$

式(32)~式(34)代入式(29)得:

$$\delta X_i \mathbf{i} + \delta Y_i \mathbf{j} + \delta Z_i \mathbf{k} = \delta(\mathbf{Rr}_i + \mathbf{P}) = \delta \mathbf{R} \mathbf{r}_i + \mathbf{R} \delta \mathbf{r}_i + \delta \mathbf{P} \quad (35)$$

式中  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ — $X, Y, Z$  轴向的单位矢量;  $\delta \mathbf{R}$ —姿态矩阵的微分矩阵<sup>[12]</sup>,其值表示为  $\delta \mathbf{R} = \delta \boldsymbol{\theta} \times \mathbf{R}$ 。

这里  $\delta \boldsymbol{\theta} = [\delta \theta_x, \delta \theta_y, \delta \theta_z]^T$ ,是姿态误差在参考系下的坐标分量。 $\delta \boldsymbol{\theta} \times$ 代表如下的线性微分算子:

$$\delta \boldsymbol{\theta} \times = \begin{bmatrix} 0 & -\delta \theta_z & \delta \theta_y \\ \delta \theta_z & 0 & -\delta \theta_x \\ -\delta \theta_y & \delta \theta_x & 0 \end{bmatrix}$$

若用  $\delta \boldsymbol{\Omega} = [\delta \alpha, \delta \beta, \delta \gamma]^T$  表示姿态误差矢量,则按照 RPY 方式转动时,  $\delta \boldsymbol{\theta}, \delta \boldsymbol{\Omega}$  间满足如下关系:

$$\delta \boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} c\beta c\gamma & -s\gamma & 0 \\ s\gamma c\beta & c\gamma & 0 \\ -s\beta & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \delta \boldsymbol{\Omega} = \mathbf{M} \delta \boldsymbol{\Omega}$$

将  $\delta \mathbf{R}$  用  $\delta \boldsymbol{\Omega}$  表示如下:

$$\delta \mathbf{R} = \mathbf{M} \delta \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{R}$$

式(35)两边同乘  $\mathbf{i}^T$  得:

$$\mathbf{i}^T \delta X_i \mathbf{i} + \mathbf{i}^T \delta Y_j + \mathbf{i}^T \delta Z_k = \mathbf{i}^T \delta \mathbf{R} \mathbf{r}_i + \mathbf{i}^T \delta \mathbf{P} \quad (36)$$

由  $\mathbf{i}^T \mathbf{i} = 1, \mathbf{i}^T \mathbf{j} = 0, \mathbf{i}^T \mathbf{k} = 0$ , 并利用微分关系:

$$\mathbf{i}^T \delta \mathbf{R} \mathbf{r}_i = \mathbf{i}^T \mathbf{M} \delta \boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{R} \mathbf{r}_i) = (\mathbf{R} \mathbf{r}_i \times \mathbf{i})^T \mathbf{M} \delta \boldsymbol{\Omega}$$

代入式(36)整理得:

$$\delta X_i - \mathbf{i}^T \delta \mathbf{R} \mathbf{r}_i = \mathbf{i}^T \delta \mathbf{P} + (\mathbf{R} \mathbf{r}_i \times \mathbf{i})^T \mathbf{M} \delta \boldsymbol{\Omega}$$

即:

$$\delta X_i - \mathbf{i}^T \delta \mathbf{R} \mathbf{r}_i = [\mathbf{i}^T \quad (\mathbf{R} \mathbf{r}_i \times \mathbf{i})^T \mathbf{M}] \begin{bmatrix} \delta \mathbf{P} \\ \delta \boldsymbol{\Omega} \end{bmatrix} \quad (37)$$

同理, 在式(36)两端分别左乘  $\mathbf{j}^T$  或  $\mathbf{k}^T$  得:

$$\delta Y_i - \mathbf{j}^T \delta \mathbf{R} \mathbf{r}_i = [\mathbf{j}^T \quad (\mathbf{R} \mathbf{r}_i \times \mathbf{j})^T \mathbf{M}] \begin{bmatrix} \delta \mathbf{P} \\ \delta \boldsymbol{\Omega} \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$\delta Z_i - \mathbf{k}^T \delta \mathbf{R} \mathbf{r}_i = [\mathbf{k}^T \quad (\mathbf{R} \mathbf{r}_i \times \mathbf{k})^T \mathbf{M}] \begin{bmatrix} \delta \mathbf{P} \\ \delta \boldsymbol{\Omega} \end{bmatrix} \quad (39)$$

联立 9 轴, 得机构误差关系:

$$\delta \mathbf{L}_0 - \mathbf{J}_{s0} \delta \mathbf{S} = \mathbf{J}_{p0} \delta \mathbf{E} \quad (40)$$

式中:

$$\delta \mathbf{L}_0 = [\delta X_A \quad \delta Y_A \quad \delta Z_A \quad \delta X_B \quad \delta Y_B \quad \delta Z_B \quad \delta X_C \quad \delta Y_C \quad \delta Z_C] \in R^{9 \times 1} \quad (41)$$

$$\delta \mathbf{S} = [\delta \mathbf{r}_A^T \quad \delta \mathbf{r}_B^T \quad \delta \mathbf{r}_C^T]^T \in R^{9 \times 1} \quad (42)$$

反映球铰中心位置误差, 其系数矩阵为:

$$\mathbf{J}_{so} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}^T \mathbf{R} & 0 & 0 \\ \mathbf{j}^T \mathbf{R} & 0 & 0 \\ \mathbf{k}^T \mathbf{R} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{i}^T \mathbf{R} & 0 \\ 0 & \mathbf{j}^T \mathbf{R} & 0 \\ 0 & \mathbf{k}^T \mathbf{R} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{i}^T \mathbf{R} \\ 0 & 0 & \mathbf{j}^T \mathbf{R} \\ 0 & 0 & \mathbf{k}^T \mathbf{R} \end{bmatrix} \in R^{9 \times 9} \quad (43)$$

$$\delta \mathbf{E} = [\delta \mathbf{P}^T \quad \delta \boldsymbol{\Omega}^T]^T \in R^{6 \times 1} \quad (44)$$

$\delta \mathbf{E}$  表示调姿误差矢量, 其系数矩阵为:

$$\mathbf{J}_{p0} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}^T \quad (\mathbf{R} \mathbf{r}_A \times \mathbf{i})^T \mathbf{M} \\ \mathbf{j}^T \quad (\mathbf{R} \mathbf{r}_A \times \mathbf{j})^T \mathbf{M} \\ \mathbf{k}^T \quad (\mathbf{R} \mathbf{r}_A \times \mathbf{k})^T \mathbf{M} \\ \mathbf{i}^T \quad (\mathbf{R} \mathbf{r}_B \times \mathbf{i})^T \mathbf{M} \\ \mathbf{j}^T \quad (\mathbf{R} \mathbf{r}_B \times \mathbf{j})^T \mathbf{M} \\ \mathbf{k}^T \quad (\mathbf{R} \mathbf{r}_B \times \mathbf{k})^T \mathbf{M} \\ \mathbf{i}^T \quad (\mathbf{R} \mathbf{r}_C \times \mathbf{i})^T \mathbf{M} \\ \mathbf{j}^T \quad (\mathbf{R} \mathbf{r}_C \times \mathbf{j})^T \mathbf{M} \\ \mathbf{k}^T \quad (\mathbf{R} \mathbf{r}_C \times \mathbf{k})^T \mathbf{M} \end{bmatrix} \in R^{9 \times 6} \quad (45)$$

前面已经提到, 该机构是个冗余输入并联机构, 机构 9 个关节输入量不完全相互独立, 为满足协调运动的要求, 任意时刻仅有 6 个关节量作为独立输入(主动驱动), 即误差模型中的 9 个方程仅有 6 个相互独立。主动驱动方案的选取可采用旋量分析理论, 对应于每一组确定的主动驱动方案  $i$ , 有 6 个相互独立的误差方程:

$$\delta \mathbf{L}_i - \mathbf{J}_{si} \delta \mathbf{S} = \mathbf{J}_{pi} \delta \mathbf{E}_i \quad (46)$$

则机构的调姿误差可估计为:

$$\delta \mathbf{E} = \text{Max}(\delta \mathbf{E}_i) \quad (47)$$

由于机构具有一定的对称性, 因而采用不同的主动驱动方案时, 误差模型具有类似的结果。采用旋量理论分析可找到一组较为优化的主动输入空间, 即  $X_A, Y_A, Z_A, Y_B, Z_B, Z_C$  轴作为主动驱动, 另外 3 轴作为被动输入, 此时机构误差模型为:

$$\delta \mathbf{L} - \mathbf{J}_s \delta \mathbf{S} = \mathbf{J}_p \delta \mathbf{E} \quad (48)$$

其中:

$$\delta \mathbf{L} = [\delta X_A \quad \delta Y_A \quad \delta Z_A \quad \delta Y_B \quad \delta Z_B \quad \delta Z_C] \in R^{6 \times 1} \quad (49)$$

$$\mathbf{J}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{i}^T \mathbf{R} & 0 & 0 \\ \mathbf{j}^T \mathbf{R} & 0 & 0 \\ \mathbf{k}^T \mathbf{R} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{j}^T \mathbf{R} & 0 \\ 0 & \mathbf{k}^T \mathbf{R} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{k}^T \mathbf{R} \end{bmatrix} \in R^{6 \times 9} \quad (50)$$

$$\mathbf{J}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{i}^T \quad (\mathbf{R} \mathbf{r}_A \times \mathbf{i})^T \mathbf{M} \\ \mathbf{j}^T \quad (\mathbf{R} \mathbf{r}_A \times \mathbf{j})^T \mathbf{M} \\ \mathbf{k}^T \quad (\mathbf{R} \mathbf{r}_A \times \mathbf{k})^T \mathbf{M} \\ \mathbf{j}^T \quad (\mathbf{R} \mathbf{r}_B \times \mathbf{j})^T \mathbf{M} \\ \mathbf{k}^T \quad (\mathbf{R} \mathbf{r}_B \times \mathbf{k})^T \mathbf{M} \\ \mathbf{k}^T \quad (\mathbf{R} \mathbf{r}_C \times \mathbf{k})^T \mathbf{M} \end{bmatrix} \in R^{6 \times 6} \quad (51)$$

式中  $\mathbf{J}_p$ —机构 Jacobian 矩阵<sup>[13]</sup>, 调姿过程无奇异位形, 是一可逆阵。

机构调姿误差可由式(48)解得:

$$\delta \mathbf{E} = \mathbf{J}_p^{-1} \delta \mathbf{L} - \mathbf{J}_s^{-1} \mathbf{J}_p \delta \mathbf{S} \quad (52)$$

### 3 调姿系统误差仿真模拟

蒙特卡洛模拟法<sup>[14]</sup>就是各原始误差在其范围内均匀产生大量误差样本, 根据式(52)计算出调姿误差及调姿误差的统计数字特征。

任选一调姿过程, 取大部件初末位姿(如表 2 所示), 可据式(2)计算出初末位姿各控制点的坐标值,

作差可得各轴理论行程,如表3所示。

表2 大部件初始位姿与目标位姿选择

	$x_p/\text{mm}$	$y_p/\text{mm}$	$z_p/\text{mm}$	$\alpha/\text{deg}$	$\beta/\text{deg}$	$\gamma/\text{deg}$
初始	0	0	1 000	0	0	0
目标	8	-7	1 010	0.3	-0.2	0.2

表3 三坐标定位器各向理论行程

	$A/\text{mm}$	$B/\text{mm}$	$C/\text{mm}$
$x_i$	7.982	5.938	10.079
$y_i$	-1.973	-9.525	-9.502
$z_i$	15.026	10.576	4.397

定位器精度设计指标如表4所示。

表4 定位器精度指标

直线导轨的直线度	0.01 mm/导轨全长
导轨平行度	0.015 mm/导轨全长
$X,Y,Z$ 三轴定位精度	0.01 mm
$X,Y$ 方向安装平面的水平度	0.015 mm/安装面长边长
$X,Y$ 轴间的垂直度	0.01/ $X$ (或 $Y$ )向行程
$Z$ 轴与 $XY$ 平面的垂直度	0.01/ $Z$ 向行程

定位器上各体运动参考系间的相对坐标如表5所示。

表5 各体运动参考系间的相对位置关系 mm

	$A$	$B$	$C$
$P_i(x)$	(1 440, 0, 200)	(-720, 590, 200)	(-720, -590, 200)
$P_i(y)$	(0, 0, 150)	(0, 0, 150)	(0, 0, 150)
$P_i(z)$	(0, 0, 400)	(0, 0, 400)	(0, 0, 400)
$q_i$	(0, 0, 250)	(0, 0, 250)	(0, 0, 250)

本研究认为原始误差在各自区间均布,取样本容量为5 000,计算得各位姿误差的频率直方图如图6~图11所示。

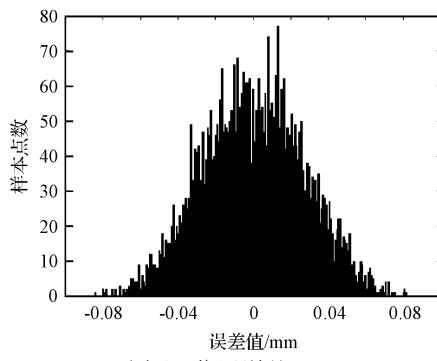


图6 位置误差  $\delta x_p$

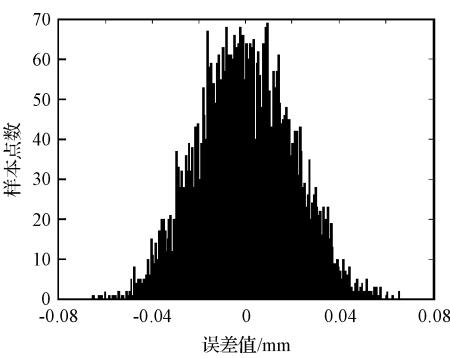


图7 位置误差  $\delta y_p$

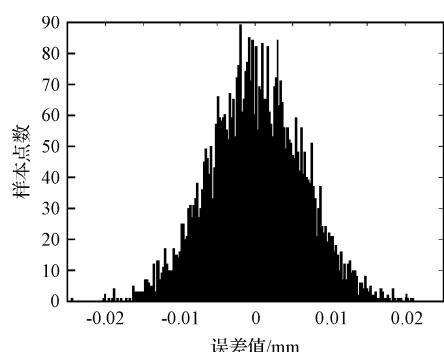


图8 位置误差  $\delta z_p$

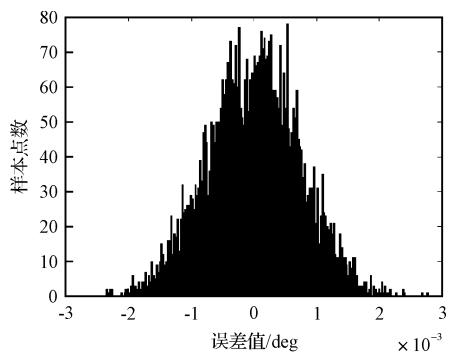


图9 姿态误差  $\delta \alpha$

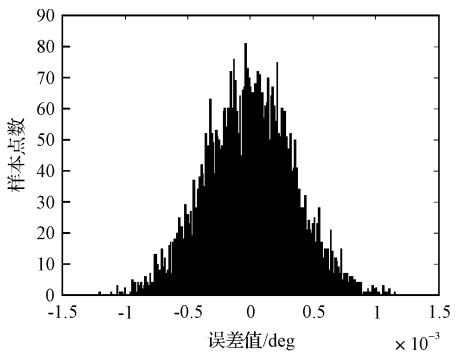


图10 姿态误差  $\delta \beta$

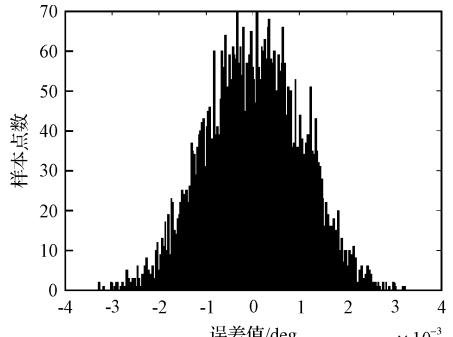


图11 姿态误差  $\delta \gamma$

另外,还可计算出各误差的数字特征量:均值 $e$ 、均方差 $\sigma$ 以及3倍的均方差( $3\sigma$ ),如表6所示。由于是近似正态分布,可以将表中的 $\pm 3\sigma$ 作为位姿误差的范围。

表 6 调姿误差的统计数字特征

位置误差	$\delta x_p/\text{mm}$	$\delta y_p/\text{mm}$	$\delta z_p/\text{mm}$
均值( $e$ )	$2.49 \times 10^{-4}$	$-1.95 \times 10^{-4}$	$1.00 \times 10^{-4}$
均方差( $\sigma$ )	0.027	0.020	0.006
3 倍均方差( $3\sigma$ )	0.081	0.060	0.018
姿态误差	$\delta\alpha/\text{deg}$	$\delta\beta/\text{deg}$	$\delta\gamma/\text{deg}$
均值( $E$ )	$1.52 \times 10^{-6}$	$-3.81 \times 10^{-6}$	$-1.06 \times 10^{-5}$
均方差( $\sigma$ )	0.000 75	0.000 35	0.001 02
3 倍均方差( $3\sigma$ )	0.002 25	0.001 05	0.003 06

## 4 误差敏感度分析

为获取各项原始误差对最终调姿误差的影响程度,对机构进行误差敏感度分析。所谓误差敏感度就是各单项原始误差单独作用所产生的调姿误差<sup>[15]</sup>。

为综合考虑大部件在  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  向的位置误差,首先做如下定义:

$$\delta E_r = \sqrt{\delta x_p^2 + \delta y_p^2 + \delta z_p^2} \quad (53)$$

类似地对大部件的姿态误差做如下定义:

$$\delta E_\varphi = \sqrt{\delta\alpha^2 + \delta\beta^2 + \delta\gamma^2} \quad (54)$$

其中  $\delta x_p$ 、 $\delta y_p$ 、 $\delta z_p$ 、 $\delta\alpha$ 、 $\delta\beta$ 、 $\delta\gamma$  即式(45)中的各位姿误差分量。

原始误差可分为线性误差和角误差两类,依据误差敏感度的涵义,计算时若单独作用的原始误差  $i$  为线误差则其值取 1、若为角误差则其值取 1/行程,并令其余所有误差均取 0,代入式(52)计算出误差  $i$  单独作用引起的位姿误差:

$$\delta E_i = [\delta x_{pi} \quad \delta y_{pi} \quad \delta z_{pi} \quad \delta\alpha_i \quad \delta\beta_i \quad \delta\gamma_i]^T$$

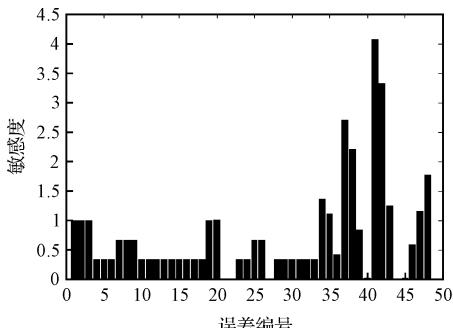
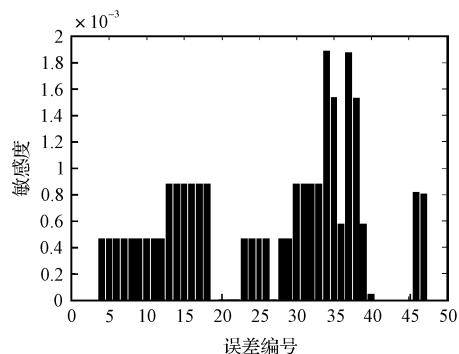
代入式(53)、式(54)可得:

$$\delta E_{ri} = \sqrt{\delta x_{pi}^2 + \delta y_{pi}^2 + \delta z_{pi}^2} \quad (55)$$

$$\delta E_{\varphi i} = \sqrt{\delta\alpha_i^2 + \delta\beta_i^2 + \delta\gamma_i^2} \quad (56)$$

式中  $\delta E_{ri}$ 、 $\delta E_{\varphi i}$ —误差  $i$  对应的位置误差敏感度、姿态误差敏感度。

由式(55)、式(56)计算出各原始误差对应的位置及姿态误差敏感度,分别如图 12、图 13 所示。

图 12 位置误差敏感度  $s_r$ 图 13 姿态误差敏感度  $s_\varphi$ 

1 ~ 18—各移动台导轨方向的定位误差及直线度误差引起的移动台各向线误差;19 ~ 33—球铰中心位置相关的各项误差;34 ~ 44—导轨直线度、平行度等造成的移动台绕各向的转角误差;45 ~ 48—与三坐标定位器各轴间的垂直度相关的误差。

由图 12、图 13 可以看出:姿态误差敏感度的值要远小于位置误差敏感度;通常由导轨直线度、平行度及三坐标各轴间的垂直度等引起的角误差对应的敏感度比较大一些。

## 5 结束语

在大部件不变形的假设条件下,本研究对调姿机构进行了误差建模,得到了大部件位姿误差与各原始误差之间的关系表达式。误差敏感度分析表明各角误差对应的误差敏感度较大,要得到良好的调姿效果,就必须严格控制三坐标定位器各移动台导轨的平行度误差及三轴间的垂直度误差。

### 参考文献 (References) :

- [1] 景奉水, 谭民, 侯增广, 等. 船体分段位姿找正对接系统——一个多机器人协调操作系统的实现 [J]. 自动化学报, 2002, 28(5): 708 ~ 714.
- [2] TAJBAKHSH H, FERREIRA P M. Kinematic error estimation and transmission error bounding for Stewart platform based machine tools [J]. Transactions of NAMRI/SME, 1997, 46(1): 323 ~ 328.
- [3] KIM H S, CHOI Y J. The Kinematic error bound analysis of the Stewart platform [J]. Journal of Robotic Systems, 2000, 17(1): 63 ~ 73.
- [4] 左扣成. 3-TPT 型并联机床的误差分析与仿真 [D]. 沈阳: 东北大学机械工程学院, 2005: 52 ~ 58.
- [5] MASORY O, WANG Jian, ZHUANG Han-qi. Kinematic modeling and calibration for a Stewart platform [J]. Advanced Robotics, 1997, 11(5): 429 ~ 480.

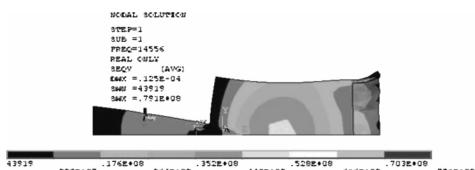


图 12 变幅杆—工具系统的 XY 平面的剪切应力



图 13 声学系统实物图

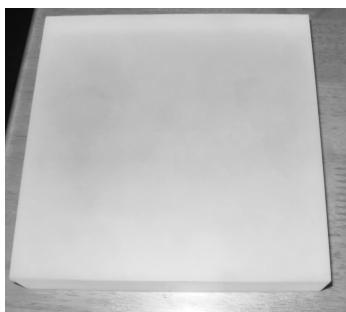


图 14 K9 光学玻璃

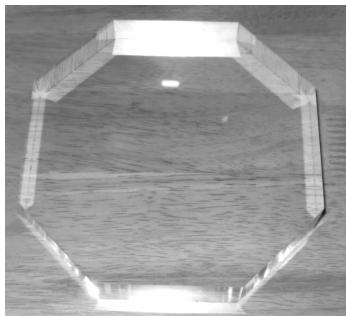


图 15 加工完成的光学玻璃

(上接第 12 页)

- [6] KIRIDENA V S B, FERREIRA P M. Kinematic modeling of quasistatic errors of three-axis machining center[J]. *Int. J. Mach. Tools. Manufact.*, 1994, 34(1): 85 – 100.
- [7] 章青,赵宏林. 数控机床误差补偿技术及应用提高在线检测精度的补偿技术[J]. 制造技术与机床, 1999(6): 30 – 34.
- [8] 李小力,周云飞. 数控机床综合几何误差的建模及补偿研究[D]. 武汉:华中科技大学机械工程学院, 2006.
- [9] 郑仁成,赵永生. 5-UPS/PRPU 并联机床的冗余驱动研究[D]. 秦皇岛:燕山大学机械工程学院, 2006.
- [10] 黄真,赵永生,赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京:高等教育出版社, 2006.
- [11] ROPPONEN T, ARAI T. Accuracy analysis of a modified Stewart platform manipulator [C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation, Japan: Nagoya, 1995;521 – 525.

(2) 利用 ANSYS 有限元分析软件对变幅杆—工具系统进行了有限元仿真,通过分析结果得出的谐振频率、放大系数等关键参数及其应力和响应情况均符合设计要求。

(3) 最后对超声切边声学系统采用 HP4294A 阻抗分析仪进行了实验测试。实验结果表明,声学系统的谐振频率符合设计要求。该声学系统已成功地应用于实际生产。

### 参考文献(References) :

- [1] 张云电. 超声加工及其应用[M]. 第 1 版. 北京: 国防工业出版社, 1995.
- [2] 张云电, 黄文剑, 尹博生. 表面微坑超声加工装置中超声电源的研制[J]. 机电工程, 2004, 21(8): 33 – 37.
- [3] 刘传绍, 郑建新, 赵波, 等. 超声振动钻削声学系统的设计研究[J]. 电加工与模具, 2003(2): 44 – 47.
- [4] 林仲茂. 超声变幅杆的原理和设计[M]. 北京: 科学出版社, 1987.
- [5] AMIN S G, AHMED M H M, YOUSSEF H A. Computer-aided design of acoustic horns for ultrasonic machining using finite-element analysis[J]. *Materials Processing Technology*, 1995, 55(3 – 4): 254 – 260.
- [6] 周长城, 胡仁喜, 熊文波. ANSYS11.0 基础与典型范例[M]. 北京: 电子工业出版社, 2007.
- [7] MOAVENI S. Finite Element Analysis Theory and Application with ANSYS[M]. Prentice Hall, 2005.
- [8] VMITROFANOV A, BABITSY V I, SILBERSCHMIDT V V. Finite element simulations of ultrasonically assisted turning[J]. *Computational Materials Science*, 2003, 28(3 – 4): 153 – 154.

[编辑:张翔]

- [12] 熊有伦. 机器人技术基础[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 1997.
- [13] WANG Shih-ming, EHMANN K F. Error model and accuracy analysis of a six-DOF Stewart platform[J]. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 2002, 124(2): 286 – 295.
- [14] 徐卫良, 张启先. 机器人误差分析的蒙特卡洛方法[J]. 机器人, 1988, 2(4): 1 – 6.
- [15] 赵强. 并联 6 自由度运动模拟平台的误差分析[J]. 机械设计, 2006, 23(10): 45 – 52.

[编辑:张翔]